

Θέματα Τράπεζας Θεμάτων

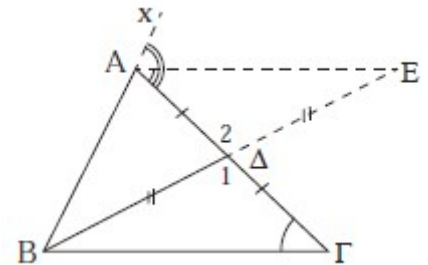
Γεωμετρία Α' Λυκείου

Ανισοτικές σχέσεις

Θεωρία

ΘΕΩΡΗΜΑ

Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από καθεμία από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου.

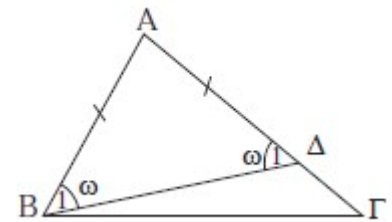


ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- i) Κάθε τρίγωνο έχει το πολύ μια γωνία ορθή ή αμβλεία.
- ii) Το άθροισμα δύο γωνιών κάθε τριγώνου είναι μικρότερο των 180° .

ΘΕΩΡΗΜΑ

Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα.



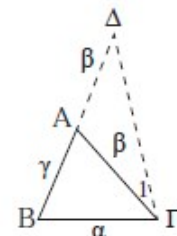
ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- i) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ορθή ή αμβλεία, τότε η απέναντι πλευρά της είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου.
- ii) Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές.
- iii) Αν ένα τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες, τότε είναι ισόπλευρο.

Τριγωνική ανισότητα $\Rightarrow \beta - \gamma < \alpha < \beta + \gamma$

ΘΕΩΡΗΜΑ

Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους.



ΠΟΡΙΣΜΑ

Κάθε χορδή κύκλου είναι μικρότερη ή ίση της διαμέτρου.

Άσκηση

Θέμα 2 - 1540

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\angle A = 90^\circ$), η διχοτόμος τη γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ . Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά $B\Gamma$ την κάθετο ΔE , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α. $AA = \Delta E$

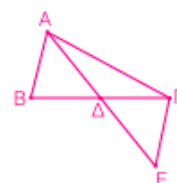
β. $AA < \Delta B$

Θέμα 2 - 1573

Στο διπλανό σχήμα, η AA είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ και το E είναι σημείο στην προέκταση της AA , ώστε $\Delta E = AA$. Να αποδείξετε ότι:

α. $AB = \Gamma E$

β. $AE < AB + A\Gamma$



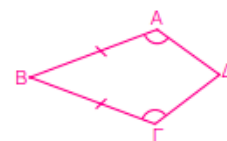
Θέμα 2 - 1585

Έστω κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma A$ με $BA = B\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

α. $\hat{BA\Gamma} = \hat{B\Gamma A}$

β. Το τρίγωνο $AA\Gamma$ είναι ισοσκελές.

γ. Η ευθεία BA είναι μεσοκάθετος του τμήματος $A\Gamma$.



Θέμα 2 - 1558

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και I το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι:

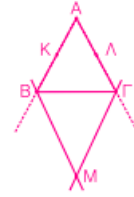
α. Το τρίγωνο $B\Gamma I$ είναι ισοσκελές.

β. Οι γωνίες $\hat{A\Gamma I}$ και $\hat{A\Gamma B}$ είναι ίσες.

γ. Η ευθεία AI είναι μεσοκάθετος του τμήματος $B\Gamma$.

Θέμα 2 - 1553

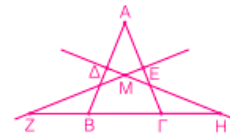
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών B και Γ τέμνονται στο σημείο M και K, Λ είναι αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$.



- Να δείξετε ότι το τρίγωνο $BM\Gamma$ είναι ισοσκελές με $MB = M\Gamma$.
- Να δείξετε ότι $MK = M\Lambda$.

Θέμα 2 - 1578

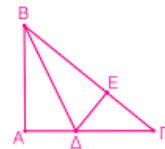
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Οι μεσοκάθετες ευθείες των ίσων πλευρών του τέμνονται στο M και προεκτεινόμενες τέμνουν τη βάση $B\Gamma$ στα Z και H .



- Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBH και $EZ\Gamma$.
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο MZH είναι ισοσκελές.

Θέμα 2 - 1646

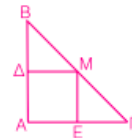
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A . Η BA είναι διχοτόμος της γωνίας B , η ΔE είναι κάθετη στην $B\Gamma$ και η γωνία Γ είναι μικρότερη της γωνίας B . Να αποδείξετε ότι:



- $\Delta\Delta = \Delta E$
- $\Delta\Delta < \Delta\Gamma$
- $\Delta\Gamma > AB$

Θέμα 2 - 1658

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με τη γωνία A ορθή και από το μέσο M της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα MA και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- Αν $MA = ME$ τότε:
 - τα τρίγωνα BAM και ΓEM είναι ίσα
 - το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- Αν $AB = A\Gamma$ τότε $MA = ME$.

Θέμα 2 - 1749

Θεωρούμε δυο σημεία A και B τα οποία βρίσκονται στο ίδιο μέρος ως προς μια ευθεία ϵ , τέτοια ώστε η ευθεία AB δεν είναι κάθετη στην ϵ . Έστω A' το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ϵ .

- Αν η $A'B$ τέμνει την ευθεία ϵ στο σημείο O , να αποδείξετε ότι:
 - Η ευθεία ϵ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{AOA'}$.
 - Οι ημιευθείες OA και OB σχηματίζουν ίσες οξείες γωνίες με την ευθεία ϵ .
- Αν K είναι ένα άλλο σημείο πάνω στην ευθεία ϵ , να αποδείξετε ότι:
 - $KA = KA'$
 - $KA + KB > AO + OB$

Θέμα 2 - 13844

Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι $BA < \Delta\Delta$, και $\widehat{\Delta\Delta\Gamma} = 90^\circ$.

- Να αποδείξετε ότι $\Delta\Gamma > B\Gamma$.
- Ποια είναι η μικρότερη γωνία του τριγώνου $AB\Gamma$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

