

Θέματα Τράπεζας Θεμάτων

Γεωμετρία Α' Λυκείου

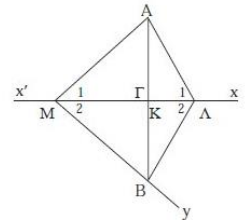
Ισότητα ορθογωνίων τριγώνων

Θεωρία

Θεωρήματα

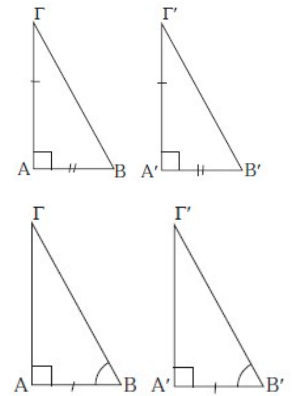
Θεώρημα

Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία.



Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν

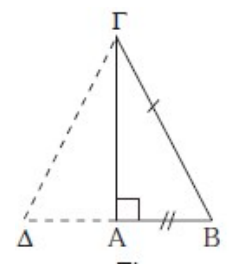
- δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία ή
- μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση.



Πορίσματα

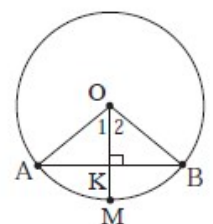
ΠΟΡΙΣΜΑ I

Το ύψος ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση είναι διάμεσος και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.



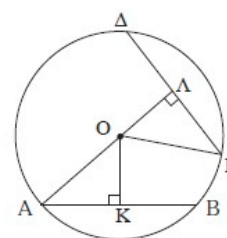
ΠΟΡΙΣΜΑ II

Η κάθετος που φέρεται από το κέντρο ενός κύκλου προς μια χορδή του διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.



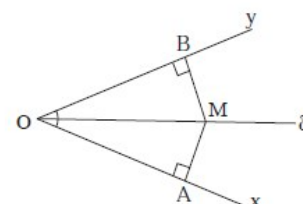
ΘΕΩΡΗΜΑ III

Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.



ΘΕΩΡΗΜΑ IV

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της και αντίστροφα κάθε εσωτερικό σημείο της γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.



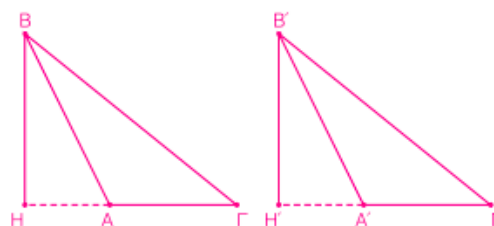
Ασκήσεις

Θέμα 2 - 12149

Δίνονται τα αμβλυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ ($\hat{A} > 90^\circ$) και $A'B'\Gamma'$ ($\hat{A}' > 90^\circ$) με $\gamma = \gamma'$ και $\beta = \beta'$. Αν τα ύψη BH και $B'H'$ των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ αντίστοιχα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι:

α. $\hat{BAH} = \hat{B'A'H'}$.

β. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

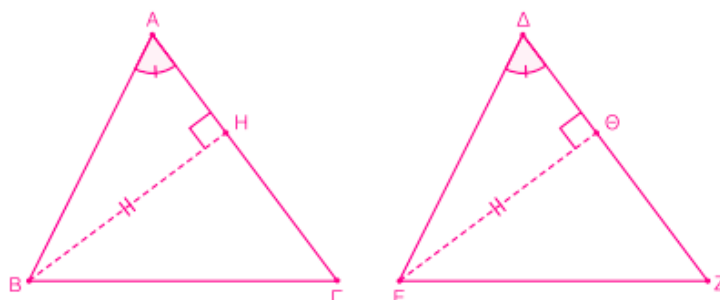


Θέμα 2 - 13517

Δίνονται δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{AB\Gamma} = \hat{\Delta EZ}$. Αν τα ύψη τους BH και $E\Theta$ είναι ίσα τότε να αποδείξετε ότι:

α. $AB = \Delta E$.

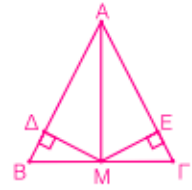
β. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.



Θέμα 2 - 1657

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και από σημείο M της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα MA και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α. Αν $MA = ME$, τότε τα τρίγωνα AMA και AME είναι ίσα.
- β. Αν $AB = A\Gamma$ και M μέσο του $B\Gamma$, τότε $MA = ME$.



Θέμα 2 - 1568

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ύψη του BA και ΓE που αντιστοιχούν στις πλευρές του $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

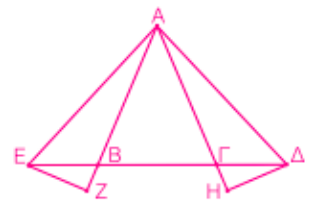
- α. Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$, τότε τα ύψη BA και ΓE είναι ίσα.
- β. Αν τα ύψη BA και ΓE είναι ίσα, τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $A\Gamma = AB$.

