

## ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ – ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

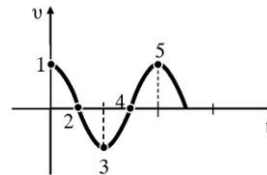
#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση και να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μέτρα των φυσικών μεγεθών.

X (απομάκρυνση)	U (δυναμική ενέργεια)	K (κινητική ενέργεια)
0		
$x_1$	6J	
$x_2$	5J	4J
A		

2. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας
- η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.
  - η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.
  - η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.
  - η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.
3. Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:
- η περίοδος διπλασιάζεται
  - η συχνότητα διπλασιάζεται
  - η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή
  - η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται
4. Σώμα μάζας  $m$  που είναι προσδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς  $k$ , όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά  $A$ , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T$ . Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση  $A$ , η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται
- $2T$ .
  - $T$ .
  - $T/2$ .
  - $4T$ .
5. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης  $F$ . Αν  $x$  είναι η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και  $D$  θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:
- $F = D$
  - $F = D \cdot x$
  - $F = -D \cdot x$
  - $F = 0$
6. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή

- στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
- στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
- στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
- στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.



7. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα:
- στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του.
  - όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.
  - όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη.
  - όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.
8. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή
- Έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.
  - Έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.
  - Θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
  - Μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο.

9. Η συνολική δύναμη  $F$  που ασκείται σ' ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική τακλάντωση συνδέεται με την απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του σώματος με τη σχέση ( $D$  θετική σταθερά)
- α.  $F=Dx$                       β.  $F=- Dx^2$                       γ.  $F=- Dx$                       δ.  $F= Dx^2$
10. Ένα σύστημα ελατηρίου - μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε
- α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.  
β. η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.  
γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.  
δ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
11. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Η ταχύτητα του σώματος
- α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση α.  
β. είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.  
γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.  
δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.
12. Η συχνότητα ταλάντωσης  $f$  ενός συστήματος ελατηρίου \_ μάζας
- α. είναι ανεξάρτητη από τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου.  
β. είναι ανεξάρτητη από το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης.  
γ. εξαρτάται από την ενέργεια του ταλαντωτή.  
δ. είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του ταλαντωτή.
13. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα την ίδια φορά:
- α. η ταχύτητα και η επιτάχυνση.  
β. η ταχύτητα και η απομάκρυνση.  
γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση.  
δ. η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.
14. Όταν σε μια απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάσουμε το πλάτος της, τότε διπλασιάζεται και η
- α. περίοδος.  
β. συχνότητα.  
γ. ολική ενέργεια.  
δ. μέγιστη ταχύτητα.

### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

1. Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.
2. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητά του είναι μηδέν.
3. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές  $k_1$  και  $k_2$  αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση  $k_1 = \frac{k_2}{2}$ .

Απομακρύνουμε τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $x$  και  $2x$  αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

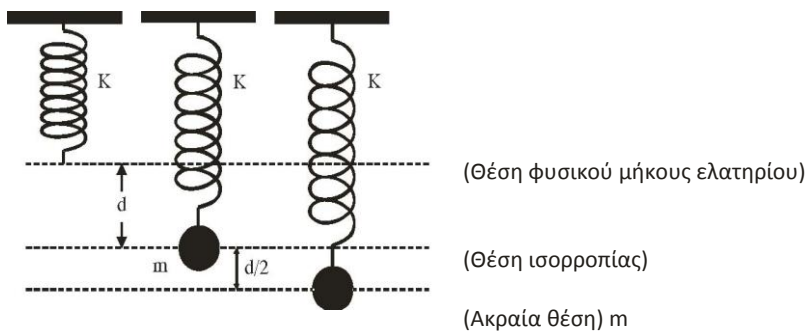
- α. ταυτόχρονα.  
β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_1$ .  
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_2$ .
2. Δύο απλοί αρμονικοί ταλαντωτές  $A$  και  $B$  που εκτελούν αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους, έχουν σταθερές επαναφοράς  $D_A$  και  $D_B$  αντίστοιχα, με  $D_A > D_B$ . Ποιος έχει μεγαλύτερη ολική ενέργεια;

α. ο ταλαντωτής Α β. ο ταλαντωτής Β.

3. Σώμα μάζας  $M$  έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση  $a$  από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς  $k' = 4k$ .

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

4. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$ , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας  $m$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $d/2$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι  $d$ . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι

α.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = \frac{1}{3}$       β.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 3$       γ.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 2$

5. Υλικό σημείο  $\Sigma$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι  $u_0$  και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι  $\alpha_0$ . Αν  $x$ ,  $u$ ,  $a$  είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του  $\Sigma$  αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

α.  $u^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$       β.  $x^2 = \omega^2(\alpha_0^2 - a^2)$       γ.  $a^2 = \omega^2(u_0^2 - u^2)$

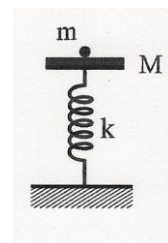
6. Από δύο ελατήρια Α και Β είναι εξαρτημένα δύο σώματα της ίδιας μάζας, τα οποία εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Το ελατήριο Α έχει σταθερά επαναφοράς μεγαλύτερη από αυτήν του Β.

Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος στο Α είναι

- α. μεγαλύτερη από αυτήν στο Β.  
β. μικρότερη από αυτήν στο Β.  
γ. ίση με αυτήν στο Β.

7. Δίσκος μάζας  $M$  είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας  $m$ . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α.  $\frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$       β.  $\frac{1}{2} \frac{M^2 g^2}{k}$       γ.  $\frac{1}{2} \frac{(m+M)^2}{k} g^2$



8. Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων Α και Β των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα, ισορροπούν δύο σώματα με ίσες μάζες. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα προς τα κάτω κατά  $d$  και τα αφήνουμε ελεύθερα, ώστε αυτά να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η σταθερά του ελατηρίου Α είναι τετραπλάσια από τη σταθερά του

ελατηρίου Β, ποιος είναι τότε ο λόγος των μέγιστων ταχυτήτων  $\frac{u_{A,max}}{u_{B,max}}$  των δύο σωμάτων;

- α. 1/2      β. 1      γ. 2

9. Το σώμα  $\Sigma_1$  του παρακάτω σχήματος είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του  $\Sigma_1$  είναι  $\alpha_{1\max}$ .

Το σώμα  $\Sigma_1$  αντικαθίσταται από άλλο σώμα  $\Sigma_2$  διπλάσιας μάζας, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους A.

Για το μέτρο  $\alpha_{2\max}$  της μέγιστης επιτάχυνσης του  $\Sigma_2$ , ισχύει:

α.  $\alpha_{2\max} = \alpha_{1\max}/2$

β.  $\alpha_{2\max} = \alpha_{1\max}$

γ.  $\alpha_{2\max} = 2\alpha_{1\max}$

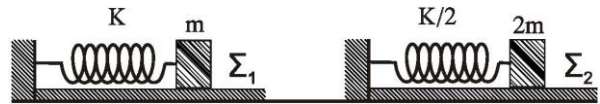
10. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K ισορροπεί σώμα μάζας m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Αν η εκτροπή ήταν μεγαλύτερη, τότε ο χρόνος μιας πλήρους αρμονικής ταλάντωσης του σώματος θα ήταν

α. μεγαλύτερος, β. μικρότερος, γ. ίδιος και στις δύο περιπτώσεις.

11. Τα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες m και 2m αντίστοιχα είναι δεμένα

στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές K και  $\frac{K}{2}$ , όπως φαίνεται στο



σχήμα, και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες ενέργειες ταλάντωσης.

Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

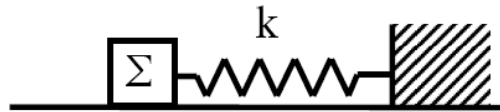
Το πλάτος ταλάντωσης  $A_1$  του σώματος  $\Sigma_1$  είναι

α. μικρότερο β. ίσο γ. μεγαλύτερο

από το πλάτος ταλάντωσης  $A_2$  του σώματος  $\Sigma_2$ .

### Θέμα 3, 4

1. Το σώμα  $\Sigma$  του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=900$  N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T=(\pi/15)$  s. Το σώμα τη χρονική στιγμή  $t=0$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $v=6$  m/s κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:



A. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος. (0,2m)

B. Τη μάζα του σώματος. (1kg)

Γ. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως  $(2\pi/15)$  s.

( $x=0,2\eta\mu 30t$ )

Δ. Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει  $K=3U$ , όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

( $x = \pm 0,1m$ )

### ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

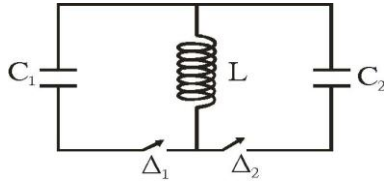
1. Η εξίσωση που δίνει την ένταση του ρεύματος σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι  $i = -0,5\eta\mu 10^4 t$  στο S.I. Η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή του κυκλώματος είναι ίση με:  
α. 0,5 C β.  $0,5 \cdot 10^{-5}$  C γ.  $10^4$  C δ.  $5 \cdot 10^{-5}$  C.
2. Ηλεκτρικό κύκλωμα LC, αμελητέας ωμικής αντίστασης, εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο T. Αν τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή χωρίς να μεταβάλουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου, τότε η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης θα είναι (ακριβώς το ίδιο ζητήθηκε και το 2009):  
α. T/2 β. T γ. 2T δ. 4T .
3. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:  
α. μία φορά. β. δύο φορές. γ. τέσσερις φορές. δ. έξι φορές.
4. Σε ένα ιδανικό κύκλωμα LC το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $q=Q\sin\omega t$ . Για το σύστημα αυτό



αντίστοιχα ισχύει:

$$\alpha. L_1 = \frac{L_2}{2} \quad \beta. L_1 = 4 L_2 \quad \gamma. L_1 = 2L_2 \quad \delta. L_1 = \frac{L_2}{4}$$

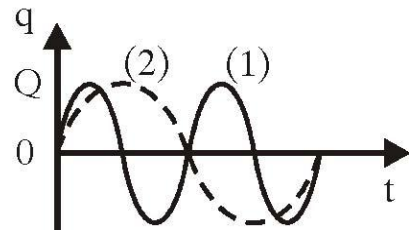
3. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  ανοικτούς.



Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_1$  έχει φορτιστεί μέσω πηγής συνεχούς τάσης με φορτίο  $Q_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  ο διακόπτης  $\Delta_1$  κλείνει, οπότε στο κύκλωμα  $LC_1$  έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{5T}{4}$ , όπου  $T$  η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_1$ , ο διακόπτης  $\Delta_1$  ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο  $\Delta_2$ . Το μέγιστο φορτίο  $Q_2$  που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_2$ , όπου  $C_2=4C_1$ , κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_2$  θα είναι ίσο με

$\alpha) Q_1.$        $\beta) Q_1/2.$        $\gamma) 2Q_1.$

4. Διαθέτουμε δύο κυκλώματα  $(L_1C_1)$  και  $(L_2C_2)$  ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τα διαγράμματα (1) και (2) παριστάνουν τα φορτία των πυκνωτών  $C_1$  και  $C_2$  αντίστοιχα, σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο λόγος  $I_1/I_2$  των μέγιστων τιμών της έντασης του ρεύματος στα δύο κυκλώματα είναι:

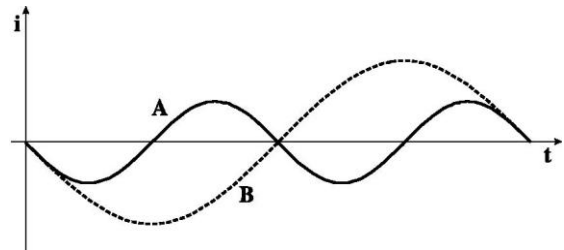


$\alpha. 2.$        $\beta. \frac{1}{4}.$        $\gamma. \frac{1}{2}.$

5. Θεωρούμε δύο κυκλώματα A ( $L_A, C$ ) και B ( $L_B, C$ ) που εκτελούν ελεύθερες αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Οι πυκνωτές στα δύο κυκλώματα έχουν την ίδια χωρητικότητα C.

Οι καμπύλες A και B παριστάνουν τα ρεύματα στα δύο πηνία σε συνάρτηση με τον χρόνο. Για τους συντελεστές αυτεπαγωγής  $L_A, L_B$  των πηνίων στα δύο κυκλώματα ισχύει ότι

$\alpha. L_A = 4 L_B.$        $\beta. L_B = 4 L_A.$        $\gamma. L_A = 2 L_B.$



6. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων αν κάποια χρονική στιγμή ισχύει  $q = \frac{Q}{3}$ , όπου  $q$  το στιγμιαίο ηλεκτρικό φορτίο και  $Q$  η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού φορτίου στον πυκνωτή, τότε ο λόγος της ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου προς την ενέργεια μαγνητικού πεδίου  $\left(\frac{U_E}{U_B}\right)$  είναι:

$\alpha. \frac{1}{8}$        $\beta. \frac{1}{3}$        $\gamma. 3$

7. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC διπλασιάζουμε την τάση φόρτισης του πυκνωτή. Το μέγιστο ρεύμα του κυκλώματος

$\alpha.$  αυξάνεται.       $\beta.$  μειώνεται.       $\gamma.$  παραμένει σταθερό.

8. Δίνεται ιδανικό κύκλωμα LC. Όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι E. Κάποια χρονική στιγμή μετά το κλείσιμο του διακόπτη η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται E/4. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου εκείνη τη στιγμή γίνεται

α. Ε/4

β. 5Ε/4

γ. 3Ε/4

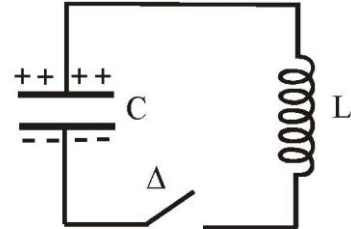
δ. 0

9. Σε ιδανικό κύκλωμα LC με διακόπτη, φορτίζουμε τον πυκνωτή και κλείνουμε τον διακόπτη. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που κλείσαμε το διακόπτη, ο πυκνωτής θα αποκτήσει για πρώτη φορά την αρχική του ενέργεια;

α.  $2\pi\sqrt{LC}$     β.  $\pi\sqrt{LC}$     γ.  $\frac{\sqrt{LC}}{\pi}$

## Θέμα 3, 4

1. Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα  $2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$ , ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $0,05 \text{ H}$  και διακόπτη Δ όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο  $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.

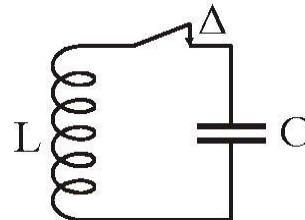


Τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να υπολογίσετε:

- την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης ( $6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ )
- το πλάτος της έντασης του ρεύματος ( $5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$ )
- την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή C είναι  $3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . ( $4 \cdot 10^{-4} \text{ A}$ )

Δίνεται:  $\pi = 3,14$ .

2. Η ολική ενέργεια ιδανικού κυκλώματος LC, του παρακάτω σχήματος, είναι  $E=4,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$  η δε περίοδος  $T=4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Εάν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι  $C = 4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$  να υπολογίσετε:



υπολογίσετε:

- το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου. ( $10^{-3} \text{ H}$ )
  - το πλάτος της έντασης του ρεύματος. ( $0,3 \text{ A}$ )
  - το μέγιστο φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή. ( $6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ )
  - το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή. ( $3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ )
3. Ηλεκτρικό κύκλωμα περιλαμβάνει ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=8 \text{ mH}$ , πυκνωτή χωρητικότητας C και διακόπτη Δ. Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος θεωρείται αμελητέα. Ο πυκνωτής φορτίζεται πλήρως και τη χρονική στιγμή  $t=0$  ο διακόπτης κλείνει, οπότε το κύκλωμα κάνει αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο  $T=8\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι  $E=9 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .

Να υπολογίσετε :

- την τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή ( $2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$ )
- τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα ( $0,15 \text{ A}$ )
- Την τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο ( $0,075 \text{ A}$ )
- την παραπάνω χρονική στιγμή  $t_1$ . ( $\frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ) (Δίνεται ημ  $\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ).

4. Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο  $T = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ο πυκνωτής έχει το μέγιστο ηλεκτρικό φορτίο. Ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 10 \mu\text{F}$  και η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, είναι  $2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ .

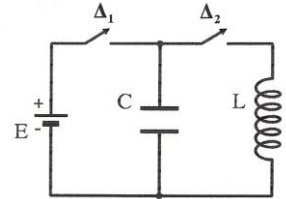
- Να υπολογισθεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής L του πηνίου. ( $0,4 \text{ H}$ )
- Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά; ( $\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$ )
- Να υπολογισθεί η μέγιστη τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή. ( $0,4 \text{ Volt}$ )
- Να υπολογισθεί η ένταση του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. ( $10^{-3} \text{ A}$ )

Δίνονται:  $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,  $\pi = 3,14$ .



5. Σε ιδανικό κύκλωμα LC παραγωγής ηλεκτρικών ταλαντώσεων, η ένταση του ρεύματος  $i$  που διαρρέει το κύκλωμα συναρτήσει του χρόνου δίνεται από τη σχέση:  $i = -0,5 \cdot \eta\mu(10^4 t)$  (S.I.). Το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=10^{-2}$  H. Να υπολογίσετε:
- Την περίοδο  $T$  των ηλεκτρικών ταλαντώσεων  $(2\pi \cdot 10^{-4} \text{ sec})$
  - Τη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή.  $(10^{-6} \text{ F})$
  - Το μέγιστο φορτίο  $Q$  του πυκνωτή.  $(5 \cdot 10^{-5} \text{ C})$
  - Την απόλυτη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τα κύκλωμα, όταν το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή είναι  $q=3 \cdot 10^{-5}$  C.  $(0,4 \text{ A})$

6. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E=5$  V μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας  $C=8 \cdot 10^{-6}$  F, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=2 \cdot 10^{-2}$  H. Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta_1$  είναι κλειστός και ο διακόπτης  $\Delta_2$  ανοιχτός.



