

Τράπεζα Θεμάτων

Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων

22055

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$.



α) Να εξηγήσετε γιατί:

(i) το μήκος της πλευράς BA είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'A'$ και

(Μονάδες 3)

(ii) το μήκος της πλευράς AG είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $A'\Gamma'$.

(Μονάδες 3)

β) i. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{B\Gamma} = \overrightarrow{B'\Gamma'}$.

(Μονάδες 10)

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'\Gamma'$.

(Μονάδες 3)

γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

«Αν για δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$, τότε τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα».

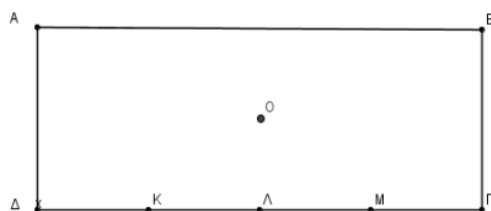
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

22042

ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Τα σημεία K , Λ , M χωρίζουν την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε τέσσερα ίσα τμήματα.



Αν $\overrightarrow{\Delta K} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta A} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$

(Μονάδες 8)

β) $\overrightarrow{MA}$

(Μονάδες 8)

γ) $\overrightarrow{OA}$

(Μονάδες 9)

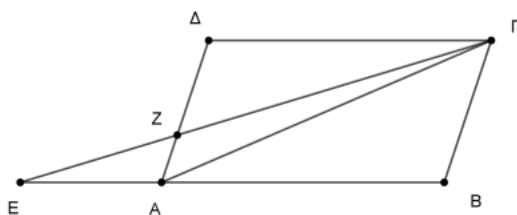
ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Τα σημεία E και Z είναι τέτοια ώστε $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{Z\Gamma} = 2\overrightarrow{EZ}$. (Μονάδες 9)

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Z , E και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\overrightarrow{B\Delta}$ και $\overrightarrow{\Gamma E}$

τέτοια ώστε $\overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{\Gamma A} + \overrightarrow{\Gamma B}$.

α)

i. Να δείξετε ότι $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{\Gamma B}$.

(Μονάδες 8)

ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AE}$ είναι αντίθετα.

(Μονάδες 8)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 9)