

21152

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Κάθε διάνυσμα στον χώρο είναι ίσο με τη διανυσματική ακτίνα του πέρατος μείον τη διανυσματική ακτίνα της αρχής.
- ii. Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και είναι παράλληλη στον άξονα  $x'$  έχει εξίσωση  $x = x_0$ .
- iii. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\eta} = (A, B)$ .
- iv. Η παραβολή με εξίσωση  $y^2 = 4x$  έχει εστία το σημείο  $E(1, 0)$ .
- v. Η εφαπτομένη του κύκλου  $x^2 + y^2 = \rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  είναι

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

21248

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σημείο  $E(2, 0)$ , η ευθεία  $\delta_1: x = -2$  και τυχαίο σημείο  $M(x, y)$  του επιπέδου.

α)

- i. Να βρείτε την απόσταση  $(ME)$  του σημείου  $M(x, y)$  από το  $E(2, 0)$  ως συνάρτηση των  $x, y$ .

(Μονάδες 8)

- ii. Να βρείτε την απόσταση  $d(M, \delta)$  του σημείου  $M$  από την ευθεία  $\delta$  ως συνάρτηση των  $x, y$ .

(Μονάδες 8)

β) Αν ισχύει  $(ME) = d(M, \delta)$  να δείξετε ότι το σημείο  $M$  ανήκει στην παραβολή  $y^2 = 8x$ .

(Μονάδες 9)

18701

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση  $y = \frac{1}{2}x^2$  (1).

α) Να βρείτε την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής στο σημείο A(2,2).

(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων την παραβολή (1), την εστία, τη διευθετούσα και την εφαπτομένη της παραβολής.

(Μονάδες 9)

22267

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση  $y^2 = 4x$  (1).

α) Να γράψετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένη την παρακάτω πρόταση :

«Τα σημεία του επιπέδου που επαληθεύουν την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μια καμπύλη που ονομάζεται ..... Η εστία της E, έχει συντεταγμένες E(....., .....) και η διευθετούσα έχει εξίσωση .....».

(Μονάδες 09)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που εφάπτεται στην παραπάνω καμπύλη στο σημείο A(1, -2).

(Μονάδες 08)

γ) Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής της ευθείας ε με τον άξονα x'x είναι σημείο της διευθετούσας της παραβολής.

(Μονάδες 08)

22190

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παραβολή (C) με εξίσωση

$$y^2 = x \quad (1)$$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας E και την εξίσωση της διευθετούσας (δ).

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο A(1,-1) είναι σημείο της παραβολής.

(Μονάδες 05)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης παραβολής στο σημείο της A(1,-1).

(Μονάδες 08)

21307

ΘΕΜΑ 2

Σε καρτεσιανό επίπεδο  $Oxy$  δίνεται η παραβολή με εξίσωση  $x^2 = 12y$ .

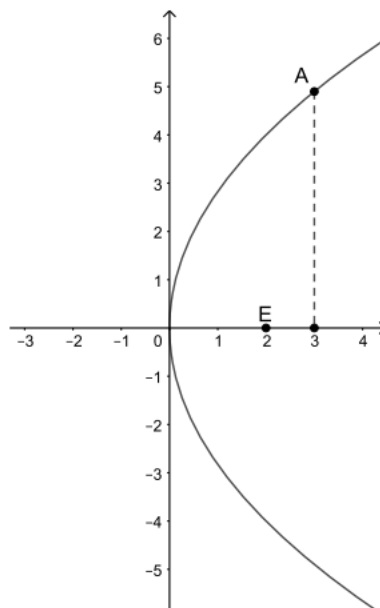
- α) Να αποδείξετε ότι η εστία της παραβολής είναι το σημείο  $E(0, 3)$  και να βρείτε τα σημεία της παραβολής που έχουν τεταγμένη 3. (Μονάδες 12)
- β) Να αποδείξετε ότι εφαπτομένες ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ) της παραβολής στα σημεία  $A(6,3)$  και  $B(-6,3)$ , αντίστοιχα, έχουν εξισώσεις  $y = x - 3$  και  $y = -x - 3$ . (Μονάδες 08)
- γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ). (Μονάδες 05)

21306

ΘΕΜΑ 2

Σε καρτεσιανό επίπεδο  $Oxy$  δίνεται η παραβολή με άξονα συμμετρίας τον  $x'$ , κορυφή  $O(0,0)$  και εστία  $E(2,0)$ , όπως στο παρακάτω σχήμα. Το σημείο  $A$  της παραβολής έχει τετμημένη 3 και βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο του  $Oxy$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της παραβολής είναι  $y^2 = 8x$  και ότι  $A(3, 2\sqrt{6})$ . (Μονάδες 10)
- β) Να σχεδιάσετε τη διευθετούσα ( $\delta$ ) της παραβολής και να γράψετε την εξίσωσή της. (Μονάδες 06)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της παραβολής στο σημείο  $A$ . (Μονάδες 09)



20235

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παραβολή  $C: y^2 = 8x$ .