- Γ1. Να υπολογίσετε το φορτίο  $Q$  του πυκνωτή.  $(4 \cdot 10^{-5} \text{ C})$

Ανοίγουμε το διακόπτη  $\Delta_1$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta_2$ . Το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

- Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.  $(8\pi \cdot 10^{-4} \text{ s})$
  - Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.  $(i = -0,1 \cdot \eta\mu(2.500 t)$  στο S.I.)
  - Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.  $(2 \cdot 10^{-5} \text{ C})$
7. Πυκνωτής χωρητικότητας  $2 \cdot 10^{-6}$  F φορτίζεται σε τάση 50V. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οι οπλισμοί του πυκνωτή συνδέονται στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής  $2 \cdot 10^{-2}$  H και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.
- Να υπολογίσετε την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης.  $(1,256 \cdot 10^{-3} \text{ s})$
  - Να γράψετε την εξίσωση η οποία δίνει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο.  $(i = -0,5 \cdot \eta\mu(5.000 t)$  στο S.I.)
  - Να υπολογίσετε το λόγο της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i = 0,1$  A.  $(24)$

Δίνεται:  $\pi = 3,14$ .

## ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

- Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε:
  - η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή
  - το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
  - η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται
  - ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.
- Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:
  - η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  αυξάνεται.
  - η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  μειώνεται.
  - το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εσόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.
  - η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.
- Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης  $F = -bv$ , με  $b =$  σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για  $\Lambda > 0$ ).

$$\alpha. A = A_0 - bt \quad \beta. A = A_0 \cdot e^{\Lambda t} \quad \gamma. A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t} \quad \delta. A = \frac{A_0}{\Lambda \cdot t}$$



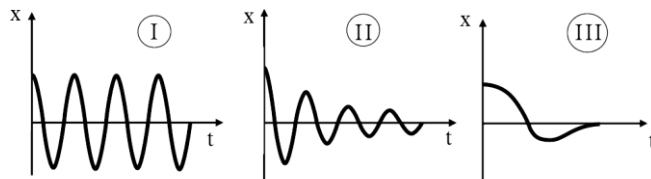
4. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής  $F = -bv$ , με  $b$  σταθερό,  
**α.** ο λόγος δύο διαδοχικών πλάτων μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.  
**β.** η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.  
**γ.** το πλάτος παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.  
**δ.** η περίοδος παραμένει σταθερή σε σχέση με το χρόνο.
5. Κατά τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση  
**α.** το πλάτος παραμένει σταθερό.  
**β.** η μηχανική ενέργεια διατηρείται.  
**γ.** το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , όπου  $\Lambda$  θετική σταθερά.  
**δ.** έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.
6. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει ενέργεια ταλάντωσης  $E$  και πλάτος ταλάντωσης  $A$ . Τη χρονική στιγμή  $t_2$  που έχει χάσει τα  $\frac{3}{4}$  της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσης του είναι:

$$\alpha. \frac{A}{4} \quad \beta. \frac{3A}{4} \quad \gamma. \frac{A}{2} \quad \delta. \frac{A}{3}$$

7. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν την ταλάντωση που εκτελούν τα συστήματα ανάρτησης τριών αυτοκινήτων που κινούνται με την ίδια ταχύτητα όταν συναντούν το ίδιο εξόγκωμα στο δρόμο.

Το αυτοκίνητο του οποίου το σύστημα ανάρτησης λειτουργεί καλύτερα είναι το

**α.** I. **β.** II. **γ.** III.



8. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο:
- a.** Η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή.  
**b.** Η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.  
**c.** Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.  
**d.** Το πλάτος μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο.
9. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου
- a.** Αυξάνεται.  
**b.** Διατηρείται σταθερή.  
**c.** Μειώνεται γραμμικά.  
**d.** Μειώνεται εκθετικά.
10. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου
- α.** η περίοδος μειώνεται.  
**β.** η περίοδος είναι σταθερή.  
**γ.** το πλάτος διατηρείται σταθερό.  
**δ.** η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

1. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης  $b$ .

2. Η σταθερά απόσβεσης  $b$  σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.
3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό.
4. Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση είναι πάντα θετικό.
5. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της παραμένει σταθερό.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή  $t=0$  έχει ενέργεια  $E_0$  και πλάτος ταλάντωσης  $A_0$ . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή  $t$ , που το πλάτος της ταλάντωσής του έχει μειωθεί στο  $1/4$  της αρχικής του τιμής, είναι

α.  $E_0/16$ .                      β.  $E_0/4$ .                      γ.  $15E_0/16$ .

### ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

1. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
2. Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με πηνίο, πυκνωτή και αντίσταση, αν η τιμή της αντίστασης υπερβεί κάποιο όριο, η ταλάντωση γίνεται απεριοδική.
3. Στη φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση ενός κυκλώματος ένας από τους λόγους απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
4. Ένας λόγος για τον οποίο χάνει ενέργεια ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι ότι εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
5. Η περίοδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, διατηρείται σταθερή.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Σ' ένα κύκλωμα LC που εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με αμείωτο πλάτος παρεμβάλλουμε μεταβλητή αντίσταση  $R$ . Τί συμβαίνει στο πλάτος της έντασης του ρεύματος για διάφορες τιμές της αντίστασης  $R$ ;

### ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο στις
  - α. μηχανικές ταλαντώσεις.
  - β. ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
  - γ. εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
  - δ. ελεύθερες ταλαντώσεις.
2. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:
  - α. μένει σταθερό
  - β. αυξάνεται συνεχώς
  - γ. μειώνεται συνεχώς
  - δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.
3. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ένα σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα που είναι ίση με
  - α. την ιδιοσυχνότητά του.
  - β. τη συχνότητα του διεγέρτη.
  - γ. τη διαφορά ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.
  - δ. το άθροισμα ιδιοσυχνότητας και συχνότητας του διεγέρτη.
4. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ...
  - α. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
  - β. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.

- γ.** είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.  
**δ.** είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.

5. Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι:

- α.** 10 Hz **β.** 20 Hz **γ.** 30 Hz **δ.** 40 Hz .

6. Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές  $f_1=5\text{Hz}$  και  $f_2=10\text{Hz}$ , το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης, όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή:

- α.** 2Hz **β.** 4Hz **γ.** 8Hz **δ.** 12Hz

7. Μηχανικό σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα ίση με 10Hz και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο, όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι

- α.** 1Hz. **β.** 10Hz. **γ.** 100Hz. **δ.** 1000Hz.

### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

- Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.
- Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, κατά το συντονισμό, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.
- Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα  $f$  του διεγέρτη.
- Τα κτήρια κατά τη διάρκεια ενός σεισμού εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση.
- Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.
- Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη.
- Το πλάτος σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
- Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
- Το φαινόμενο του συντονισμού συμβαίνει στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Ένα σώμα μάζας  $m$  είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς  $k$  και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι  $f = f_0$ , όπου  $f_0$  η ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα  $m$  του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

A. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

- α.** γίνεται  $\frac{f_0}{2}$ . **β.** γίνεται  $2 f_0$ . **γ.** παραμένει σταθερή.

B. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

- α.** αυξάνεται. **β.** ελαττώνεται. **γ.** παραμένει σταθερό.

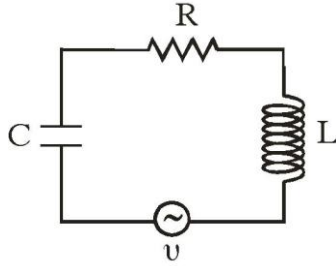
2. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα συντονισμού είναι 10Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη από 10Hz γίνει 20Hz, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

- α.** μειώνεται **β.** αυξάνεται **γ.** παραμένει σταθερό

### ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Στο κύκλωμα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων του σχήματος



- α.** το πλάτος  $I$  της έντασης του ρεύματος είναι ανεξάρτητο της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.  
**β.** η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος είναι πάντοτε ίση με την ιδιοσυχνότητά του.  
**γ.** η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι ανεξάρτητη της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή.  
**δ.** όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, έχουμε μεταφορά ενέργειας στο κύκλωμα κατά το βέλτιστο τρόπο.
2. Ενώ ακούμε ένα ραδιοφωνικό σταθμό που εκπέμπει σε συχνότητα 100MHz, θέλουμε να ακούσουμε το σταθμό που εκπέμπει σε 100,4MHz. Για το σκοπό αυτό στο δέκτη πρέπει να
- α.** αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
**β.** αυξήσουμε την αυτεπαγωγή του πηνίου.  
**γ.** ελαττώσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
**δ.** αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή και την αυτεπαγωγή του πηνίου.
3. Ραδιοφωνικός δέκτης περιέχει ιδανικό κύκλωμα LC για την επιλογή σταθμών. Ένας ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε συχνότητα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ιδανικού κυκλώματος LC. Για να συντονιστεί ο δέκτης με τον σταθμό πρέπει:
- α.** να αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
**β.** να μειώσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
**γ.** να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.  
**δ.** να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου και τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

1. Σε κύκλωμα εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή. Τότε μεταβάλλεται και η συχνότητα των ταλαντώσεων του κυκλώματος.  
 2. Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών ενός ραδιοφώνου από τη συχνότητα 91,6 MHz στη συχνότητα 105,8 MHz. Η χωρητικότητα του πυκνωτή του κυκλώματος LC επιλογής σταθμών του ραδιοφώνου:
- α.** αυξάνεται **β.** μειώνεται **γ.** παραμένει σταθερή.
2. Κύκλωμα LC με αντίσταση  $R$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα  $f_1$ . Τότε το πλάτος του ρεύματος είναι  $I_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν η συχνότητα του διεγέρτη ελαττώνεται με αφετηρία την  $f_1$ , το πλάτος του ρεύματος συνεχώς ελαττώνεται. Με αφετηρία τη συχνότητα  $f_1$  αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη. Στην περίπτωση αυτή, τι ισχύει για το πλάτος του ρεύματος;
- α.** Θα μειώνεται συνεχώς. **β.** Θα αυξάνεται συνεχώς. **γ.** Θα μεταβάλλεται και για κάποια συχνότητα του διεγέρτη θα γίνει και πάλι  $I_1$ .

### ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο σημείο, έχουν την ίδια διεύθυνση και συχνότητα, και πλάτη  $A_1$  και  $A_2$ . Αν οι ταλαντώσεις αυτές παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $180^\circ$ , τότε το πλάτος  $A$  της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεσή τους είναι

**α.**  $A = A_1 + A_2$  **β.**  $A = |A_1 - A_2|$ .

$$\gamma. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad \delta. A = \sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$$

(ακριβώς ίδια στις επαν. του 2010)

2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:
- ίσες συχνότητες.
  - παραπλήσιες συχνότητες.
  - διαφορετικές συχνότητες.
  - συχνότητες που η μια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.
3. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση, όταν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις έχουν
- παραπλήσιες συχνότητες και ίδια πλάτη.
  - παραπλήσιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.
  - ίδιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.
  - ίδια πλάτη και διαφορετικές συχνότητες.
4. Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων
- είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.
  - είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.
  - είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.
  - εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

**Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού**

1. Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και λίγο διαφορετικές συχνότητες, ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται ..... του διακροτήματος.

**Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)**

1. Σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:

$$x_1 = 5\eta\mu 10t \quad \text{και} \quad x_2 = 8\eta\mu(10t + \pi)$$

Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση

$$\alpha. y = 3\eta\mu(10t + \pi) \quad \beta. y = 3\eta\mu 10t \quad \gamma. y = 11\eta\mu(10t + \pi)$$

**Θέμα 3**

1. Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}), \quad \text{με} \quad A = 4 \text{ cm} \quad \text{και} \quad \omega = 10 \text{ rad/s.}$$

α. Να υπολογισθεί το πλάτος  $A_{\text{ολ}}$  της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ. ( $4\sqrt{3} \text{ cm}$ )

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

$$(x = 4\sqrt{3} \text{ cm} \eta\mu(10t + \pi/6), \quad x \text{ σε cm, } t \text{ σε sec})$$

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$  μετά από τη στιγμή  $t=0$ . ( $u = 40\sqrt{3} \text{ cm} \text{ συν}(10t + \pi/6)$ ,  $u$  σε  $\text{cm/s}$ ,  $t$  σε  $\text{s}$ ,  $-60 \text{ cm/s}$ )

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{120} \text{ s}$ . (1)

Δίνονται:

$$\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \quad \text{συν} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu \frac{\pi}{4} = \text{συν} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{συν} \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad \eta\mu A + \eta\mu B = 2 \text{συν} \frac{A+B}{2} \eta\mu \frac{A-B}{2}$$

**ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ****Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής**

1. Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις  $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$  και

$x_2 = A \sin \omega_2 t$ , των οποίων οι συχνότητες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:

- α. συχνότητα  $(\omega_1 - \omega_2)$ .
  - β. συχνότητα  $\omega_1 + \omega_2$ .
  - γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $2A$ .
  - δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $A$ .
2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους
- α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .
  - β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
  - γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = \frac{1}{f_1 + f_2}$
  - δ. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = \frac{1}{2|f_1 - f_2|}$

3. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους  $A$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων  $f_1$  και  $f_2$  διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε
- α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
  - β. το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.
  - γ. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .
  - δ. η περίοδος του διακριτήματος είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων  $f_1 - f_2$ .

4. Δύο ταλαντώσεις με συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  δημιουργούν διακριτήματα. Η περίοδος των διακριτημάτων ισούται με:

$$\alpha. |f_1 - f_2| \quad \beta. |f_1 + f_2| \quad \gamma. \frac{1}{|f_1 - f_2|} \quad \delta. \frac{1}{|f_1 + f_2|}$$

5. Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν
- α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.
  - β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.
  - γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.
  - δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

1. Δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος αλλά λίγο διαφορετικές συχνότητες. Στη σύνθεση των ταλαντώσεων αυτών ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται περίοδος των διακριτημάτων.
2. Η συχνότητα του διακριτήματος είναι μεγαλύτερη από κάθε μια από τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων που δημιουργούν το διακρότημα.
- 3.

#### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές συχνότητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:  
 $x_1 = 0,2 \eta \mu(998 \pi t)$ ,  $x_2 = 0,2 \eta \mu(1002 \pi t)$  (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακριτήματος) του σώματος είναι:
- α. 2s
  - β. 1s
  - γ. 0,5s

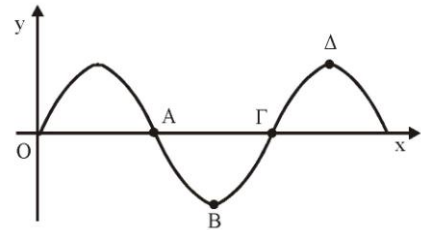
## ΚΥΜΑΤΑ

### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ – ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής επιλογής

1. Το διπλανό σχήμα παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα επάνω είναι το

α. Α. β. Β. γ. Γ. δ. Δ.



2. Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:

α. παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.

β. δεν παραβιάζεται ποτέ.

γ. ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.

δ. δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

3. Αν η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι  $y = 10\eta\mu(6\pi t - 2\pi x)$  στο S.I., τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

α. 10m/s β. 6m/s γ. 2m/s δ. 3m/s.

4. Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσον

α. μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.

β. μεταφέρεται μόνον ύλη.

γ. μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

δ. όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή έχουν την ίδια φάση.

5. Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος εξαρτάται από

α. το μήκος κύματος.

β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

γ. τη συχνότητα του κύματος.

δ. το πλάτος του κύματος.

#### Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

1. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον, εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται, και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.

2. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.

3. Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

4. Τα μηχανικά κύματα μεταφέρουν ενέργεια και ύλη.

5. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από ένα σημείο στο άλλο, αλλά δεν μεταφέρεται ούτε ύλη, ούτε ορμή.

6. Στα διαμήκη κύματα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

7. Το διάγραμμα της συνάρτησης  $y = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \text{σταθ.} \right)$  είναι στιγμιότυπο κύματος.

8. Ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα είναι αδύνατο να διαδίδεται στα αέρια.

9. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως ορμή και ύλη.

10. Μήκος κύματος  $\lambda$  είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.



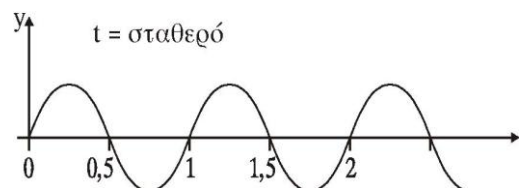
11. Στα εγκάρσια μηχανικά κύματα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
12. Όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο κενό διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα.
13. Η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.
14. Στη διεύθυνση διάδοσης ενός αρμονικού κύματος κάποια σημεία του ελαστικού μέσου παραμένουν συνεχώς ακίνητα.
15. Τα διαμήκη μηχανικά κύματα διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια.
16. Η ταχύτητα διάδοσης ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από τη συχνότητά του.

### Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

1. Η απόσταση στην οποία διαδίδεται ένα κύμα σε χρόνο μιας ..... ονομάζεται μήκος κύματος.
2. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από μια περιοχή του υλικού μέσου σε άλλη, αλλά δεν μεταφέρεται .....
3. Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται ..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

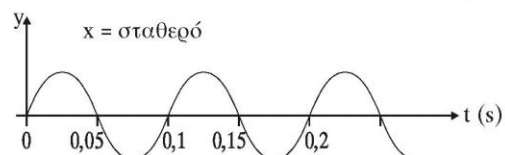
1. Το σχήμα 1 παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος, ενώ το σχήμα 2 παριστάνει την κατακόρυφη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός δεδομένου σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το παραπάνω κύμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Α' ΤΑΞΗ

Από τη μελέτη των δύο σχημάτων προκύπτει ότι η ταχύτητα του κύματος είναι:

α.  $1\text{m/s}$  β.  $10\text{m/s}$  γ.  $0,1\text{m/s}$



2. Πηγή O αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση  $y=A\eta\mu\omega t$  σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Το παραγόμενο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox.

Τα σημεία A, B που φαίνονται στο σχήμα απέχουν από την πηγή O αποστάσεις  $x_A$ ,  $x_B$  και οι φάσεις τους την ίδια χρονική στιγμή είναι αντίστοιχα  $\phi_A$ ,  $\phi_B$ . Ποιο από τα δύο ισχύει;

α.  $\phi_A < \phi_B$  β.  $\phi_A > \phi_B$



### Θέμα 3 , 4

1. Σε ένα σημείο μιας λίμνης, μια μέρα χωρίς αέρα, ένα σκάφος ρίχνει άγκυρα. Από το σημείο της επιφάνειας της λίμνης που πέφτει η άγκυρα ξεκινά εγκάρσιο κύμα. Ένας άνθρωπος που βρίσκεται σε βάρκα παρατηρεί ότι το κύμα φτάνει σ' αυτόν 50 s μετά την πτώση της άγκυρας. Το κύμα έχει ύψος 10 cm πάνω από την επιφάνεια της λίμνης, η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές του κύματος είναι 1 m, ενώ μέσα σε χρόνο 5 s το κύμα φτάνει στη βάρκα 10 φορές. Να υπολογίσετε:

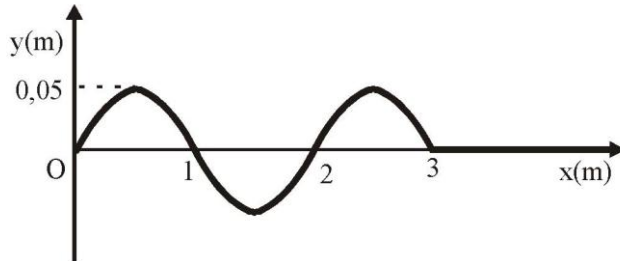
- A. Την περίοδο του κύματος που φτάνει στη βάρκα. ( $0,5\text{s}$ )
- B. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. ( $2\text{m/s}$ )
- Γ. Την απόσταση της βάρκας από το σημείο πτώσης της άγκυρας. ( $100\text{m}$ )
- Δ. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του ανθρώπου στη βάρκα. ( $40\pi\text{cm/s}$ )

2. Το σημείο O ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,05\eta\mu 8\pi t$  (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x'$ , κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο O με ταχύτητα μέτρου  $20\text{m/s}$ .