Θέμα 2 - 1659

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$.

Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma\Delta = BE$. Από το Δ φέρουμε DH κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$ και από το E φέρουμε EZ κάθετη στην ευθεία AB . Να αποδείξετε ότι:

- α. $A\Delta = AE$
- β. $EZ = DH$

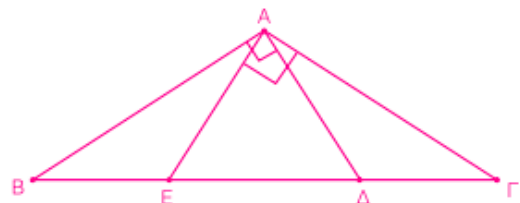


Θέμα 2 - 13533

Δίνεται ισοσκελές και αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$.

Η κάθετη στην AB στο σημείο A τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ και η κάθετη στην $A\Gamma$ στο σημείο A τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

- α. τα τρίγωνα ABA και $A\Gamma E$ είναι ίσα.
- β. το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
- γ. $BE = \Gamma\Delta$.



Θέμα 2 - 1574

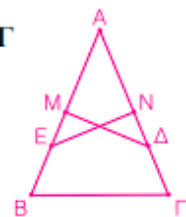
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{\Gamma}$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο Δ . Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma E$ είναι ίσα.
- Το Γ ισαπέχει από τα σημεία A και E και η ευθεία $\Gamma\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος AE .

Θέμα 2 - 1656

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $M\Delta$, NE οι μεσοκάθετοι των πλευρών του AB , $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- αν $M\Delta = NE$, τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές
- αν $AB = A\Gamma$, τότε $M\Delta = NE$.



Θέμα 2 - 1532

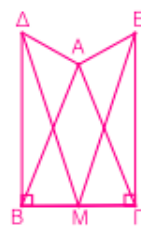
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE . Αν $EH \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα
- $EH = \Delta Z$

Θέμα 2 - 1698

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στα σημεία B και Γ της $B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$, τα τμήματα $BA \perp B\Gamma$ και $\Gamma E \perp B\Gamma$ τέτοια ώστε $BA = \Gamma E$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα BAM και ΓEM είναι ίσα.
- $AA = AE$



Θέμα 2 - 1545

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . Να αποδείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα.
- $AA = AE$

Θέμα 2 - 1547

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα MA και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α. $MA = ME$
- β. το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές

Θέμα 2 - 1569

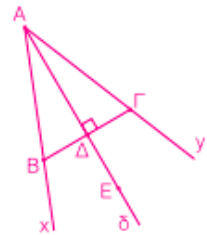
Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά ίσο τμήμα MA . Να αποδείξετε ότι:

- α. Τα τρίγωνα ABM και $M\Gamma A$ είναι ίσα.
- β. Τα σημεία A και Δ ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.

Θέμα 2 - 1670

Δίνεται γωνία $\hat{x}Ay$ και η διχοτόμος της $A\delta$. Από τυχαίο σημείο B της Ax φέρουμε κάθετη στη διχοτόμο, η οποία τέμνει την $A\delta$ στο Δ και την Ay στο Γ . Να αποδείξετε ότι:

- α. Τα τμήματα AB και $A\Gamma$ είναι ίσα.
- β. Το τυχαίο σημείο E της $A\delta$ ισαπέχει από τα B και Γ .



Θέμα 2 - 1571

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και BA η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$. Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$ και έστω Z το σημείο στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA (προς το A). Να αποδείξετε ότι:

- α. $AB = BE$
- β. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ZEB είναι ίσα.

Θέμα 2 - 1546

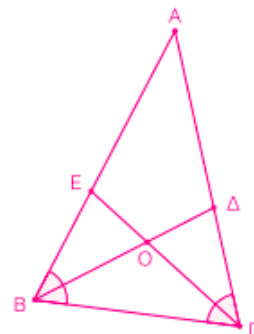
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$. Φέρουμε τις αποστάσεις MK και MA του σημείου M από τις ίσες πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- α. $MK = MA$
- β. Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας KMA .

Θέμα 4 - 13854

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Οι διχοτόμοι BA και ΓE των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα, τέμνονται στο σημείο O .

- α. Να αποδείξετε ότι $BA = \Gamma E$.
- β. Από τα σημεία E και Δ φέρνουμε κάθετες EA και ΔK στις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\Delta K = EA$.
- γ. Να εντοπίσετε και να σχεδιάσετε σημείο Z της πλευράς $B\Gamma$ που η απόστασή του από το σημείο E να ισούται με την απόσταση των σημείων Δ και K αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.



α. Να αποδείξετε ότι:

i. $AZ = AE$

ii. $AK = AA$

- β. Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η $A\Theta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Θ το σημείο τομής των KZ και EA . Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.