α) Να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της παραβολής. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο της  $(\frac{1}{8}, 1)$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $\varepsilon: 8x - 2y + 3 = 0$ . (Μονάδες 15)

18242

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παραβολή  $C$  με εξίσωση  $y^2 = 4x$ .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας  $E$  και την εξίσωση της διευθετούσας  $\delta$  της  $C$ .

(Μονάδες 8)

β) Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της  $C$  στο σημείο της  $M(4,4)$ .

(Μονάδες 8)

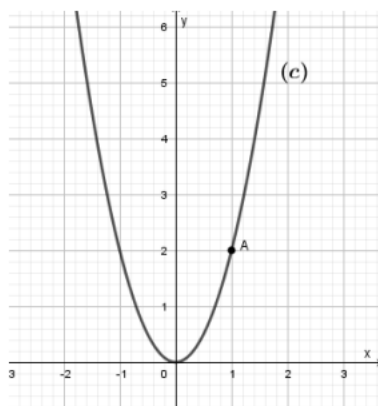
γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων την παραβολή  $C$ , τη διευθετούσα  $\delta$  και την ευθεία ( $\varepsilon$ ).

(Μονάδες 9)

20866

ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής ( $c$ ), που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον  $y'y$  και διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$ .



α) Να βρείτε την εξίσωση, την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 06)

β) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς τον άξονα της παραβολής.

(Μονάδες 04)

γ)

i. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της παραβολής στο σημείο  $A'(-1,2)$ .

(Μονάδες 08)

ii. Να βρείτε το σημείο τομής της ( $\varepsilon$ ) με τον άξονα  $y'y$  και στη συνέχεια να την σχεδιάσετε.

(Μονάδες 07)

18741

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $C: y^2 = \alpha \cdot x$  η οποία διέρχεται από το σημείο  $M(16, \alpha + 4)$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 4$ .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την εστία  $E$  και τη διευθετούσα  $\delta$  της παραβολής.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $\varepsilon_1$  της παραβολής  $C$  η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $\varepsilon_2: -x + 2y + 4 = 0$ .

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε την εξίσωση κύκλου  $C_1$  με κέντρο την κορυφή της παραβολής  $C$  ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon_1$  του ερωτήματος γ).

(Μονάδες 6)

20090

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $y^2 = 4x$  και  $M(x_0, y_0), y_0 > 0$ , ένα σημείο της.

α) Αν  $A$  είναι η προβολή του  $M$  στη διευθετούσα της παραβολής,

i. Να εκφράσετε τις συντεταγμένες των σημείων  $M$  και  $A$  συναρτήσει της τεταγμένης  $y_0$  του σημείου  $M$ . (Μονάδες 05)

ii. Αν  $E$  είναι η εστία της παραβολής, να βρείτε το σημείο  $M$  για το οποίο

$$(MAE) = \frac{5}{8} \text{ τ.μ.}$$

(Μονάδες 12)

β) Αν  $M(\frac{1}{4}, 1)$  και  $\epsilon$  η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο  $M$ , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $AMEM'$  είναι ρόμβος, όπου  $E$  είναι η εστία της παραβολής και  $M'$  το σημείο που η ευθεία  $\epsilon$  τέμνει τον άξονα  $x'$ . (Μονάδες 08)

21690

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $C: y^2 = 3x$  και η ευθεία  $\epsilon: 3x + 4y + 10 = 0$ .

α) Να αποδείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή δεν έχουν κοινά σημεία και να τις σχεδιάσετε. (Μονάδες 8)

β) Έστω  $M(x_0, y_0)$  ένα σημείο της παραβολής. Να αποδείξετε ότι η απόστασή του  $d(M, \epsilon)$  από την ευθεία είναι  $d(M, \epsilon) = \frac{(y_0 + 2)^2 + 6}{5}$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το σημείο της παραβολής που είναι το πιο κοντινό στην ευθεία.

(Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο που βρήκατε στο ερώτημα γ) είναι παράλληλη στην ευθεία  $\epsilon$ .

(Μονάδες 4)

## ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων, το 1ο τεταρτημόριο αντιστοιχεί σε μια θαλάσσια περιοχή και τα υπόλοιπα τεταρτημόρια σε στεριά. Οι ημιάξονες  $Ox, Oy$  οριοθετούν ένα λιμάνι. Ένα πλοίο ρυμουλκείται στο λιμάνι, δεμένο με δύο συρματόσχοινα στο ίδιο σημείο  $\Pi(\kappa, \lambda)$  του πλοίου. Το ένα από τα δύο ρυμουλκά είναι σταθερό στο σημείο  $E(2,0)$  και το άλλο κινείται ώστε η θέση να περιγράφεται από το σημείο  $P(-2, \lambda)$ . Η ρυμούλκηση γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε χρονική στιγμή της ρυμούλκησης να ισχύει  $(PE) = (PP)$ .

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο  $P(-2, \lambda)$  κινείται σε σταθερή ευθεία ( $\delta$ ) της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

(Μονάδες 5)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί κάθε χρονική στιγμή της ρυμούλκησης είναι  $PP \perp (\delta)$ .

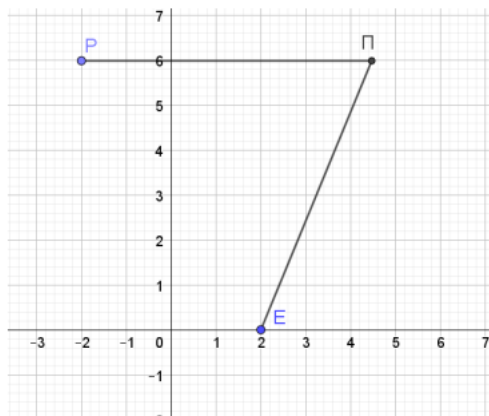
(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι η πορεία του  $\Pi(\kappa, \lambda)$  είναι παραβολή  $C$  της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

(Μονάδες 7)

δ) Αν  $y^2 = 8x$  η εξίσωση της παραβολής  $C$  να αποδείξετε ότι κάθε χρονική στιγμή η μεσοκάθετος του  $EP$  εφάπτεται της παραβολής  $C$  στο σημείο  $\Pi$ .

(Μονάδες 8)



## ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία  $M(-2, 2)$ ,  $E\left(0, -\frac{1}{2}\right)$  και η ευθεία  $(\zeta)$  με εξίσωση  $y = \frac{1}{2}$ .

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $(\varepsilon_1)$  που διέρχεται από το σημείο  $M$  και σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 05)

β) Να βρείτε την εξίσωση, που εκφράζει το σύνολο των σημείων του επιπέδου, που απέχουν ίση απόσταση από το σημείο  $E$  και την ευθεία  $(\zeta)$ .

(Μονάδες 06)

γ)

i. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $(\pi)$  της καμπύλης  $C: x^2 + 2y = 0$ , που είναι παράλληλη στην ευθεία  $(\varepsilon_1)$ , με εξίσωση  $y = x + 4$ .

(Μονάδες 07)

ii. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της καμπύλης  $C$  και των ευθειών  $(\varepsilon_1)$  και  $(\pi)$ . Με τη βοήθεια του σχήματος (ή με οποιονδήποτε άλλον τρόπο) να αποδείξετε ότι η ελάχιστη απόσταση των σημείων της  $C$  από την ευθεία  $(\varepsilon_1)$  είναι  $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ .

(Μονάδες 07)



## ΘΕΜΑ 4

Ένα σημείο  $A(x_A, y_A)$  της παραβολής  $C: y^2 = 4x$  με  $x_A > 0$ ,  $y_A > 0$ , έχει την εξής ιδιότητα: η ημιευθεία  $AE$  τέμνει την διευθετούσα  $(\delta)$  στο σημείο  $\Gamma$ , έτσι όμως ώστε η εστία  $E$  της παραβολής  $C$ , να είναι το μέσο του τμήματος  $A\Gamma$ . Επίσης, από το σημείο  $A$  φέρνουμε κάθετη στην διευθετούσα  $(\delta)$  και έστω  $B$  το σημείο τομής, όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισόπλευρο.