α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση. ( $0,25\text{s}$ )

- β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος. (5m)  
 γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος. ( $y=0,05\eta\mu 2\pi(4t-0,2x)$ )  
 δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής. (0,4π m/s)

3. Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 0,05$  m. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα Οx. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο  $t_1 = 0,3$  s, κατά τον οποίο το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση 3m.



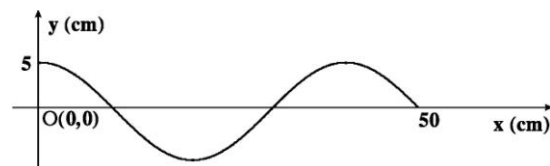
- α. Να βρείτε την ταχύτητα υ διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο. (10m/s)  
 β. Να βρείτε την περίοδο T του αρμονικού κύματος. (0,2s)  
 γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος. ( $y=0,05 \eta\mu 2\pi(5t-0,5x)$ )  
 δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ .

4. Δύο σημαδούρες Α και Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $AB = 13,5$  m και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σημαδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την Α προς την Β, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σημαδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρο» του κύματος από τη σημαδούρα Α στη Β, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι  $\pi/5$  m/s. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σημαδούρα Α και ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

- α. Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος. (6m)  
 β. Πόσο απέχει η σημαδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για 21<sup>η</sup> φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή. (121,5m)  
 γ. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σημαδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σημαδούρα Α προς τη Β. ( $y_B=0,4\eta\mu[\pi/2 \cdot (t-9)]$ ,  $t \geq 9$ s)  
 δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσης της. ( $\pi/5$  m/s)

5. Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Οx, αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή  $t = 0$ , σύμφωνα με την εξίσωση  $y = A \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}t\right)$  (y σε cm, t σε s). Το εγκάρσιο κύμα, που δημιουργείται, διαδίδεται κατά μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου. Κάποια χρονική στιγμή το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται:  $\pi^2 \approx 10$ .

- Α. Να βρείτε το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος. (4s, 40cm)  
 Β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. (0,1m/s)  
 Γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.



$$y = 0,05\eta\mu \left[ 2\pi \left( \frac{t}{4} - \frac{x}{0,4} \right) \right] \text{ (S.I.)}$$

- Δ. Να βρείτε την ενέργεια ενός πολύ μικρού τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας  $\Delta m = 8 \cdot 10^{-3}$  kg. ( $2,5 \cdot 10^{-5}$  J)

6. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x'x είναι:  
 $y=0,4\eta\mu 2\pi(2t-0,5x)$  (S.I.)

Να βρείτε :

- a. Το μήκος κύματος  $\lambda$  και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος  $u$ . *(2m, 4m/s)*  
 b. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου. *(1,6πm/s)*  
 c. Τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1,5m. *(±3π/2 rad)*  
 d. Για τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{11}{8}$  s να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να

το σχεδιάσετε. **(το στιγμιότυπο του κύματος να σχεδιαστεί με στυλό ή μολύβι στο μιλιμετρέ).**

$$(y=0,4\eta\mu(11\pi/2 - \pi x) \text{ στο S.I.})$$

7. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι:

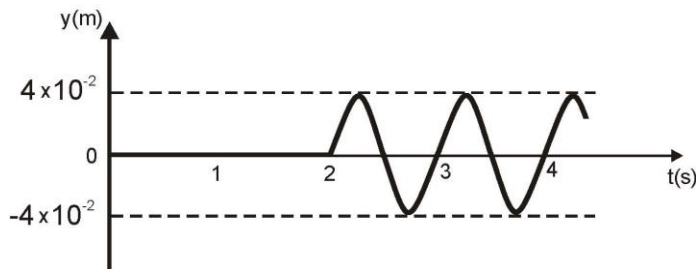
$$y=0,2\eta\mu 2\pi(t-2x) \text{ (S. I.)}$$

Να υπολογίσετε:

- Γ.1. την περίοδο και το μήκος κύματος. *(1s, 0,5m)*  
 Γ.2. την ταχύτητα του κύματος. *(2m/s)*  
 Γ.3. τη μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου. *(8m/s<sup>2</sup>)*  
 Γ.4. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $4\pi$  rad. *(1m)*

Δίδεται  $\pi^2 \approx 10$

8. Η πηγή Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t=0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση  $y=A\eta\mu\omega t$ . Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο Σ απέχει από την πηγή Ο απόσταση 10m. Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να υπολογίσετε:

1. Τη συχνότητα του κύματος. *(1Hz)*  
 2. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. *(5m/s)*  
 3. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ. *(8π·10<sup>-2</sup> m/s)*  
 B. Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος. *(y=4·10<sup>-2</sup>ημ(2πt-0,4πx) στο SI)*

9. Κατά μήκος ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα x, όπως φαίνεται στο σχήμα, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,05 \eta\mu 2\pi (2t - 5x) \text{ (S.I.)}$$

Να υπολογίσετε:

- α. τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. *(2Hz, 0,4m/s)*  
 β. τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. *(8m/s<sup>2</sup>)*  
 γ. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα  $Ox$  και παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή διαφορά φάσης  $5\pi/2$  rad. *(0,25m)*  
 δ. την ταχύτητα ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή  $t = 1,5$  s ενός σημείου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα  $Ox$  και απέχει από την αρχή  $O$  ( $x=0$ ) απόσταση 0,3 m. *(-0,628m/s)*  
 Δίνονται:  $\pi = 3,14$  και  $\pi^2 \approx 10$ .

## Ερωτήσεις Πολλαπλής επιλογής

1. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η κάθε μία παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

α. 0cm β. 10cm γ. 20cm δ. 40cm .

2. Δυο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους Α και μήκους κύματος λ. Ένα σημείο Σ βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει  $|r_1 - r_2| = 11\lambda$ , τότε το Σ ταλαντώνεται με πλάτος

α. Α. β.  $A\sqrt{2}$ . γ. 0. δ. 2Α.

3. Κατά τη συμβολή δύο κυμάτων που δημιουργούνται στην επιφάνεια υγρού από δύο σύγχρονες πηγές Α και Β, παρατηρείται ταλάντωση με μέγιστο πλάτος στα σημεία Ο της επιφάνειας, που η διαφορά ΟΑ - ΟΒ είναι

α.  $\frac{(2N+1)\lambda}{2}$  β.  $\frac{N\lambda}{2}$  γ.  $\frac{3N\lambda}{4}$  δ. Νλ

για όλες τις ακέραιες τιμές του Ν.

4. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού, ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Σ που ισαπέχει από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , είναι:

α. Α β. 2Α γ. Α/2 δ. 0

5. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της επιφάνειας του νερού τα οποία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, είναι

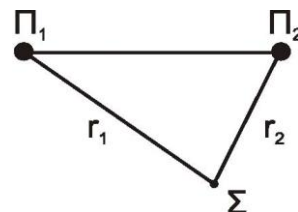
α. κύκλοι. β. ελλείψεις. γ. παραβολές. δ. υπερβολές.

## Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

1. Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος
2. Δυο πηγές εκπέμπουν κύματα με το ίδιο μήκος κύματος. Για να παρατηρηθεί το φαινόμενο συμβολής των κυμάτων αυτών σε τυχαίο σημείο, θα πρέπει οι πηγές να είναι οπωσδήποτε σύγχρονες.
3. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

## Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα, που διαδίδονται σε επιφάνεια νερού, έχουν την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος. Τα κύματα βρίσκονται σε φάση και ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ . Τα κύματα φτάνουν σε σημείο Σ που απέχει απόσταση  $r_1$  από την πηγή  $\Pi_1$  και απόσταση  $r_2$  από την πηγή  $\Pi_2$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- Α. Τί εννοούμε με τον όρο ενίσχυση του κύματος στο σημείο Σ;
  - Β. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή;
  - Γ. Τί εννοούμε με τον όρο απόσβεση του κύματος σε σημείο Σ;
  - Δ. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε απόσβεση;
2. Δύο σύμφωνες πηγές (1) και (2) δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος Α και μήκος κύματος  $\lambda = 4$  cm. Σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού απέχει  $r_1 = 17$  cm από την πηγή (1) και  $r_2 = 9$  cm από την πηγή (2).
- Α. Το πλάτος της ταλάντωσης στο σημείο Μ λόγω συμβολής είναι ίσο με

α. 0. β.  $\sqrt{2}A$ . γ.  $2A$ .

3. Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους  $A$  και συχνότητας  $4\text{Hz}$ , τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού με ταχύτητα  $20\text{cm/s}$ . Ένα σημείο που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1=17\text{cm}$  και  $r_2=12\text{cm}$  αντίστοιχα
- α. ταλαντώνεται με πλάτος  $A$ .  
 β. ταλαντώνεται με πλάτος  $2A$ .  
 γ. παραμένει ακίνητο.

4. Στην επιφάνεια υγρού συμβάλλουν δύο όμοια κύματα που δημιουργούνται από δύο σύγχρονες αρμονικές πηγές. Σε σημείο  $\Phi$  που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  έχουμε ενίσχυση όταν:

α.  $|r_1 - r_2| = (2N + \frac{1}{2})\lambda$     β.  $|r_1 - r_2| = N\lambda$     γ.  $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$

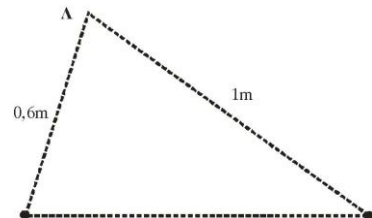
όπου  $N = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\lambda$  το μήκος κύματος.

5. Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα  $f$  και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους  $A$ . Ένα σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος  $2A$ . Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα  $2f$  και με το ίδιο πλάτος  $A$ , τότε το σημείο  $\Sigma$  θα

- α. ταλαντωθεί με πλάτος  $2A$ .  
 β. ταλαντωθεί με πλάτος  $4A$ .  
 γ. παραμένει ακίνητο.

### Θέμα 3, 4

1. Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1, \Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η εξίσωση της ταλάντωσης κάθε πηγής είναι  $y = 0,01 \cdot \eta\mu(10\pi t)$  (SI) και η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με  $1,5 \text{ m/s}$ . Ένα σημείο  $\Lambda$  της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή  $\Pi_1$  απόσταση  $0,6 \text{ m}$  και από την πηγή  $\Pi_2$  απόσταση  $1 \text{ m}$ , όπως δείχνει το σχήμα.



Οι πηγές  $\Pi_1, \Pi_2$  αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

- α. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές. **(0,3m)**  
 β. Πόση είναι η συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου  $\Lambda$  μετά την έναρξη της συμβολής; **(5Hz)**  
 γ. Να υπολογισθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου  $\Lambda$  μετά την έναρξη της συμβολής. **(0,01m)**

- δ. Να προσδιορισθεί η απομάκρυνση του σημείου  $\Lambda$  από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή  $t = \frac{4}{3} \text{ s}$ . **(0m)**

Δίνεται  $\text{syn} \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

### ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

#### Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής

1. Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τότε για τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου ισχύει ότι:
- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης  
 β. έχουν διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης  
 γ. το πλάτος ταλάντωσης τους εξαρτάται από τη θέση τους

δ. γίνεται μεταφορά ενέργειας από το ένα σημείο στο άλλο.

2. Το μήκος κύματος δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι  $\lambda$ . Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος θα είναι:

- α.  $\lambda$       β.  $\lambda/2$       γ.  $2\lambda$       δ.  $\lambda/4$ .

3. Σ' ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται

- α. έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.  
β. έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.  
γ. διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.  
δ. έχουν την ίδια φάση.

4. Σε στάσιμο κύμα δύο σημεία του ελαστικού μέσου βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών. Τότε τα σημεία αυτά έχουν

- a. Διαφορά φάσης  $\pi$ .  
b. Την ίδια φάση.  
c. Διαφορά φάσης που εξαρτάται από την απόστασή τους.  
d. Διαφορά φάσης  $\pi/2$ .

5. Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με  $L$ . Τέσσερα (4) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε:

$$\alpha. L=3\lambda \quad \beta. L=2\lambda \quad \gamma. L = \frac{3\lambda}{2} \quad \delta. L = \frac{2\lambda}{3}$$

6. Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.  
β. έχουν την ίδια φάση.  
γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.  
δ. είναι ακίνητα.

7. Τα σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα και τα οποία βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν

- α. διαφορετική περίοδο ταλάντωσης.  
β. διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.  
γ. διαφορά φάσης  $\pi$  (rad).  
δ. ίδια φάση.

### Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

- Σε στάσιμο κύμα τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται, διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- Με τα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου σε άλλο σημείο του ίδιου μέσου.
- Σε στάσιμο κύμα, μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, όλα τα σημεία έχουν την ίδια φάση.
- Στα στάσιμα κύματα, τα σημεία που παρουσιάζουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται κοιλίες.
- Όταν σε μια ελαστική χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, τότε όλα τα σημεία της χορδής διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.
- Σε ένα στάσιμο κύμα τα σημεία με μηδενικό πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται δεσμοί του στάσιμου κύματος.
- Σε ένα στάσιμο κύμα, τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν φάσεις που διαφέρουν κατά  $\pi$ .

### Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

- Τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα ονομάζονται .....

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

- Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας  $f_1$ . Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δύο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας  $f_2$ , που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών.

Η συχνότητα  $f_2$  είναι ίση με:      **α.**  $\frac{4}{3} f_1$ .    **β.**  $\frac{8}{3} f_1$ .      **γ.**  $\frac{5}{3} f_1$ .

2. Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση  $y = 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cdot \eta\mu 2\pi t$ , όπου τα  $x, y$  είναι σε cm και το  $t$  σε s.

Το μήκος κύματος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα είναι:

**α.** 2 cm                      **β.** 4 cm                      **γ.** 8 cm .

### Θέμα 3, 4

1. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 0,08m και μήκους κύματος 2m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'$ . Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση  $x = 0$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s .

**α.** Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής. (50Hz)

**β.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο S.I. ( $y=0,08\eta\mu 2\pi(50t-0,5x)$ )

**γ.** Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας 0,002 kg. (Να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο). (0,64J)

**δ.** Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς, και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση  $x = 0$ . Να υπολογίσετε στο θετικό ημίαξονα τη θέση του 11<sup>ου</sup> δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση  $x = 0$ . (10,5m)  
Δίνεται:  $\pi^2 = 10$ .

2. Κατά μήκος του άξονα  $x'$  εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_1$  της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A\eta\mu 30\pi t \quad (\text{SI})$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_2$ , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου  $\Pi_1$ , περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A\eta\mu \left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{SI})$$

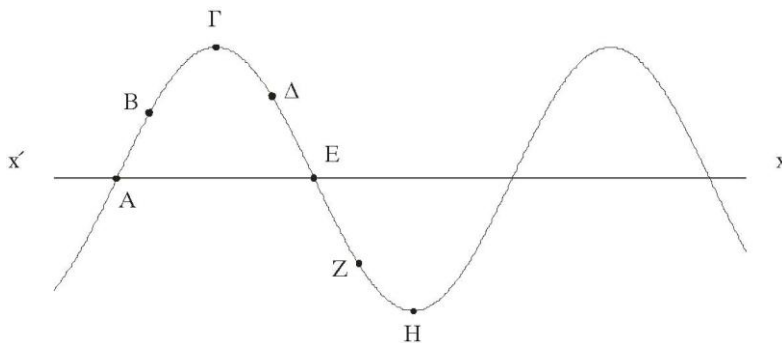
Η απόσταση μεταξύ των σημείων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

**α.** Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

**β.** Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος; (10,8m/s)

**γ.** Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος. (0,115m)

**δ.** Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z; ( $B \uparrow$   $\Delta \downarrow$   $Z \downarrow$ )

**ε.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.



$$\left( y' = 0,115\eta\mu 2\pi\left(15t - \frac{100}{72}x\right) \right)$$

Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

3. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί OA μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του A είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση  $x=L$ , ενώ το άκρο O που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση  $x=0$  εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σημείο  $x=0$  βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος. (0,2s)

β. Να υπολογίσετε το μήκος L. (0,9m)

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος. ( $y=0,05\sigma\upsilon\nu 5\pi x\eta\mu 10\pi t$ )

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου  $x=0$  κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή  $y=+0,03$  m. (0,4π m/s)

Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

4. Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι  $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{4} \cdot \eta\mu 20\pi t$ , όπου x, y δίνονται σε cm

και t σε s. Να βρείτε:

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος. (10cm, 10Hz, 8cm)

β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.

γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή  $t=0,1$  s ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει 3cm από το σημείο

$x=0$ .

( $-314\sqrt{2}$  cm/s)

δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων  $x_A=3$  cm και  $x_B=9$  cm.

(4cm, 8cm)

Δίνονται:  $\pi=3,14$  και  $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα x'x έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,1\sigma\upsilon\nu\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t \text{ (SI)}.$$

Στη θέση  $x = 0$  εμφανίζεται κοιλία, και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

α. Να υπολογιστεί η συχνότητα f και η ταχύτητα u των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα.

(5Hz, 10m/s)

β. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή  $t_1=1/40$  s η απομάκρυνση ενός σημείου K του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_K=1/4$  m.

(0,05m)

γ. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων M και N του ελαστικού μέσου που

βρίσκονται στις θέσεις  $x_M = 10,25$  m και  $x_N = 14,75$  m αντίστοιχα.

(τέσσερις)

Δίνονται:  $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

## Η/Μ ΚΥΜΑΤΑ

### Ερωτήσεις Πολλαπλής επιλογής

1. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:

α. είναι διαμήκη.

β. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

γ. διαδίδονται σε όλα τα μέσα με την ίδια ταχύτητα.

δ. Δημιουργούνται από σταθερό μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

2. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα

α. είναι διάμηκες.

- β. είναι εγκάρσιο όπου τα διανύσματα του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους.  
 γ. παράγεται από σταθερό ηλεκτρικό ή σταθερό μαγνητικό πεδίο.  
 δ. έχει ως αίτιο την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς από τα στοιχεία της **Στήλης I** του παρακάτω πίνακα και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα από τα στοιχεία της **Στήλης II** που αντιστοιχεί σε αυτόν. (Στη **Στήλη II** περισεύει μια κατηγορία).

Στήλη I (Ιδιότητες ή εφαρμογές των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)	Στήλη II (Κατηγορίες ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)
1. Λήψη ακτινογραφιών.	α. Ραδιοκύματα.
2. Λειτουργία τηλεόρασης.	β. Μικροκύματα.
3. Απορρόφηση από το όζον της στρατόσφαιρας.	γ. Υπέρυθρες.
4. Λειτουργία ραντάρ.	δ. Υπεριώδεις.
5. Εκπομπή από θερμά σώματα.	ε. Ακτίνες Χ.
	στ. Ακτίνες γ .

4. Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο:  
 α. της συμβολής. β. της διάθλασης. γ. της περίθλασης. δ. της ολικής ανάκλασης
5. Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο  
 α. έχουν διαφορά φάσης ίση με  $\pi/2$ .  
 β. έχουν λόγο  $B/E=c$ .  
 γ. έχουν διανύσματα που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.  
 δ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
6. Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την κεραία, τα διανύσματα της έντασης (E) του ηλεκτρικού και της έντασης (B) του μαγνητικού πεδίου είναι σε κάθε στιγμή  
 α. παράλληλα και ισχύει  $E = B \cdot c$ .  
 β. κάθετα και ισχύει  $E = B \cdot c$ .  
 γ. είναι παράλληλα και ισχύει  $B = E \cdot c$ .  
 δ. είναι κάθετα και ισχύει  $B = E \cdot c$ .
7. Τα δύο άκρα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, με βάση τα μήκη κύματός των, είναι:  
 α. η ιώδης και η ερυθρή ακτινοβολία.  
 β. η υπεριώδης και η υπέρυθη ακτινοβολία.  
 γ. οι ακτίνες Χ και οι ακτίνες γ.  
 δ. οι ακτίνες γ και τα ραδιοφωνικά κύματα.
8. Τα ραντάρ χρησιμοποιούν  
 α. υπεριώδη ακτινοβολία.  
 β. μικροκύματα.  
 γ. ακτίνες Χ.  
 δ. ακτίνες γ.
9. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:  
 α. είναι εγκάρσια και διαμήκη.  
 β. είναι μόνο εγκάρσια.

- γ. είναι μόνο διαμήκη.  
δ. είναι μόνο στάσιμα.

10. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

- α. διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.  
β. έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.  
γ. διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.  
δ. είναι διαμήκη.

11. Ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται

- α. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο είναι ακίνητο.  
β. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.  
γ. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο επιταχύνεται.  
δ. από σταθερό μαγνητικό πεδίο.

12. Για κάθε ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, με ταχύτητα  $c$ , ο λόγος του μέτρου της έντασης  $B$  του μαγνητικού πεδίου του κύματος προς το μέτρο της έντασης  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος, στο ίδιο σημείο και την ίδια χρονική στιγμή, είναι

- α.  $c$                       β.  $c^2$                       γ.  $1/c$                       δ.  $1/c^2$

13. Στον παρακάτω πίνακα, στη Στήλη I αναφέρονται διάφορα είδη ακτινοβολίας, ενώ στη Στήλη II αναφέρονται ιδιότητες ή χρήσεις ή προέλευση των ακτινοβολιών.

Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς της Στήλης I και, ακριβώς δίπλα σε κάθε αριθμό, ένα γράμμα από τη Στήλη II, ώστε να δημιουργείται σωστή αντιστοίχιση. (Ένα δεδομένο της Στήλης II περισσεύει).

Στήλη I	Στήλη II
1. Ραδιοκύματα	α. Ραντάρ
2. Μικροκύματα	β. Μαύρισμα της επιδερμίδας
3. Υπέριθρες ακτίνες	γ. Ραδιόφωνο
4. Υπεριώδεις ακτίνες	δ. Αύξηση της θερμοκρασίας
5. Ακτίνες γ	ε. Όραση
	στ. Ραδιενεργοί πυρήνες

14. Από τις ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες: μικροκύματα, ορατό φως, υπεριώδης ακτινοβολία και ακτίνες X μεγαλύτερο μήκος κύματος:

- α. έχουν τα μικροκύματα.                      β. έχει το ορατό φως.  
γ. έχει η υπεριώδης ακτινοβολία.              δ. έχουν οι ακτίνες X.

15. Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται στο κενό, ο λόγος της έντασης  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου προς την ένταση  $B$  του μαγνητικού πεδίου ισούται με

- α.  $c^2$               β.  $c$               γ.  $1/c$               δ.  $1/c^2$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

**Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος**

- Τα ραδιοκύματα διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης του φωτός.
- Τα μικροκύματα παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα.
- Ένα φορτίο που κινείται με σταθερή ταχύτητα στο κενό εκπέμπει διάμηκες ηλεκτρομαγνητικό κύμα.
- Κατά τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δεν διαδίδεται ενέργεια.
- Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος κοντά στην κεραία έχουν διαφορά φάσης μηδέν.
- Το μήκος κύματος του ορατού φωτός στο κενό κυμαίνεται από 400nm έως 700nm.
- Το ορατό φως είναι μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας την οποία ανιχνεύει το ανθρώπινο μάτι.
- Η μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος 500 nm στο κενό είναι ορατή.
- Ένα κατεργασμένο διαμάντι (με πολλές έδρες), που περιβάλλεται από αέρα, λαμποκοπά στο φως επειδή έχει μεγάλη κρίσιμη γωνία.
- Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- Το όζον της ατμόσφαιρας απορροφά την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- Οι ακτίνες γ έχουν μήκος κύματος της τάξεως των μερικών nm.
- Ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- Οι ακτίνες X έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.
- Η μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος 500nm είναι ορατή.

16. Όταν ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, τότε γύρω του παράγεται ηλεκτρομαγνητικό κύμα.  
 17. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια.  
 18. Όταν αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης, τότε εκπέμπεται ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

### Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

1. Αιτία δημιουργίας ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Να εξετάσετε αν η εξίσωση  $E = 75\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10}t - 4 \cdot 10^4x)$  περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό. Όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο S.I. ( ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  )
2. Μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda_0$  περνάει από τον αέρα (κενό) σε διαφανές μέσο. Να εξηγήσετε, γιατί το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο μέσο αυτό δεν μπορεί να αυξηθεί.
3. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $E = 30\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$ . Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $B = 10^{-7}\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$ .  
 Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
4. Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου E η ένταση ηλεκτρικού πεδίου και B η ένταση μαγνητικού πεδίου:  
 α.  $E = 75\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10}t - 4 \cdot 10^4x)$   $B = 25 \cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10}t - 4 \cdot 10^4x)$  (SI)  
 β.  $E = 300\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$   $B = 100 \cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$  (SI)  
 γ.  $E = 150\eta\mu 2\pi(9 \cdot 10^{10}t - 3 \cdot 10^2x)$   $B = 50 \cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(9 \cdot 10^{10}t + 3 \cdot 10^2x)$  (SI)
- Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό;  
 Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .
5. Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλασης n είναι:  $E = 100\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{12}t - 6 \cdot 10^4x)$  (όλα τα μεγέθη στο S.I.).  
 Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , ο δείκτης διάθλασης του υλικού είναι:  
 α. 1,2 β. 1,5 γ. 2
6. Οι παρακάτω εξισώσεις περιγράφουν ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό και ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα  
 $E = 3 \cdot 10^2\eta\mu 2\pi(8 \cdot 10^{11}t - 4 \cdot 10^3x)$  (S.I.)  
 $B = 10^{-6}\eta\mu 2\pi(8 \cdot 10^{11}t - 4 \cdot 10^3x)$  (S.I.)  
 Οι εξισώσεις αυτές  
 α. μπορεί να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό (H/M) κύμα που διαδίδεται στο κενό.  
 β. μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα που διαδίδεται σε ένα υλικό.  
 γ. δεν μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα.  
 Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Θέμα 3, 4

1. Η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

περιγράφεται από την εξίσωση  $E = 9 \cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi(10^8t - \frac{x}{\lambda})$  (S.I.)

A. Να υπολογίσετε:

1. Τη μέγιστη τιμή  $B_{\max}$  του μαγνητικού πεδίου. (  $3 \cdot 10^{-11} \text{ T}$  )
2. Το μήκος κύματος αυτού του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. (  $3 \text{ m}$  )
3. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο. (  $B = 3 \cdot 10^{-11}\eta\mu 2\pi(10^8t - \frac{x}{3})$  (S.I.) )

Β. Το κύμα αυτό φτάνει στην κεραία ραδιοφωνικού δέκτη του οποίου το κύκλωμα επιλογής LC έχει πηνίο με τιμή

$$\text{συντελεστή αυτεπαγωγής } L = \frac{1}{50\pi^2} \text{ H.}$$

Για ποια τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή συντονίζεται ο δέκτης;

( $1,25 \cdot 10^{-15} \text{ F}$ )

## ΑΝΑΚΛΑΣΗ – ΔΙΑΘΛΑΣΗ

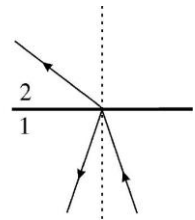
### Ερωτήσεις Πολλαπλής επιλογής

1. Το βάθος μιας πισίνας φαίνεται από παρατηρητή εκτός της πισίνας μικρότερο από το πραγματικό, λόγω του φαινομένου της:

**α.** ανάκλασης **β.** διάθλασης **γ.** διάχυσης **δ.** ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

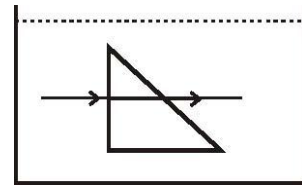
2. Μονοχρωματική ακτινοβολία εισέρχεται στο μέσο 2 από το μέσο 1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $f_1$  και  $f_2$  είναι οι συχνότητες,  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  τα μήκη κύματος,  $u_1$  και  $u_2$  οι ταχύτητες και  $n_1$  και  $n_2$  οι δείκτες διάθλασης στα δύο μέσα αντίστοιχα, θα ισχύει ότι

**α.**  $f_1 > f_2$ . **β.**  $n_1 < n_2$ . **γ.**  $u_1 > u_2$ . **δ.**  $\lambda_1 < \lambda_2$ .



3. Γυάλινο πρίσμα είναι βυθισμένο εξ ολοκλήρου σε υγρό. Μονοχρωματική ακτινοβολία διαδίδεται, όπως δείχνει το σχήμα. Αν το πρίσμα και το υγρό έχουν δείκτες διάθλασης  $n_1$  και  $n_2$  αντίστοιχα, τότε ισχύει:

**α.**  $n_1 > n_2$ . **β.**  $n_2 > n_1$ . **γ.**  $n_1 = n_2$ . **δ.**  $n_2 = 2n_1$ .



4. Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται :

**α.** μέγιστη γωνία **β.** ελάχιστη γωνία **γ.** μηδενική γωνία **δ.** κρίσιμη γωνία.

5. Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης ...

**α.** περιορίζονται μόνο στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που ανιχνεύει ο ανθρώπινος οφθαλμός.

**β.** δεν αφορούν την υπέρυθη και υπεριώδη ακτινοβολία.

**γ.** περιορίζονται μόνο στα ραδιοκύματα.

**δ.** είναι κοινά σε όλα τα είδη των κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.

6. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα  $n_1$  και  $n_2$  με  $n_1 > n_2$ . Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά

**α.** υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.

**β.** η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

**γ.** η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.

**δ.** η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

7. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός μεταβαίνει από διαφανές μέσο Α σε άλλο διαφανές μέσο Β. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι  $\theta_a = 30^\circ$  και η γωνία διάθλασης είναι  $\theta_b = 45^\circ$ , τότε η ταχύτητα διάδοσης της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο μέσο Β είναι

**α.** μικρότερη από αυτή στο μέσο Α.

**β.** ίση με αυτή στο μέσο Α.

**γ.** μεγαλύτερη από αυτή στο μέσο Α.

**δ.** εξαρτάται από τη συχνότητα της μονοχρωματικής ακτινοβολίας.

8. Ένα αντικείμενο βυθισμένο μέσα στο νερό, φαίνεται να βρίσκεται πιο κοντά στην επιφάνεια του νερού. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο της

α. ανάκλασης.      β. διάθλασης.      γ. διάχυσης.      δ. συμβολής.

9. Το φαινόμενο της ανάκλασης παρατηρείται
- Μόνο στα εγκάρσια κύματα
  - Μόνο στα διαμήκη κύματα
  - Μόνο στα φωτεινά κύματα
  - Σε όλα τα είδη κυμάτων
10. Μονοχρωματική δέσμη φωτός εισέρχεται (από το κενό) σε γυάλινη πλάκα με δείκτη διάθλασης 1,5 .  
Της δέσμης αυτής μέσα στο γυαλί
- το μήκος κύματος θα αυξηθεί.
  - η συχνότητα θα αυξηθεί.
  - η συχνότητα θα μειωθεί.
  - το μήκος κύματος θα μειωθεί.
11. Μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda_0$  και συχνότητας  $f_0$  στο κενό, εισέρχεται από το κενό σε ένα οπτικό μέσο. Αν  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος και  $f$  είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας στο οπτικό μέσο, τότε,
- $\lambda < \lambda_0$  .
  - $\lambda > \lambda_0$  .
  - $f < f_0$  .
  - $f > f_0$  .
12. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:
- δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
  - είναι διαμήκη.
  - δεν διαδίδονται στο κενό.
  - παράγονται από την επιτάχυνση ηλεκτρικών φορτίων.
13. Από τις παρακάτω μονοχρωματικές ακτινοβολίες το μεγαλύτερο μήκος κύματος στο κενό έχει η
- ερυθρή.
  - κίτρινη.
  - πράσινη.
  - ιώδης.

### Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

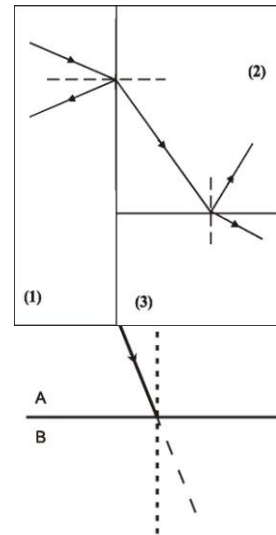
- Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται όταν αυτή περνά από ένα διαφανές μέσο (π.χ. γυαλί) στον αέρα.
- Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.
- Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτης διάθλασης  $n_1 \neq n_2$ , το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.
- Οι νόμοι της διάθλασης ισχύουν και για μηχανικά κύματα.
- Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει μόνο όταν το φως μεταβαίνει από μέσο (α) σε μέσο (β) για τα οποία ισχύει  $n_a > n_b$
- Ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο υλικό προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό ονομάζεται δείκτης διάθλασης του υλικού.
- Διάχυση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο, μετά από ανάκλαση δέσμης παράλληλων ακτίνων, οι ανακλώμενες ακτίνες δεν είναι πια παράλληλες μεταξύ τους.
- Κατά την ανάκλαση η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη και η κάθετη στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.
- Κατά την είσοδο μονοχρωματικής ακτίνας φωτός από τον αέρα στο νερό είναι δυνατόν να επιτευχθεί ολική ανάκλαση.
- Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.
- Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στα μηχανικά κύματα.
- Στο φαινόμενο της διάχυσης, οι ανακλώμενες ακτίνες είναι παράλληλες μεταξύ τους.
- Ο δείκτης διάθλασης  $n$  ενός οπτικού υλικού είναι μεγαλύτερος της μονάδας.

### Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

- Το φαινόμενο στο οποίο παράλληλες φωτεινές ακτίνες μετά την ανάκλασή τους σε κάποια επιφάνεια δεν είναι πια παράλληλες, ονομάζεται .....

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της επιλογής)

1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η πορεία μιας ακτίνας μονοχρωματικού φωτός η οποία διέρχεται από τρία διαφανή υλικά (1), (2) και (3), με δείκτες διάθλασης  $n_1$ ,  $n_2$  και  $n_3$  αντίστοιχα.



Ποια σχέση ικανοποιούν οι δείκτες διάθλασης;

**α.**  $n_3 > n_2 > n_1$  **β.**  $n_3 = n_2 > n_1$  **γ.**  $n_1 > n_2 > n_3$ .

2. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στο οπτικό μέσο A με δείκτη διάθλασης  $n_A$  προσπίπτει με γωνία μικρότερη της κρίσιμης στη διαχωριστική επιφάνεια με άλλο διαφανές οπτικό μέσο B με δείκτη διάθλασης  $n_B$ , όπου  $n_B < n_A$ .

**A.** Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε τη διαθλωμένη ακτίνα.

**B.** Ποια από τις δύο γωνίες είναι μεγαλύτερη;

**α.** η γωνία προσπίπτωσης,

**β.** η γωνία διαθλάσεως.

3. Μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται στο γυαλί προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του γυαλιού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης  $\theta_\alpha$  τέτοια ώστε  $3\eta\mu\theta_\alpha = 2$ . Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι  $n_\alpha = 2$ . Η ακτινοβολία θα:

**α.** διαθλαστεί και θα εξέλθει στον αέρα.

**β.** κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.

**γ.** ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

4. Ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος  $\lambda_1$  διαδίδεται σε ένα μέσο με ταχύτητα  $u_1$ . Όταν το κύμα εισέλθει σε δεύτερο μέσο διαδίδεται με ταχύτητα  $u_2$  ( $u_2 \neq u_1$ ). Το μήκος κύματος στο δεύτερο μέσο θα είναι

**α.**  $\lambda_2 = \lambda_1(u_2/u_1)$ . **β.**  $\lambda_2 = \lambda_1(u_1/u_2)$ . **γ.**  $\lambda_2 = \lambda_1$ .

5. Κολυμβητής βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και παρατηρεί τον ήλιο.

\* Ήλιος

Η θέση που τον βλέπει είναι

**α.** πιο ψηλά από την πραγματική του θέση.

**β.** ίδια με την πραγματική του θέση.

**γ.** πιο χαμηλά από την πραγματική του θέση.

Αέρας

Νερό



6. Στη διαχωριστική επιφάνεια του υλικού A με τον αέρα, για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(A)} = 0,8$ . Για το υλικό B στη διαχωριστική επιφάνειά του με τον αέρα, είναι  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(B)} = 0,2$ . Τα υλικά A και B είναι οπτικά πυκνότερα από τον αέρα. Τότε:

**α.** Το υλικό A είναι οπτικά πυκνότερο του B και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,25$ .

**β.** Το υλικό B είναι οπτικά πυκνότερο του A και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,25$ .

**γ.** Το υλικό A είναι οπτικά πυκνότερο του B και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,6$ .

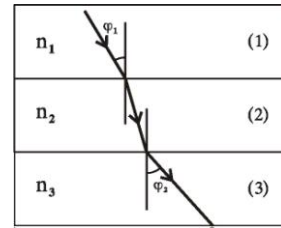
**δ.** Το υλικό B είναι οπτικά πυκνότερο του A και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,6$ .

7. Μονοχρωματική ακτίνα μεταβαίνει από τον αέρα στο γυαλί και η γωνία πρόσπτωσης είναι  $45^\circ$ . Η γωνία διάθλασης θα είναι

**α.** μεγαλύτερη από  $45^\circ$  **β.** μικρότερη από  $45^\circ$  **γ.** ίση με  $45^\circ$



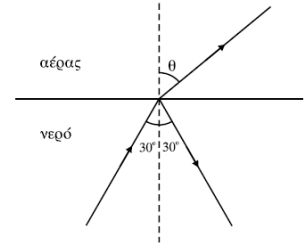
8. Λεπτή μονοχρωματική δέσμη φωτός διασχίζει διαδοχικά τα οπτικά μέσα (1), (2), (3), με δείκτες διάθλασης  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν  $n_2 > n_1$ , τότε :

- α.  $n_1 = n_3$                       β.  $n_1 < n_3$                       γ.  $n_1 > n_3$

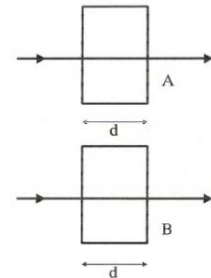
9. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαδίδεται στο νερό και προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνειά του με γωνία  $30^\circ$ . Η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα



Αν  $v$  είναι η ταχύτητα του φωτός στο νερό και  $c$  στον αέρα, τότε ισχύει

- α.  $v < c/2$ ,      β.  $v = c/2$ ,      γ.  $v > c/2$   
 Δίνεται ότι  $\eta\mu 30^\circ = 1/2$

10. Στο σχήμα φαίνονται δύο όμοια διαφανή πλακίδια Α, Β σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με δείκτες διάθλασης  $n_A$ ,  $n_B$  αντίστοιχα, όπου  $n_A > n_B$ .



Στα πλακίδια προσπίπτουν συγχρόνως δύο όμοιες μονοχρωματικές δέσμες φωτός.

- α. Πρώτα εξέρχεται η δέσμη από το πλακίδιο Α.  
 β. Πρώτα εξέρχεται η δέσμη από το πλακίδιο Β.  
 γ. Οι δέσμες εξέρχονται ταυτόχρονα.

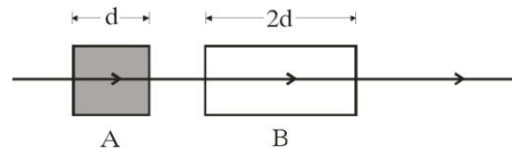
11. Μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda_0$  στο κενό περνάει από το μέσον α με δείκτη διάθλασης  $n_\alpha$  στο μέσον β με δείκτη διάθλασης  $n_\beta$  προσπίπτοντας κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων. Αν  $n_\alpha = 2n_\beta$ , τότε το μήκος κύματος  $\lambda_\beta$  της ακτινοβολίας στο μέσον β και το μήκος κύματος  $\lambda_\alpha$  της ακτινοβολίας στο μέσο α ικανοποιούν τη σχέση

- α.  $\lambda_\beta = \lambda_\alpha / 2$                       β.  $\lambda_\beta = 2\lambda_\alpha$       γ.  $\lambda_\beta = 4\lambda_\alpha$

12. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Αν η ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στο γυαλί είναι  $v$  και στον αέρα  $c$  ( $v \neq c$ ), τότε για την κρίσιμη γωνία  $\theta_{crit}$  ισχύει η σχέση

- α.  $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{c}{v}$                       β.  $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{v}{c}$                       γ.  $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{v^2}{c^2}$

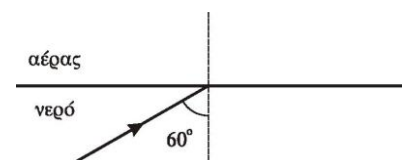
13. Μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda_0$  στο κενό, διαπερνά κάθετα δύο πλακίδια Α και Β, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο πλακίδια βρίσκονται στο κενό.



Το πάχος του πλακιδίου Β είναι διπλάσιο από το πάχος του πλακιδίου Α και η ακτινοβολία τα διαπερνά σε ίσους χρόνους. Αν  $\lambda_A$  και  $\lambda_B$  είναι τα μήκη κύματος αυτής της ακτινοβολίας μέσα στα πλακίδια Α και Β αντίστοιχα, τότε

- α.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2$                       β.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{2}$                       γ.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4}$

14. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προερχόμενη από το νερό προσπίπτει με γωνία  $60^\circ$  στη διαχωριστική επιφάνεια νερού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ακτίνα μετά την πρόσπτωσή της στη διαχωριστική επιφάνεια

α. εξέρχεται στον αέρα.

β. δεν εξέρχεται στον αέρα.

γ. κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.

Δίνονται: ο δείκτης διάθλασης του νερού για αυτήν την ακτινοβολία  $n_{\nu} = \frac{4}{3}$ , ο δείκτης διάθλασης του αέρα  $n_{\alpha}=1$ , το  $\eta_{\mu 50^{\circ}}=0,75$  και το  $\eta_{\mu 60^{\circ}}=0,87$

### Θέμα 3, 4

1. Η κοινή φάση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι  $2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)$  στο σύστημα SI.

α. Ναδειχθεί ότι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό.

β. Όταν το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται σε ένα γυαλί έχει μήκος κύματος 2,5 mm. Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού αυτού. (2)

γ. Αναφερόμαστε στη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό. Τα πεδία του περιγράφονται από τις

$$60 \eta\mu[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (1)$$

$$2 \cdot 10^{-7} \eta\mu[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (2)$$

στο σύστημα SI.

Να αιτιολογήσετε ποια από τις (1), (2) περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο και ποια το μαγνητικό πεδίο.

Δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό είναι  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

## ΚΡΟΥΣΕΙΣ

### Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος

1. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
2. Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
3. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας
4. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
5. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
6. Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
7. Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
8. Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
9. Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει  $\vec{u}' = -\vec{u}$  ( $\vec{u}$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση,  $\vec{u}'$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
10. Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει  $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$  ( $\vec{p}_{\text{πριν}}$  η ορμή του συστήματος πριν την κρούση,  $\vec{p}_{\text{μετά}}$  η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
11. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
12. Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
13. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
14. Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
15. Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
16. Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
17. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

### Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

1. Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....

### Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή:
  - α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
  - β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
  - γ. η ορμή κάθε σφαίρας
  - δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
2. Σε κάθε κρούση ισχύει
  - α. η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
  - β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
  - γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
  - δ. όλες οι παραπάνω αρχές.
3. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:
  - α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
  - β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
  - γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
  - δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.
4. Σε μια κρούση δύο σφαιρών
  - α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.
  - β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.

- γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.  
 δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.
5. Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται  
 α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.  
 β. η ορμή του συστήματος.  
 γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.  
 δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.
6. Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u$ . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $2u$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:  
 α. 0.                    β.  $mu$ .            γ.  $2mu$ .            δ.  $3mu$ .
7. Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων  
 α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.  
 β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.  
 γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.  
 δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
8. Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:  
 α. ελαστική                    β. ανελαστική                    γ. πλαστική                    δ. έκκεντρη
9. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:  
 α. είναι πάντα μη κεντρική.  
 β. είναι πάντα πλαστική.  
 γ. είναι πάντα κεντρική.  
 δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.
10. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε  
 α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.  
 β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.  
 γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.  
 δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.
11. Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται  
 α. η ορμή κάθε σφαίρας.  
 β. η ορμή του συστήματος.  
 γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.  
 δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.
12. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους  
 α. κάθετες                    β. παράλληλες                    γ. ίσες                    δ. σε τυχαίες διευθύνσεις
13. Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,  
 α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.  
 β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.  
 γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.  
 δ. οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $u$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο  
 α.  $2u$ .                    β.  $u/2$ .                    γ.  $u/3$ .

2. Σώμα μάζας  $m$ , το οποίο έχει κινητική ενέργεια  $K$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $4m$ . Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

α.  $\frac{5}{4}K$       β.  $K$       γ.  $\frac{7}{4}K$

3. Σφαίρα μάζας  $m$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $u_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση.

4. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.

5. Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση

οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος  $\frac{m_1}{m_2}$  των μαζών των δύο σφαιρών είναι:

α. 1      β.  $\frac{1}{2}$       γ.  $\frac{1}{3}$

6. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι

α. 50%.      β. 100%.      γ. 75%.

7. Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $u_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το  $1/5$  της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει :

α.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{4}$       β.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$       γ.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

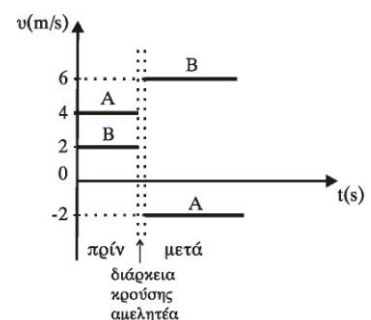
8. Ένα αυτοκίνητο Α μάζας  $M$  βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το  $1/3$  της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$       β.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$       γ.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$

9. Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο διάγραμμα.

Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι:

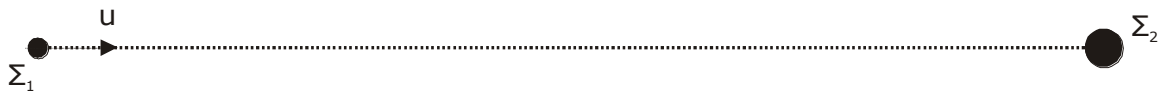
α.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$       β.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$       γ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$       δ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$



10. Σώμα μάζας  $m_A$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_A$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_B=2m_A$ . Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

$$\alpha. \Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{6} \quad \beta. \Delta K = -\frac{m_A u_A^2}{3} \quad \gamma. \Delta K = -\frac{2m_A u_A^2}{3}$$

11. Μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $u$  συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2m$ .

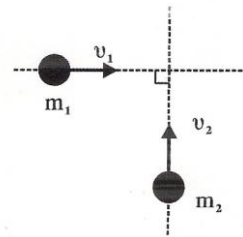


Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση κινητική ενέργεια του συστήματος των 2 σωμάτων

- α. αυξήθηκε      β. παρέμεινε η ίδια γ. ελαττώθηκε

12. Δύο σώματα με μάζες  $m_1=2$  kg και  $m_2=3$  kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες  $u_1=4$  m/s και  $u_2=2$  m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

- α. 5 J      β. 10 J      γ. 20 J



13. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων A και B που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

- α. 1/2      β. 2      γ. 1

14. Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν  $\Delta K_1$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  και  $\Delta K_2$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

$$\alpha. \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1 \quad \beta. \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1 \quad \gamma. \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

15. Δύο σώματα A και B, με μάζες  $3m$  και  $m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα B αρχική ταχύτητα  $u$  έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα A. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος B μετά την κρούση;

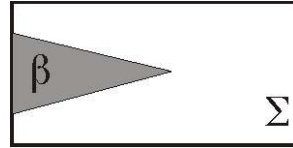
- α.  $-u/2$       β.  $u/2$       γ.  $u/4$

16. Ακίνητο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u = 100$  m/s σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma$  και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι  $V = 2$  m/s, τότε ο λόγος των μαζών  $M/m$  είναι ίσος με:

- α. 50      β. 1/25      γ. 49

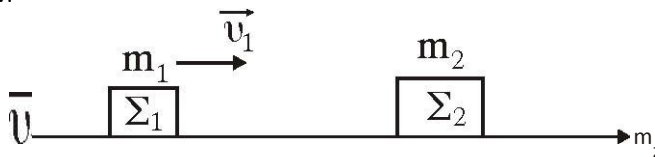
## Θέμα 3, 4

1. Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1$  kg και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2$  kg. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια  $100$  J. Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.



- α. Για  $K = 100$  J θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.  
 β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); **(120J)**  
 γ. Για ποια τιμή του λόγου  $m/M$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100$  J σφηνώνεται ολόκληρο στο ( $\Sigma$ ); **(0)**

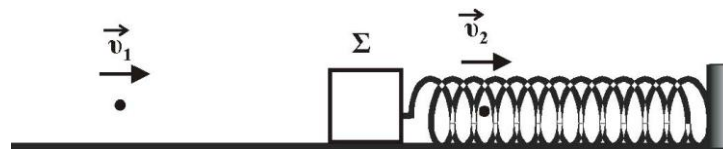
2. Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1$ kg και ταχύτητα  $u_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'$  χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3$ kg που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- α. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'$ .  
 β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.  
 γ. Να υπολογίσετε το λόγο  $K_2/K_1$  όπου  $K_2$  η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και  $K_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση. **(1/4)**  
 δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος  $K_2/K_1$  μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας  $m_1$  εκκινεί με ταχύτητα

διπλάσια της  $u_1$ . (  $\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$  )

3. Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M = 0,1$  kg είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές.



Βλήμα μάζας  $m = 0,001$  kg κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u_1 = 200$  m/s διαπερνά ακαριαία το σώμα  $\Sigma$  και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται  $u_2 = u_1/2$ . Να βρεθούν:

- α. Η ταχύτητα  $v$  με την οποία θα κινηθεί το σώμα  $\Sigma$  αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος. **(1m/s)**  
 β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου. **(0,01m)**  
 γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma$ . **(0,0628s)**  
 δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση. **(14,95J)**

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου  $k = 1000$  N/m.

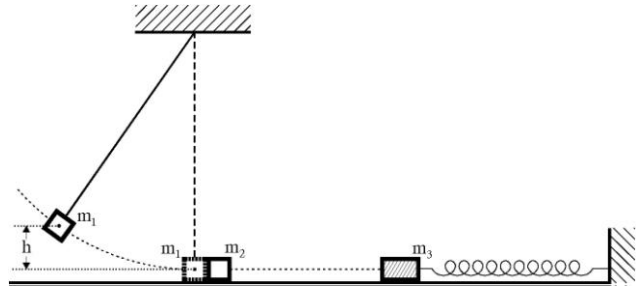
4. Σώμα μάζας  $m_1 = 0,1$  kg που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $u_1=2$ m/sec και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ , όπου  $m_2 = m_1$ .

Το σώμα μάζας  $m_2$ , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας  $m_3 = 0,7$  kg. Το σώμα μάζας  $m_3$  είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=20$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας  $m_2$ . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.



Να υπολογίσετε:

- α. το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας  $m_1$ . **(0,2m)**  
 β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$ , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας  $m_3$ . **(2m/s)**  
 γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση. **(0,05m)**  
 δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο  $\frac{\pi}{15}$  s από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

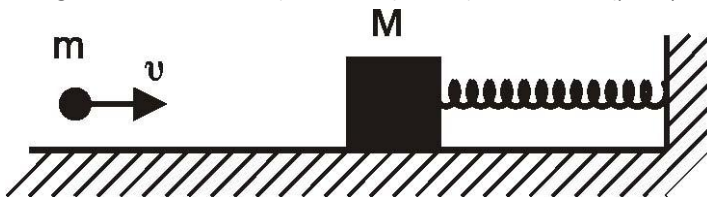


**(0,1Kg m/s)**

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\text{συν} \frac{\pi}{3} = 0,5$ .

5. Ακίνητο σώμα μάζας  $M=9 \cdot 10^2 \text{ kg}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K=1000 \text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Βλήμα μάζας  $m=1 \cdot 10^2 \text{ kg}$  που κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u$ , συγκρούεται με το



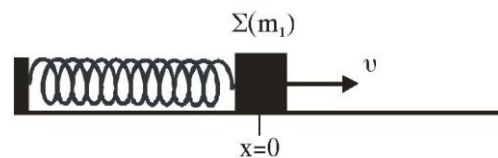
ακίνητο σώμα μάζας  $M$  και σφηνώνεται σ' αυτό.

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A=0,1 \text{ m}$ .

A. Να υπολογίσετε:

- α. την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος. **(0,0628s)**  
 β. την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. **(10m/s)**  
 γ. την ταχύτητα  $u$ , με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας  $M$ . **(100m/s)**  
 B. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο. **( $x=0,1\eta\mu 100t$ )**

6. Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m_1$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα  $\Sigma$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά.



Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  δίνεται από τη σχέση  $x = 0,1\eta\mu 10t$  (SI). Η ολική ενέργεια

της ταλάντωσης είναι  $E = 6 \text{ J}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$  στο σώμα  $\Sigma$  σφηνώνεται βλήμα μάζας  $m_2 = \frac{m_1}{2}$  κινούμενο με ταχύτητα  $u_2$  κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A' = 0,1\sqrt{6} \text{ m}$ .

- α. Να υπολογίσετε τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου και τη μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma$ . **(1200N/m, 12kg)**  
 β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια  $E'$  και τη γωνιακή συχνότητα  $\omega'$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

$$(36\text{J}, \frac{10\sqrt{6}}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}})$$

- γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα  $u_2$  του βλήματος πριν από την κρούση. **(-4m/s)**

7. Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R = 1,8 \text{ m}$ . Στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται



κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 300 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

- A.** Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το  $\Sigma_2$ . *(6m/s)*
- B.** Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. *(2m/s)*
- Γ.** Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά. *(0,2m)*
- Δ.** Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά. *(0,15πsec)*
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

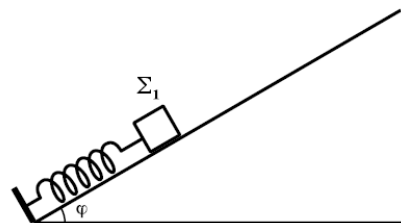
- 8.** Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 15 \text{ m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $u_1' = 9 \text{ m/s}$ .