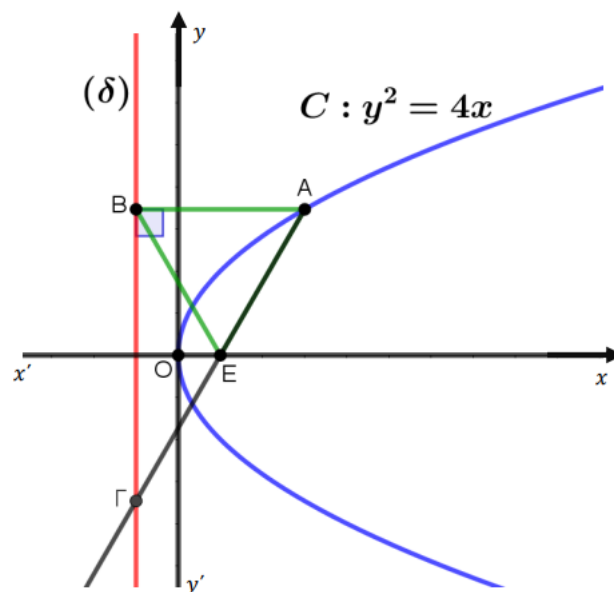
(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι  $x_A = 3$  και  $y_A = 2\sqrt{3}$ .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(Μονάδες 8)



## ΘΕΜΑ 4

Στην Golden Gate γέφυρα του San Francisco, το κεντρικό καλώδιο θεωρούμε προσεγγιστικά ότι αποτελεί τμήμα παραβολής. Οι δύο βασικοί πυλώνες απέχουν μεταξύ τους  $1280\text{ m}$ , ενώ το ύψος του κάθε πυλώνα σε σχέση με το οδόστρωμα της γέφυρας είναι  $160\text{ m}$ . Γνωρίζουμε ότι το κατώτερο σημείο του παραβολικού καλωδίου αγγίζει τη γέφυρα στο μέσο της απόστασης των δύο πυλώνων. Θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων, όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της παραβολής του κεντρικού καλωδίου σ' αυτό το σύστημα των αξόνων είναι  $x^2 = 2560y$ .

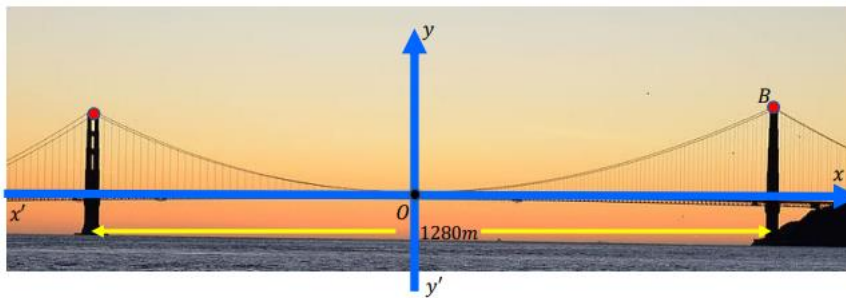
(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας  $E$  και την εξίσωση της διευθετούσας ( $\delta$ ) της παραβολής.

(Μονάδες 8)

γ) Η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο  $B(640,160)$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι  $E\Delta = EB$ .

(Μονάδες 8)



## ΘΕΜΑ 4

Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση  $y^2 = 4x$ , η εφαπτομένη της ( $\varepsilon$ ) στο σημείο  $A(4,4)$  και η  $AK$  κάθετη στην ( $\varepsilon$ ). Μία φωτεινή ακτίνα ( $\zeta$ ), ακολουθώντας πορεία παράλληλη προς τον άξονα της παραβολής, προσπίπτουσα στο σημείο  $A$  και ανακλώμενη πάνω στην καμπύλη (που αντιστοιχεί σε παραβολικό κάτοπτρο) διέρχεται από το σημείο  $M$ . Αν γνωρίζετε ότι η γωνία  $\theta_1$  που σχηματίζει η προσπίπτουσα φωτεινή ακτίνα ( $\zeta$ ) με την ( $\varepsilon$ ) και η γωνία  $\theta_2$  που σχηματίζει η ανακλώμενη φωτεινή ακτίνα  $AM$  με την ( $\varepsilon$ ) είναι ίσες, τότε:

α) Να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 06)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) και το σημείο  $B$  στο οποίο αυτή τέμνει τον άξονα  $x'x$ .