- α.** Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ . *(1/4)*
- β.** Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση. *(6m/s)*
- γ.** Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης. *(64%)*
- δ.** Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν. *(58,5m)*
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

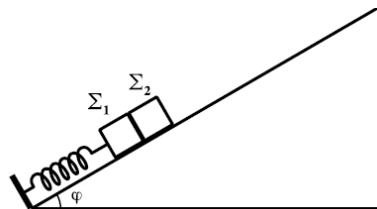
- 9.** Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον οριζόντιο γωνία  $\phi = 30^\circ$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$  το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma_1$  κατά  $d_1 = 0,1 \text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ . *(10kg·m/s<sup>2</sup>)*

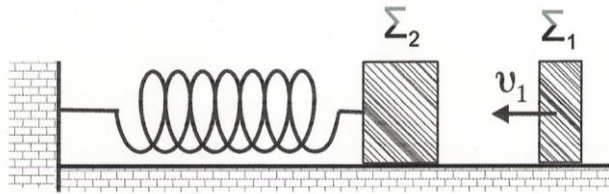
Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά  $\Delta l = 0,3 \text{ m}$ . Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα  $\Sigma_1$ , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



- Γ3.** Να υπολογίσετε τη σταθερά επαφοράς του σώματος  $\Sigma_2$  κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του. *(50N/m)*
- Γ4.** Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους. *(0,3m)*

Δίνονται:  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$

10.



Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος έχει μάζα  $1\text{ kg}$ , κινείται με ταχύτητα  $v_1=8\text{ m/s}$  σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $3\text{ kg}$ . Το  $\Sigma_2$  είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $300\text{ N/m}$ , που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του.

Να υπολογίσετε:

**Δ1.** τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

$$(-4\text{ m/s}, +4\text{ m/s})$$

**Δ2.** την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .

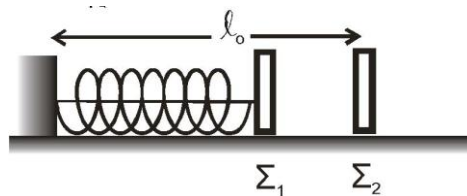
$$(0,2\pi\text{ s})$$

**Δ3.** την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma_2$ .

$$(24\text{ J})$$

**Δ4.** την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το  $\Sigma_2$  επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.  $(0,4\pi\text{ m})$

- 11.** Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1=1\text{ kg}$  και  $m_2=3\text{ kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $\ell_0$  του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

**α.** την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$ .  $(2\text{ m/s})$

**β.** τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση.  $(-1\text{ m/s}, 1\text{ m/s})$

**γ.** την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.  $(x=0,1\eta\mu(10t+\pi))$

**δ.** την απόσταση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  όταν το σώμα  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

$$(0,371\text{ m})$$

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος  $\Sigma_1$  τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ . Δίνεται  $\pi=3,14$

- 12.** Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m_1=1,44\text{ kg}$ , ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα ένα πουλί μάζας  $m_2$  και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι  $0,4\pi\text{ m/s}$  και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε  $0,5\text{ s}$ . Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα  $2,5\pi\text{ rad/s}$ . Να βρείτε:

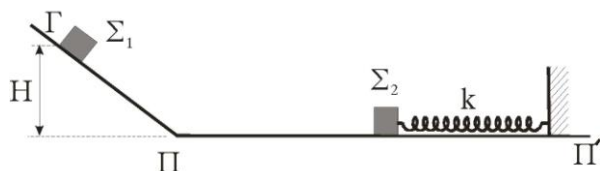
**A.** Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.  $(1\text{ s}, 0,2\text{ m})$

**B.** Τη σταθερά του ελατηρίου.  $(9\pi^2\text{ N/m})$

**Γ.** Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.  $(0,5\pi\text{ m/s})$

**Δ.** Τη μάζα του πουλιού.  $(0,81\text{ kg})$

- 13.** Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2 = 2\text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ' με πλάτος  $A =$



$$0,1 \text{ m και περίοδο } T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

A. Να υπολογίσετε:

1. Την τιμή της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου. ( 200N/m )
2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ . ( 1m/s )

B. Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ .

Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το  $\Sigma_1$ .

1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση. ( 0,6m )
2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_2$  θα προλάβει το σώμα  $\Sigma_1$  και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του  $\Sigma_2$  είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

14. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K=100\text{N/m}$  έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $M=4\text{kg}$  που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m=1\text{kg}$  βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα  $\Sigma_1$  σε άγνωστο ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά  $d=\pi/20 \text{ m}$  και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$ .

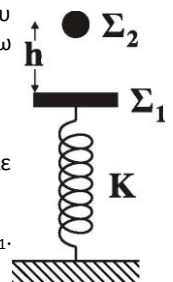
- α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους  $h$  ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος  $\Sigma_1$ . ( 0,5m )

β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

- γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. ( 0,1m )

- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. ( 60N )

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να θεωρήσετε ότι  $\pi^2 \approx 10$ .

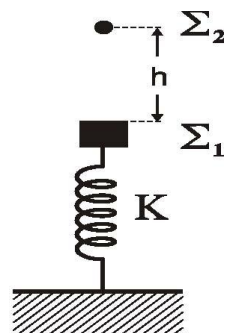


15. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=7\text{kg}$  ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος  $h = 3,2\text{m}$  πάνω από το  $\Sigma_1$  στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=1\text{kg}$ , το οποίο συγκρούεται με το  $\Sigma_1$  κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε

- α. το μέτρο της ταχύτητας  $u_2$  του  $\Sigma_2$  οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το  $\Sigma_1$ . ( 8m/s )
- β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. ( 1m/s )
- γ. το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος. ( 0,3m )
- δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. ( 60,5J )

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$ .



16. Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1\text{kg}$  κινείται με ταχύτητα  $u_1=10\text{m/s}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το  $\Sigma_1$ . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας  $u_1$  θετική. Να υπολογίσετε:

- G1. Την ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση. ( -5m/s )
- G2. Την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά την κρούση. ( +5m/s )
- G3. Την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους. ( 50J )
- G4. Την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , λόγω της κρούσης. ( -15kgm/s )

**Φαινόμενο DOPPLER****Ερωτήσεις του τύπου Σωστό/Λάθος**

1. Καθώς παρατηρητής πλησιάζει ακίνητη ηχητική πηγή, αντιλαμβάνεται ήχο του οποίου η συχνότητα είναι μεγαλύτερη από αυτήν που παράγει η πηγή.
2. Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.
3. Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτή που ισχύει για τον ήχο.
4. Η συχνότητα του ήχου της σειρήνας του τρένου, την οποία αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός, είναι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης σταθερή.
5. Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, τότε ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας (βαρύτερο) από αυτόν που παράγει η πηγή.
6. Το φαινόμενο Doppler εμφανίζεται στα μηχανικά κύματα και όχι στα ηλεκτρομαγνητικά.

**Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού**

1. Ένας παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα ..... από τη συχνότητα μιας πηγής, όταν η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται.

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. Παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα  $u_A$  ακίνητη ηχητική πηγή και αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A$ . Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $u$ , τότε η συχνότητα  $f_s$  του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με:

$$\alpha. \frac{u}{u + u_A} f_A \quad \beta. \frac{u}{u - u_A} f_A \quad \gamma. \frac{u - u_A}{u} f_A \quad \delta. \frac{u + u_A}{u} f_A$$

2. Ηχητική πηγή και παρατηρητής βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηγή, μόνο όταν
  - α. η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής απομακρύνεται από αυτήν.
  - β. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή απομακρύνεται από αυτόν.
  - γ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με τον παρατηρητή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτήν της πηγής.
  - δ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με την πηγή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο ταχύτητα μικρότερη από αυτήν του παρατηρητή.
3. Δεν έχουμε φαινόμενο Doppler όταν:
  - α. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και απομακρύνεται η πηγή.
  - β. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με την ίδια ταχύτητα.
  - γ. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και πλησιάζει η πηγή.
  - δ. η πηγή είναι ακίνητη και πλησιάζει ο παρατηρητής.
4. Ένας παρατηρητής βρίσκεται ακίνητος στην αποβάθρα ενός σταθμού την ώρα που πλησιάζει ένα τρένο, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η σειρήνα του τρένου εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ . Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι
  - α. ίση με τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
  - β. μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
  - γ. μικρότερη από τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
  - δ. ίση με τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου.

5. Παρατηρητής A κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_A$  προς ακίνητη πηγή ήχου S, όπως φαίνεται στο σχήμα, αρχικά πλησιάζοντας και στη συνέχεια απομακρυνόμενος απ' αυτή.



Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο με συχνότητα που είναι:

- α. συνεχώς μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής.  
 β. συνεχώς μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής.  
 γ. αρχικά μεγαλύτερη και στη συνέχεια μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής.  
 δ. αρχικά μικρότερη και στη συνέχεια μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής.
6. Ένα τρένο εκπέμπει ήχο και κατευθύνεται προς τούνελ που βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από το τρένο ανακλάται στο βράχο αυτό. Ένας παρατηρητής που βρίσκεται κοντά στις γραμμές και πίσω από το τρένο ακούει τον ήχο που προέρχεται από το τρένο με συχνότητα  $f_1$  και τον εξ' ανακλάσεως ήχο από το βράχο με συχνότητα  $f_2$ . Τότε ισχύει ότι:

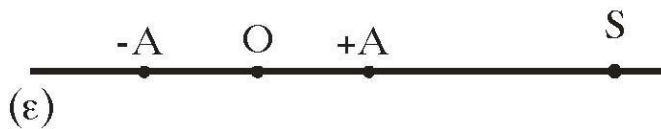
α.  $f_1 < f_2$ ,

β.  $f_1 = f_2$ ,

γ.  $f_1 > f_2$ .

### Θέμα 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Σε σημείο ευθείας  $\epsilon$  βρίσκεται ακίνητη ηχητική πηγή  $S$  που εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας. Πάνω στην ίδια ευθεία  $\epsilon$  παρατηρητής κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι μέγιστη, όταν αυτός βρίσκεται

- α. στη θέση ισορροπίας  $O$  της ταλάντωσής του κινούμενος προς την πηγή.  
 β. σε τυχαία θέση της ταλάντωσής του απομακρυνόμενος από την πηγή.  
 γ. σε μία από τις ακραίες θέσεις της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
2. Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών  $B$  και  $A$  κινείται πηγή  $S$  με σταθερή ταχύτητα  $u_s$  πλησιάζοντας προς τον  $A$ . Οι παρατηρητές και η πηγή βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Η πηγή εκπέμπει ήχο μήκους κύματος  $\lambda$ , ενώ οι παρατηρητές  $A$  και  $B$  αντιλαμβάνονται μήκη κύματος  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Τότε για το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή θα ισχύει:

α.  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$

β.  $\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$

γ.  $\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

3. Πηγή ηχητικών κυμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_s = \frac{u}{10}$ , όπου  $u$  το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον αέρα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται στην ευθεία κίνησης της πηγής. Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_1$ , και όταν η πηγή απομακρύνεται απ' αυτόν, ο παρατηρητής

αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_2$ . Ο λόγος  $\frac{f_1}{f_2}$  ισούται με:

α.  $\frac{9}{11}$

β.  $\frac{11}{10}$

γ.  $\frac{11}{9}$

4. Ηχητική πηγή  $S$  εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας  $f_s$ . Όταν η πηγή πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου  $u$  ακίνητο παρατηρητή  $A$ , κινούμενη στην ευθεία «πηγής- παρατηρητή», ο παρατηρητής  $A$  αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_1$ . Όταν ο παρατηρητής  $A$ , κινούμενος με ταχύτητα μέτρου  $u$ , πλησιάζει την ακίνητη πηγή  $S$ , κινούμενος στην ευθεία «πηγής- παρατηρητή», αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_2$ . Τότε είναι :

α.  $f_1 > f_2$

β.  $f_1 = f_2$

γ.  $f_1 < f_2$

5. Μια ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας και κινείται με σταθερή ταχύτητα. Στην ευθεία που κινείται η πηγή βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν τον έχει προσπεράσει είναι κατά 30% μικρότερη από τη συχνότητα που αντιλαμβάνονταν, όταν τον πλησίαζε η πηγή. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $u$ , τότε η ταχύτητα της πηγής είναι

α.  $2u/17$ ,

β.  $3u/17$ ,

γ.  $4u/17$

6. Μια ηχητική πηγή κινείται με ταχύτητα  $U_s$  ίση με το μισό της ταχύτητας του ήχου, πάνω σε μια ευθεία  $\epsilon$  πλησιάζοντας ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_1$  ενώ απομακρύνεται από άλλο ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_2$ . Οι παρατηρητές βρίσκονται στην ίδια ευθεία με την ηχητική πηγή. Ο λόγος της συχνότητας του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_1$  προς την αντίστοιχη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_2$  είναι

α. 2

β. 1

γ. 3

7. Παρατηρητής A κινείται προς την ηχητική πηγή S με ταχύτητα  $u_A$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η ηχητική πηγή S κινείται ομόρροπα με τον παρατηρητή A με ταχύτητα  $u_s=2u_A$  και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A είναι

α. μικρότερη της  $f_s$

β. ίση με την  $f_s$

γ. μεγαλύτερη από την  $f_s$



### Θέμα 3, 4

1. Στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=60\text{N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=17\text{kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα  $\gamma\gamma$  που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτόξευει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $u_0=12\text{m/s}$ . Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση  $h=2,2\text{m}$  από το σώμα  $\Sigma_1$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας  $f_s=700\text{Hz}$ .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος  $\Sigma_2$  με το σώμα  $\Sigma_1$ . (680Hz)

β. Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση  $y$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ( $t=0$ ) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$\left( y=1 \cdot \eta\mu\left(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \right)$$

γ. Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα  $f_A$ , την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση.

$$\left( f_A = \frac{340}{340 + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}\right)} 700 \text{ Hz} \right)$$

δ. Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας  $f_{A,\max}$  προς την ελάχιστη συχνότητα  $f_{A,\min}$  που αντιλαμβάνεται ο

παρατηρητής.  $\left( \frac{340+\sqrt{3}}{340-\sqrt{3}} \right)$

Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα  $u_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .



## ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΣΤΕΡΕΟ

### ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό / Λάθος και συμπλήρωσης κενού

1. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
2. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.
3. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}$  έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

#### Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

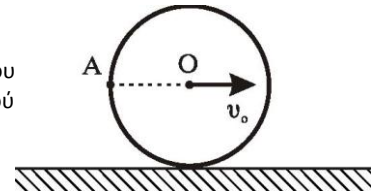
1. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...
  - α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
  - β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $u = \omega r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
  - γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = u_{cm} / R$  ( $u_{cm}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).
  - δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

2. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες (h):

α. 1h β. 12h γ. 24h δ. 48h

3. Τροχός ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $u_{cm}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με  $R$ , έχει μέτρο:

α.  $u_{cm}$  β.  $2u_{cm}$  γ. 0 δ.  $\sqrt{2}u_{cm}$



4. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του
  - α. ταχύτητα αυξάνεται.
  - β. ταχύτητα μένει σταθερή.
  - γ. επιτάχυνση αυξάνεται.
  - δ. επιτάχυνση μειώνεται.

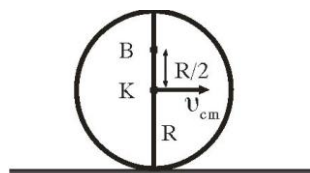
#### Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα.

Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$ , είναι

α.  $3/2$ . β.  $1/2$ . γ. 1.

2. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $u_{cm}$ .



Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση  $B$  της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  θα είναι

α.  $3/2 u_{cm}$  β.  $2/3 u_{cm}$  γ.  $5/2 u_{cm}$



3. Ένας δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι  $u_0$ . Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

α.  $u_A = 2u_0$       β.  $u_A = \sqrt{2}u_0$       γ.  $u_A = u_0$

### ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

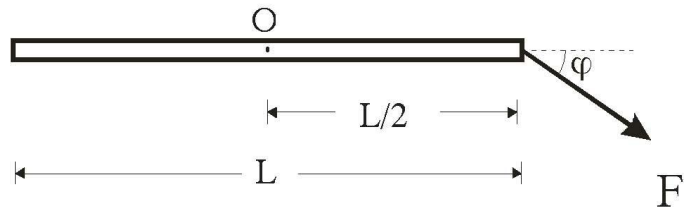
#### Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

1. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο
- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.  
 β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.  
 γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.  
 δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

2. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $L$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή.

Η ροπή της δύναμης  $F$  ως προς το σημείο Ο έχει μέτρο

α. 0      β.  $F\frac{L}{2}$       γ.  $F\frac{L}{2}\sin\varphi$       δ.  $F\frac{L}{2}\eta\mu\varphi$

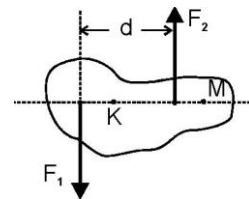


#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό / Λάθος και συμπλήρωσης κενού

1. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.  
 2. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι Nm.

#### Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι
- α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.  
 β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.  
 γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.



### ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ

#### Ερωτήσεις τύπου Σωστό / Λάθος και συμπλήρωσης κενού

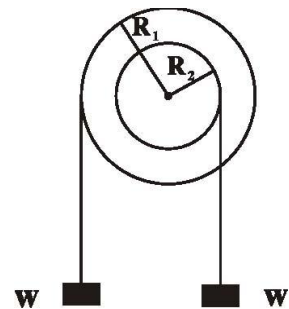
1. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.  
 2. Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.  
 3. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

## Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

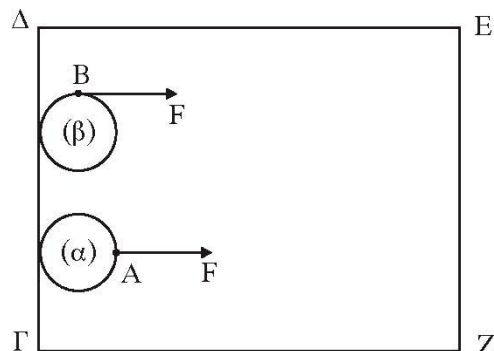
- Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν πάνω σ' ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι μηδέν, τότε
  - η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται.
  - η γωνιακή του ταχύτητα είναι σταθερή.
  - η γωνιακή του επιτάχυνση μεταβάλλεται.
  - η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του μεταβάλλεται.
- Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί
  - η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
  - η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
  - η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
  - το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

## Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

- Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες  $R_1, R_2$  με  $R_1 > R_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών  $w$  που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;
  - σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού
  - αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.



- Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις  $F$  με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_\alpha$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_\beta$ , τότε:
  - $t_\alpha > t_\beta$
  - $t_\alpha = t_\beta$
  - $t_\alpha < t_\beta$



- Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι
  - μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.
  - μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.
  - οι ταχύτητες είναι ίσες.

## ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

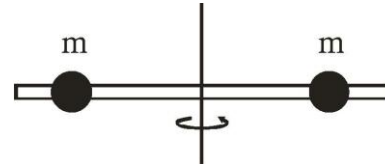
## Ερωτήσεις τύπου Σωστό / Λάθος και συμπλήρωσης κενού

- Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.
- Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
- Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι  $1 \text{ kgm}^2$ .
- Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.
- Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
- Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.
- Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.

8. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.  
9. Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}$ .

### Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής επιλογής

1. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες  $m$  απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.

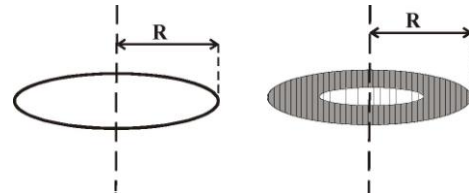


Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

- α. τετραπλασιάζεται. β. διπλασιάζεται. γ. υποδιπλασιάζεται. δ. υποτετραπλασιάζεται.
2. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής
- α. είναι διανυσματικό μέγεθος.  
β. έχει μονάδα μέτρησης το  $1 \text{ N} \cdot \text{m}$ , στο S.I.  
γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.  
δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

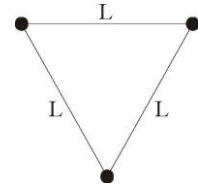
### Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Δακτύλιος και δίσκος με σπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανομημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.

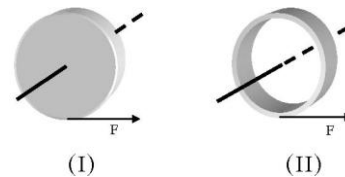


Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειας των δύο στερεών (ως προς άξονα περιστροφής κάθετο στο επίπεδό τους που περνάει από το κέντρο μάζας τους) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

2. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα  $m$ , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους  $L$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:
- α.  $mL^2$  β.  $2mL^2$  γ.  $3mL^2$



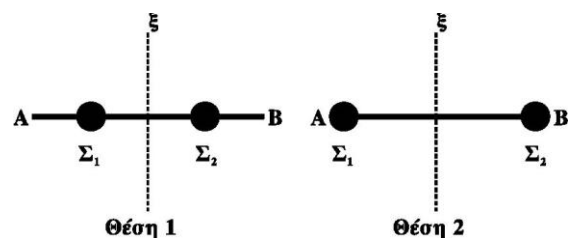
3. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

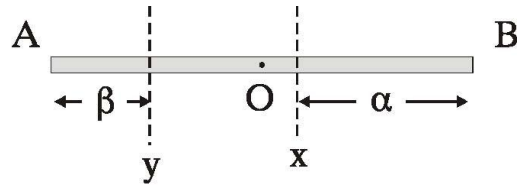
- α.  $\alpha_I = \alpha_{II}$ . β.  $\alpha_I < \alpha_{II}$ . γ.  $\alpha_I > \alpha_{II}$ .

4. Η ομογενής ράβδος AB του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας ( $\xi$ ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  μάζας  $m$  καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται



- α. πιο εύκολα στη θέση 1.  
β. πιο εύκολα στη θέση 2.  
γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

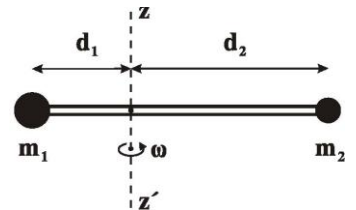
5. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος AB μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα γ. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου O της ράβδου.



Αν α, β είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει  $\alpha > \beta$  ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου  $I_x, I_y$  ως προς τους άξονες x,y αντίστοιχα είναι

α.  $\frac{I_x}{I_y} = 1$       β.  $\frac{I_x}{I_y} > 1$       γ.  $\frac{I_x}{I_y} < 1$

6. Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα  $m_1$  είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα  $m_2$ , και το μήκος  $d_2$  είναι διπλάσιο από το μήκος  $d_1$ . Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z'z. Η ροπή αδράνειας της μάζας  $m_1$  ως προς τον άξονα z'z είναι



α. μεγαλύτερη από      β. μικρότερη από      γ. ίση με τη ροπή αδράνειας της μάζας  $m_2$  ως προς τον ίδιο άξονα.

**ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ**

**Ερωτήσεις τύπου Σωστό / Λάθος, αντιστοίχισης και συμπλήρωσης κενού**

- Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
- Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
- Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
- Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....
- Το αλγεβρικό άθροισμα των ..... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

6. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Φυσικό μέγεθος	Μέγεθος*	Μονάδες
Ροπή δύναμης ως προς σημείο.		N · m
Στροφορμή σώματος.		
Γωνιακή ταχύτητα.	Διανυσματικό	
Ροπή αδράνειας ως προς άξονα.		kg·m <sup>2</sup>

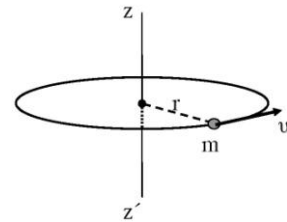
- Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπύσσει τα χέρια της.
- Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.
- Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το  $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .
- Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.
- Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες
- Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς από τα στοιχεία της Στήλης I του παρακάτω πίνακα και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα από τα στοιχεία της Στήλης II που αντιστοιχεί σε αυτόν. (Στη Στήλη II περισεύει μια κατηγορία).

Στήλη I	Στήλη II
1. Ροπή αδράνειας	α. rad/s
2. Στροφορμή	β. N·m
3. Γωνιακή ταχύτητα	γ. kg·m <sup>2</sup>
4. Ροπή δύναμης	δ. m/s <sup>2</sup>
5. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	ε. V/m
	στ. kg·m <sup>2</sup> /s

13. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
14. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.
15. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.

### Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής Επιλογής

1. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα  
**α.** είναι ίση με το μηδέν.  
**β.** είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.  
**γ.** αυξάνεται με το χρόνο.  
**δ.** μειώνεται με το χρόνο.
2. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι  
**α.**  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$  . **β.**  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$  . **γ.**  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  . **δ.**  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}$  . (άλλη χρονιά μπήκε και το 1Js)
3. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega_2$  θα είναι  
**α.**  $\omega_2 = \omega_1$ . **β.**  $\omega_2 > \omega_1$ . **γ.**  $\omega_2 < \omega_1$ . **δ.**  $\omega_2 = 0$ .
4. Μία σφαίρα κυλιέται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).  
**α.** Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.  
**β.** Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.  
**γ.** Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.  
**δ.** Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.
5. Υλικό σημείο μάζας  $m$  και ταχύτητας  $u$  κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας  $r$ , όπως στο σχήμα:  
 Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα  $zz'$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της  
**α.** είναι μονόμετρο μέγεθος.  
**β.** έχει μέτρο  $mur$ .  
**γ.** είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα  $zz'$ .  
**δ.** έχει μονάδα το  $\text{Kg}\cdot\text{m}$ .
6. Το μέτρο της στροφορμής  $L$  ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και ροπή αδράνειας  $I$ , ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι  
**α.**  $I^2\omega$  **β.**  $I\omega$  **γ.**  $I\omega^2$  **δ.**  $\sqrt{I\omega}$



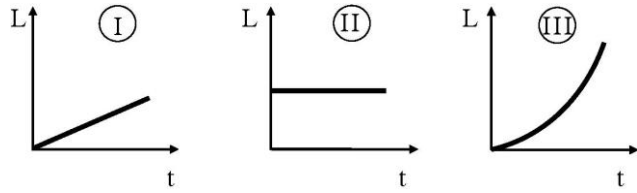
### Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

1. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας  $R$  στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα  $f_0$ . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι  
**α.** μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .  
**β.** μικρότερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .  
**γ.** ίση με την αρχική συχνότητα  $f_0$ .

2. Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα

α. I. β. II. γ. III.



3. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega$ . Η χορεύτρια συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε  $\frac{5}{2}\omega$ . Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1 β.  $\frac{5}{2}$  γ.  $\frac{2}{5}$

### ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ

#### Ερωτήσεις τύπου πολλαπλής Επιλογής

- Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα
  - υποτετραπλασιαστεί.
  - υποδιπλασιαστεί.
  - τετραπλασιαστεί.
  - παραμένει αμετάβλητη.
- Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι
  - ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.
  - ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.
  - πάντα θετικό.
  - αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.
- Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια
  - Μένει η ίδια
  - Διπλασιάζεται
  - Τετραπλασιάζεται
  - Οκταπλασιάζεται

#### Ερωτήσεις Θέματος 2 (με αιτιολόγηση της απάντησης)

- Ομογενής σφαίρα μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$  κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι  $v_{cm}$ . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = (2/5)mR^2$ .

Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

$$\alpha. \frac{2}{5} m v_{cm}^2 \quad \beta. \frac{7}{10} m v_{cm}^2 \quad \gamma. \frac{9}{10} m v_{cm}^2$$

- Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

α. θα μείνει σταθερή. β. θα ελαττωθεί. γ. θα αυξηθεί.

3. Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίνεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

- α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.  
β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.  
γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

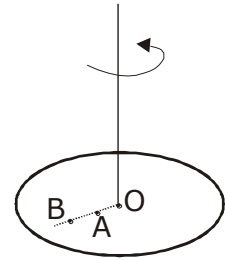
4. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη ( $L_1$ ) προς την στροφορμή του ωροδείκτη ( $L_2$ ), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι  $\frac{L_1}{L_2} = \lambda$ , όπου  $\lambda$  θετική σταθερά. Ο

λόγος των κινητικών ενεργειών τους  $\frac{K_1}{K_2} = \lambda$  αντίστοιχα είναι

- α.  $6\lambda$                       β.  $12\lambda$                       γ.  $24\lambda$

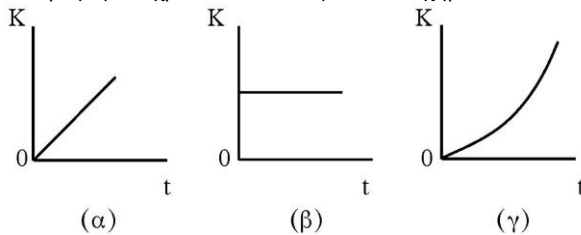
5. Στη θέση A οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί-δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου O. Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση A στη θέση B του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

- α. θα αυξηθεί                      β. θα παραμείνει η ίδια                      γ. θα μειωθεί



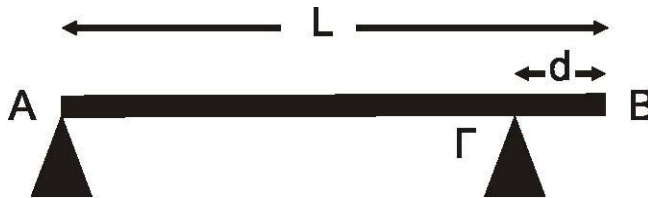
6. Τροχός αρχικά ακίνητος, αρχίζει ( $t=0$ ) και περιστρέφεται υπό την επίδραση σταθερής ροπής, γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Η κινητική ενέργεια  $K$  του τροχού ως συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται στο σχήμα:



### Θέμα 3, 4

1. Ομογενής δοκός AB μήκους  $L=3\text{m}$  και βάρους  $w=50\text{N}$  ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο A και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο B απόσταση  $d=0,5\text{m}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- i. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη δοκό στα σημεία A και Γ. **(20N,30N)**

Στο άκρο B της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους  $w_1$  και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το στηρίγμα στο άκρο A ελαττώνεται στο μισό.

- ii. Να υπολογίσετε το βάρος  $w_1$  του σώματος. **(50N)**

2. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας  $m=10\text{ kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{ m}$  κυλίνεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\phi$  με  $\eta\mu\phi=0,56$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο  $v_0=8\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

- α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή  $t=0$ . **(80rad/s)**

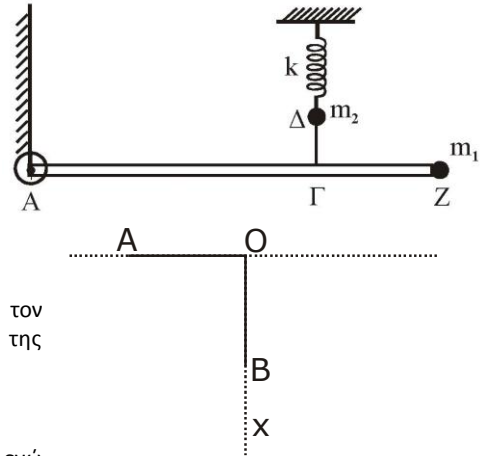
β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.  $(4m/s^2)$

γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της  $(1,6kgm^2/s^2)$

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει  $\frac{30}{\pi}$  περιστροφές.  $(4m/s)$

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της  $I = \frac{2}{5}MR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10m/s^2$ .

3. Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος  $L = 4m$ , μάζα  $M = 3kg$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m_1 = 0,6kg$  και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τετνωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2 = 1kg$ , το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 N/m$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με  $2,8m$ . Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:

A.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου  $m_1$  ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης  $(25,6 kgm^2)$

A.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.  $(30N)$

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο  $m_2$  εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα  $m_1$ , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο A.

Να υπολογίσετε:

B.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο  $m_2$  από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά  $(0,314s)$

B.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Z, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.  $(\sim 10,25m/s)$

Δίνονται:  $g = 10m/s^2$ , ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της:  $I_{cm} = \frac{1}{12}M \cdot L^2$ ,  $\pi = 3,14$ .

4. Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι OA και OB, που έχουν μάζα  $M = 4 Kg$  και μήκος  $L = 1,5 m$  η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο AOB, που διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος OA είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε

ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = \frac{1}{12}M \cdot L^2$ .

A. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O.  $(3kgm^2)$

B. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο O, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.  $(5rad/s^2)$

Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο OX, να υπολογίσετε:

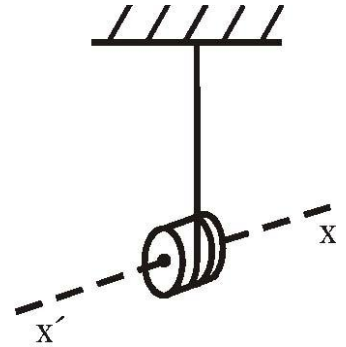
α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.  $(2rad/s)$

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο O.  $(6kgm^2/s)$



$$\text{Δίνονται: } g = 10\text{m/s}^2, \eta_{45} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7.$$

5. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα  $m=0,12\text{kg}$  και ακτίνα  $R=1,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλιγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους  $\ell=20R$ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ .



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).  $(1,35 \cdot 10^{-5}\text{kgm}^2)$

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.  $(6 \cdot 10^3\text{kgm}^2/\text{s}^2)$

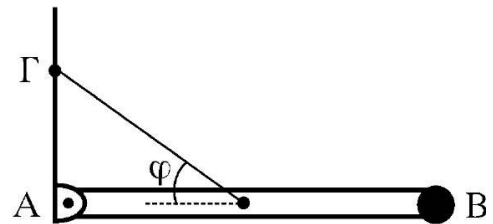
γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ , το νήμα κόβεται.

Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.  $(1,8 \cdot 10^{-3}\text{kgm}^2/\text{s})$

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t=0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

6. Η ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος  $L=1\text{m}$  και μάζα  $M=6\text{kg}$  έχει στο άκρο της B μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα  $m=2\text{kg}$ . Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της A μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία  $\phi = 30^\circ$  με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



A. Να υπολογίσετε:

A.1. Το μέτρο της τάσης του νήματος.  $(200\text{N})$

A.2. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το A και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.  $(4\text{kgm}^2)$

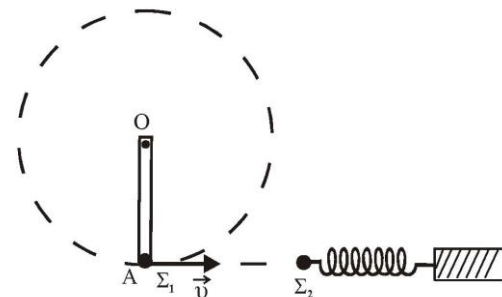
B. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

B.1. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.  $(12,5\text{rad/s}^2)$

B.2. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.  $(5\text{m/s})$

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g=10\text{m/s}^2$ . Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της:  $I_{cm} = (1/12) ML^2$

7. Ομογενής στερεά ράβδος OA, μήκους  $L = 2\text{m}$  και μάζας  $M = 0,3\text{kg}$  μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο O. Στο άκρο A της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  μάζας  $m = 0,1\text{kg}$ , και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου  $\Sigma_1$  περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 1\text{rad/s}$ . Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με το  $\Sigma_1$ , προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς  $K = 20\text{N/m}$ . Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες. Όταν η ταχύτητα  $\vec{v}$  του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο  $\Sigma_2$  στο οποίο ενσωματώνεται.



Να βρείτε:

- α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου  $\Sigma_1$  ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.  $(0,8\text{kgm}^2/\text{s})$
- β. Το μέτρο  $u$  της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.  $(2\text{m/s})$
- γ. Την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-συσσωματώματος  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .  $(0,628\text{s})$
- δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.  $(0,1\text{m})$

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο,

$$I_O = \frac{1}{3} M \cdot L^2 \text{ και } \pi = 3,14).$$

8. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας  $M=3\text{Kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$ , μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ασκούμε στο δίσκο δύναμη  $F$  σταθερού μέτρου  $3\text{N}$  που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια  $K=75\text{J}$ .

Να υπολογίσετε :

- α) τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $(0,06\text{kgm}^2)$
- β) τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου  $(10\text{rad/s}^2)$
- γ) τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1$   $(50\text{rad/s})$
- δ) τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.  $(0,09\text{kgm}^2)$

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο

του, δίνεται από τη σχέση  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} MR^2$ .

9. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος  $1\text{m}$  και βάρος  $30\text{N}$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

- Α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.  $(30\text{N}, 30\text{N})$

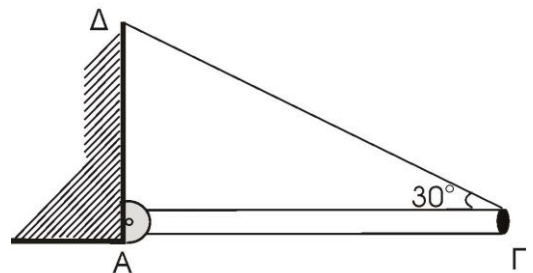
- Β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

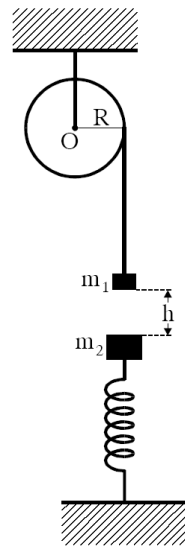
1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.  $(15\text{rad/s}^2)$
2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την αρχική της θέση.  $(7,5\text{kgm}^2/\text{s}^2)$
3. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.  $(15\text{J})$

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι  $I_A = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ .

$$\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



10. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας  $R=0,2\text{ m}$  και μάζας  $M=3\text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  και σε απόσταση  $h$  βρίσκεται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{ kg}$  το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{ N/m}$  η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας-σώματος  $\Sigma_1$  να κινηθεί. Μετά από χρόνο  $t=1\text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ , ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

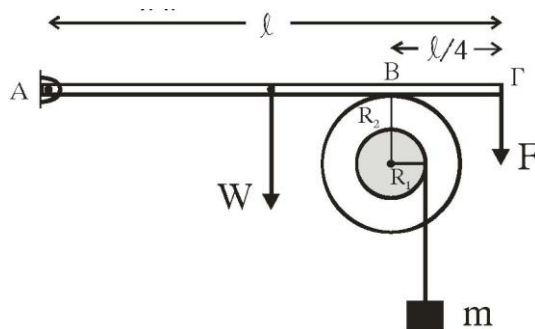


- α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα  $\Sigma_1$  μέχρι την κρούση.  $(4\text{ m/s}^2)$
- β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.  $(12\text{ J})$
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.  $(0,15\text{ m})$
- δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση  $x=0,1\text{ m}$ .  $(20\text{ kg m/s}^2)$

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της:  $I = \frac{1}{2} \cdot MR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{ m/s}^2$

11. Άκαμπτη ομογενής ράβδος  $ΑΓ$  με μήκος  $\ell$  και μάζα  $M=3\text{ kg}$  έχει το άκρο της  $A$  αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο  $\Gamma$  ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F$  μέτρου  $9\text{ N}$ , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος  $ΑΓ$  εφάπτεται στο σημείο  $B$  με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1=0,1\text{ m}$  και  $R_2=0,2\text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής  $B$  από το άκρο  $\Gamma$  της ράβδου είναι  $\ell/4$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I=0,09\text{ kgm}^2$ . Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m=1\text{ kg}$ .

- α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο  $B$  από το στερεό.  $(32\text{ N})$
- β. Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.  $(5\text{ N})$

γ. Στο σημείο επαφής B μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m$ , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.  $(1\text{m/s})$

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ .  $(9\text{ J/s})$

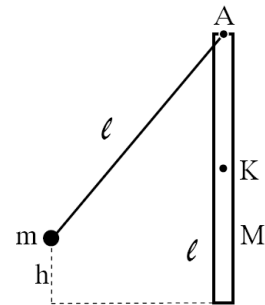
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

12. Ομογενής ράβδος μήκους  $\ell=2\text{ m}$  και μάζας  $M=3\text{ kg}$ , είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα A, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα A είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος  $\ell$ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας  $m=0,5\text{ kg}$ . Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος  $h=0,8\text{ m}$  πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου.

Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

Να βρείτε:

- A. Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.  $(4\text{m/s})$   
 B. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.  $(1\text{ rad/s})$   
 Γ. Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας K της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.  $(1\text{m/s})$   
 Δ. Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.  $(2\text{J})$   
 E. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.  $(1/15\text{ m})$



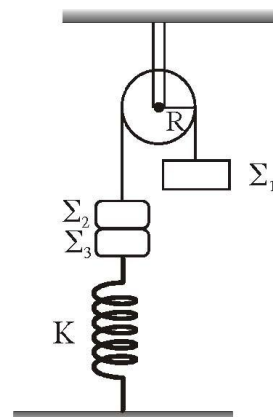
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{cm} = (1/12) M\ell^2$   $g = 10\text{ m/s}^2$ .

13. Τροχαλία μάζας  $M=6\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,25\text{m}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1=4\text{kg}$  και  $m_2=1\text{kg}$  αντίστοιχα. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3=1\text{kg}$ , το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K=100\text{ N/m}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0=0$ ), τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλώνται και το  $\Sigma_3$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.

- α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_3$ .  $(0,3\text{m})$   
 β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_3$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.  $(y=0,3\cdot\eta\mu(10t+\pi/2))$   
 γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .  $(15\text{ rad/s}^2)$   
 δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή  $t = 0,1\text{ s}$ .  $(4,22\text{ J/s})$



Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = 1/2 MR^2$ , η τριβή

ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

14. Στο γιο-γιο του σχήματος που έχει μάζα  $M=6\text{kg}$  και ακτίνα  $R=0,1\text{m}$ , έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιο-γιο να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά  $h=5/3 \text{ m}$ , αποκτά μεταφορική ταχύτητα  $u_{\text{cm}}=5\text{m/s}$ .

Να βρείτε :

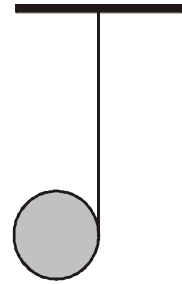
A. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.  $(7,5\text{m/s}^2)$

B. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.  $(75\text{r/s}^2)$

Γ. Τον λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιο-γιο.  $(1/3)$

Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.  $(K_{\text{στρο}}=56,25t^2)$

Δίνεται :  $g=10 \text{ m/s}^2$ .



15. Ομογενής ράβδος μήκους  $L=0,3 \text{ m}$  και μάζας  $M=1,2 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.  $(50\text{r/s}^2)$

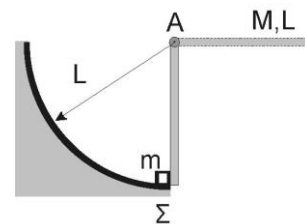
β. Να βρείτε τη στροφομή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.  $(0,36\text{Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα  $m=0,4 \text{ kg}$ . Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας  $L$ , ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι  $\omega/5$ , όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

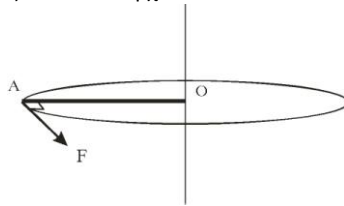
γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.  $(2,4\text{m/s})$

δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.  $(32\%)$

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα A  $I = \frac{1}{3} M \cdot L^2$  και  $g=10 \text{ m/s}^2$ .



16. Η ράβδος OA του σχήματος με μήκος  $L = 1 \text{ m}$  και μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της A. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το O.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι  $30\pi \text{ J}$ .  $(15\text{N})$

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.  $(7,5\text{rad/s}^2)$

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

$(145,5 \text{ J/s})$

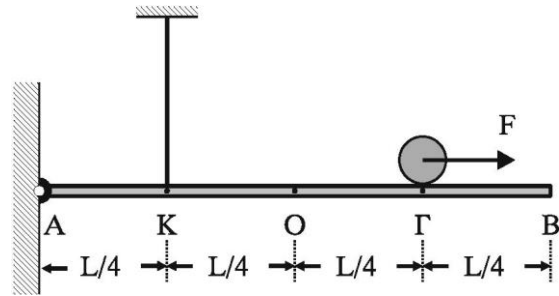
Δίνονται:  $\sqrt{30\pi} = 9,7$  Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι

κάθετος στη ράβδο  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} ML^2$ .

17. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους  $L=4\text{m}$  και μάζας  $M=2\text{kg}$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο A της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο K της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας  $m=2,5\text{kg}$  και ακτίνας  $r=0,2\text{m}$ .

- α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο. **(115N)**



Τη χρονική στιγμή  $t=0$  ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=7\text{N}$ , με φορά προς το άκρο B. Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

- β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της. **(2m/s<sup>2</sup>)**  
 γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο B. **(2m/s)**  
 δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο B. **(0,4kgm<sup>2</sup>/s)**

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας  $m$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = \frac{2}{5} m \cdot r^2$

και  $g=10\text{ m/s}^2$ .

18. Στερεό Π μάζας  $M=10\text{ kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , όπου  $R=0,2\text{ m}$  όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I=MR^2$ . Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο'Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας  $m=20\text{ kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας  $R$ . Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα  $2R$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$ .

- α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης  $F_0$  που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο. **(100N)**

Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει  $F=115\text{ N}$ .

- β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ. **(1m/s<sup>2</sup>)**

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά  $h=2\text{m}$ , να βρείτε:

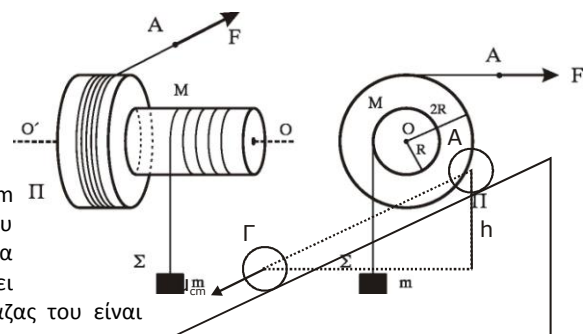
- γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του. **(4kg·m<sup>2</sup>/s)**

- δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση. **(4m)**

- ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης  $F$  που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά  $h$ . **(100/23 % = 4,35%)**

Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.



19. Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας  $m=5\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$  αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση  $h$  (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι  $u_{cm}=8\text{m/s}$ .

Να υπολογίσετε:

- α. Τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του κυλίνδρου στη θέση Γ. **(40rad/s)**

- b.** Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.  $(4\text{kgm}^2/\text{s}$  ως προς το κέντρο μάζας)
- c.** Την κατακόρυφη μετατόπιση h.  $(4,8\text{m})$
- d.** Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.  $(2)$

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I=1/2mR^2$ .

- 20.** Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας  $M = 40\text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2\text{ m}$ , έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη  $F$  παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $30^\circ$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλιέται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

**α.** Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

$(100\text{N})$

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινοῦ ασκηθεί σταθερή δύναμη  $F = 130\text{N}$ , όπως στο σχήμα:

**β.** Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

$(1\text{m/s}^2)$

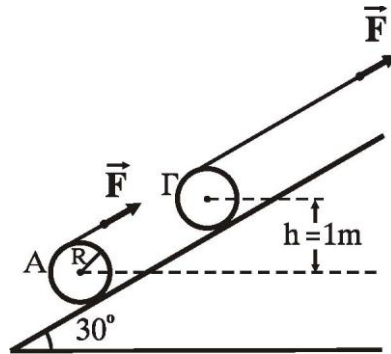
**γ.** Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται  $h = 1\text{m}$  ψηλότερα από τη θέση Α.

$(8\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$

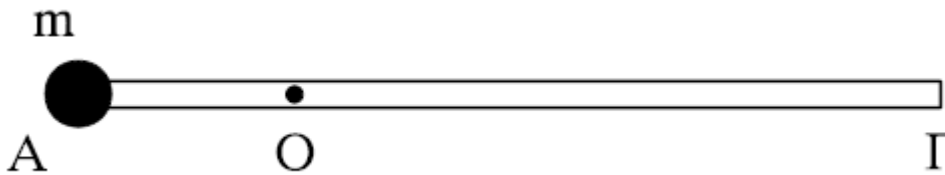
**δ.** Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης  $F$  κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

$(520\text{J})$

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ , ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I=1/2mR^2$ ,  $\eta_{30^\circ}=1/2$ .



- 21.** Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell$  και μάζας  $M$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι  $\ell/4$ . Στο άκρο Α της ράβδου σφραγίζεται σπυριαική μάζα  $m$ , όπως φαίνεται στο σήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου  $F = 20\text{N}$ .

**Δ1.** Να υπολογιστούν οι μάζες  $m$  και  $M$ .

$(m=M=1\text{kg})$

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

**Δ2.** το μήκος  $\ell$  της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_{\gamma\omega\nu}=3,75\text{rad/s}^2$ .

$(3\text{m})$

**Δ3.** το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m$  προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

$(3/4)$

**Δ4.** το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία  $\phi$  ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε  $\eta\mu\phi = 0,3$ .

$(18\text{kgm}^2/\text{s})$

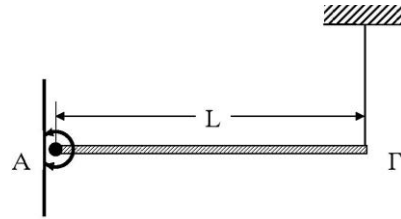


Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = 1/12M\ell^2$ .

22. Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $L=1\text{m}$  και μάζας  $M=3\text{kg}$  ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.

Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και η ράβδος αφήνεται να περιστραφεί γύρω από την άρθρωση χωρίς τριβές.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή, είναι:  $I_{cm}=1/12 ML^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .



Να υπολογίσετε:

- Δ.1. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί.

(15N)

- Δ.2. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που κόβεται το σχοινί και η ράβδος είναι οριζόντια.

(15rad/s<sup>2</sup>)

- Δ.3. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στην κατακόρυφη θέση της.

( $\sqrt{30}\text{rad/s}$ )

- Δ.4. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην κατακόρυφη θέση της.

(μηδέν)

23. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας  $m=2\text{ kg}$  και ακτίνας  $r=1\text{ m}$ . Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi=30^\circ$  ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση  $x=2\text{ m}$  σε χρόνο  $t=1\text{ s}$ .

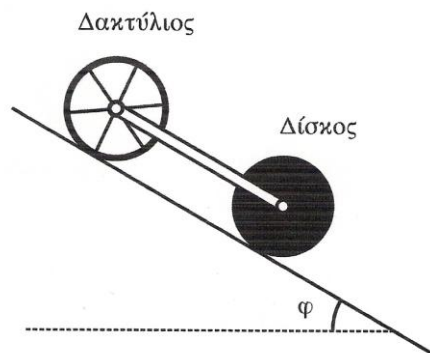
- Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

(0,5 kg·m<sup>2</sup>)

- Δ2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας  $M$  και ίδιας ακτίνας  $R$ . Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι  $I_1=1/2 MR^2$  και του δακτυλίου  $I_2=MR^2$  ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση. ( $\alpha_{cm,δίσκου} > \alpha_{cm,δακτυλίου}$ )

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλιέται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



- Δ3. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών  $K_1/K_2$  όπου  $K_1$  η κινητική ενέργεια του δίσκου και  $K_2$  η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

(3/4)

- Δ4. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι  $M=1,4\text{ kg}$ , να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

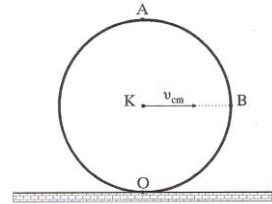


Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις. ( $F_1=F_2=1N$ )

Να μην χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου.

24. Κυκλική στεφάνη ακτίνας  $R=0,2m$  και μάζας  $m=1kg$  κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας  $K$  είναι  $v_{cm}=10m/s$ . Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδό της είναι  $I_{cm}=mR^2$ .

Ο είναι το κατώτατο και  $A$  το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία  $KB$  είναι παράλληλη στο δάπεδο.



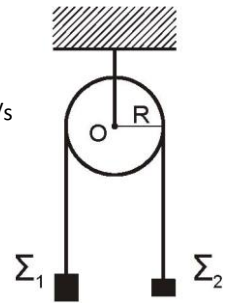
Να υπολογίσετε:

- Γ1. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία  $O$ ,  $A$  και  $B$  της στεφάνης. ( $0, 20m/s, 10\sqrt{2} m/s$ )  
 Γ2. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης. ( $50 rad/s$ )  
 Γ3. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο  $O$ . ( $0,08 kg \cdot m^2$ )  
 Γ4. την κινητική ενέργεια της στεφάνης. ( $100 J$ )

25. Ομογενής δίσκος μάζας  $m = 40 kg$  και ακτίνας  $R = 20 cm$  στρέφεται με γωνιακή συχνότητα  $\omega = 5 rad/s$  γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν.

Να υπολογίσετε:

- α. Την κινητική ενέργεια του δίσκου λόγω της περιστροφής του. ( $10 J$ )  
 β. Το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου. ( $4kgm^2/s$ )  
 γ. Τη μέση ισχύ της ροπής (σε απόλυτη τιμή) που θα ακινητοποιήσει το δίσκο σε χρόνο  $5 s$ . ( $2W$ )  
 δ. Το μέτρο της σταθερής ροπής που ακινητοποιεί το δίσκο σε χρόνο  $5 s$ . ( $0,8N \cdot m$ )

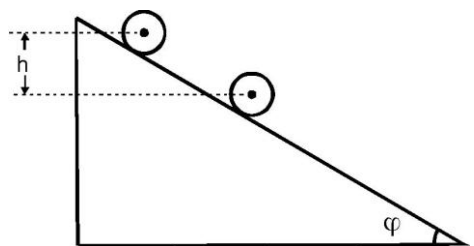


Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I=mR^2/2$

26. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας  $M=2kg$  και ακτίνας  $R=0,2m$  αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλαγίου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\phi$ , με  $\eta\phi = 0,6$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο κύλινδρος κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίζει. ( $4m/s^2$ )  
 β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλαγιο επίπεδο. ( $4N$ )  
 γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι  $h_1 = 4,8 m$ . ( $1,6kgm^2/s$ )  
 δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά  $h_2 = 2,4\pi m$ . ( $10$ )



Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I=MR^2/2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10m/s^2$ .

27. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα  $M=6kg$  και ακτίνα  $R=0,3m$ . Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν αντίστοιχα μάζες  $m_1=5kg$  και  $m_2=2 kg$ . Η τροχαλία και τα σώματα  $\Sigma_1, \Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των  $\Sigma_1, \Sigma_2$  βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Να υπολογίσετε:

**α.** το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . ( $3\text{m/s}^2$ )

**β.** το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας. ( $10\text{rad/s}^2$ )

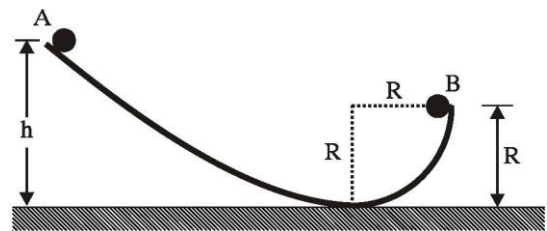
**γ.** το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή  $t_1=2\text{s}$ . ( $5,4\text{kgm}^2/\text{s}$ )

**δ.** τη χρονική στιγμή  $t_2$  κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των  $\Sigma_1, \Sigma_2$  θα είναι  $h=3\text{m}$ . ( $1\text{s}$ )

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της  $I=MR^2/2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

**Σημείωση:** Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Να θεωρήσετε ότι τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

- 28.** Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m=1\text{kg}$ , ακτίνας  $r=0,02\text{m}$  και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{\text{cm}} = \frac{2}{5}mr^2$ , αφήνεται από το σημείο A που βρίσκεται σε ύψος  $h=9\text{m}$  πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο B του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση  $R=2\text{m}$  από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:

**Δ1.** Τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο B και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της. ( $5,6 \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$ )

**Δ2.** Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.

**Δ3.** Το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

**Δ4.** Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο B.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$