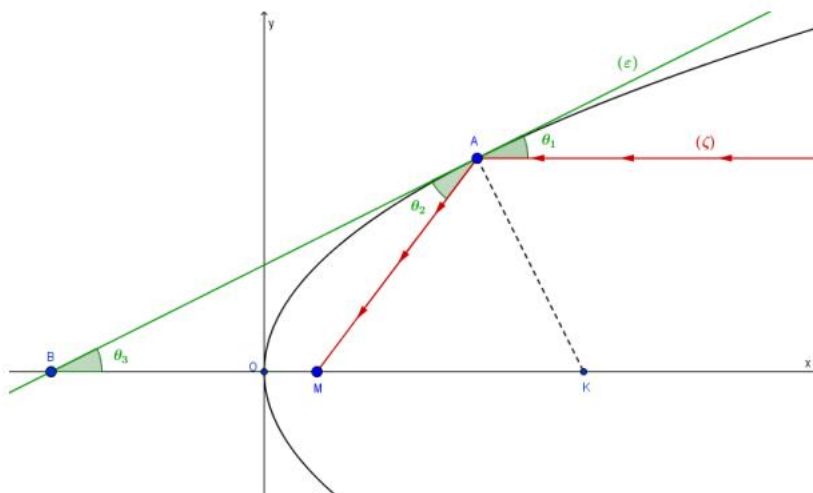
(Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $MAB$  είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 07)

δ) Να αποδείξετε ότι το σημείο  $M$  ταυτίζεται με την εστία της παραβολής.

(Μονάδες 06)



18345

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $C: y^2 = 4x$  και η εξίσωση  $(\lambda^2 - 1)x + 2\lambda y + \lambda^2 + 1 = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας  $E$  και την εξίσωση της διευθετούσας  $\delta$  της παραβολής  $C$ .

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι η (1) για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  παριστάνει ευθεία  $\varepsilon_\lambda$  που δεν διέρχεται από το  $O(0,0)$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι η διευθετούσα της παραβολής δεν ανήκει στην οικογένεια ευθειών  $\varepsilon_\lambda$ .

(Μονάδες 6)

δ) Έστω  $M(\alpha, \beta)$  σημείο του επιπέδου το οποίο δεν ανήκει στην παραπάνω διευθετούσα  $\delta$ . Αν από το  $M$  διέρχεται μόνο μία ευθεία από την οικογένεια ευθειών  $\varepsilon_\lambda$ , να δείξετε ότι το  $M$  ανήκει στον κύκλο που έχει κέντρο την κορυφή της παραβολής  $C$  και διέρχεται από την εστία της  $E$ .

(Μονάδες 7)

21883

α) Να βρείτε την εστία  $E$  και τη διευθετούσα  $\delta$  της παραβολής. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή δεν έχουν κοινά σημεία. Στη συνέχεια σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων  $Oxy$  να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις της παραβολής  $C$  και της ευθείας  $\varepsilon$ . (Μονάδες 8)

γ) Αν  $M(x, y)$  είναι σημείο της παραβολής, τότε:

i. Να αποδείξετε ότι η απόσταση του  $M$  από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι  $d(M, \varepsilon) = \frac{\frac{1}{4}x^2 - x + 2}{\sqrt{2}}$

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση του σημείου  $M$  από την ευθεία  $\varepsilon$  καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου  $M$  της παραβολής που απέχει την ελάχιστη απόσταση από την ευθεία. (Μονάδες 6)

22465

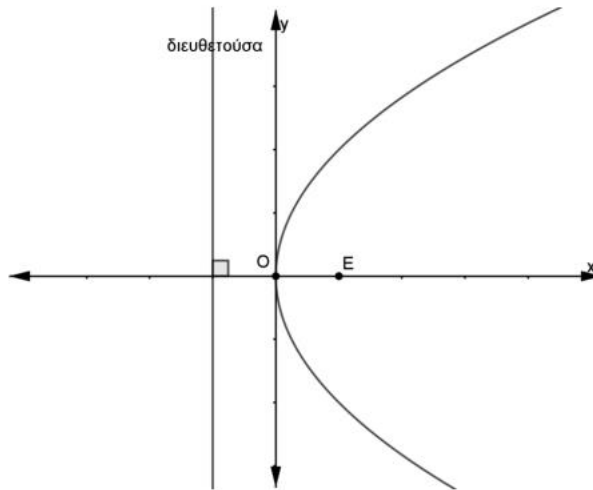
ΘΕΜΑ 4

Έστω παραβολή  $C$  με κορυφή την αρχή των αξόνων  $O$  και άξονα συμμετρίας τον  $x'$ . Η απόσταση της εστίας  $E$  από την διευθετούσα  $\delta$  της παραβολής  $C$  είναι 4 και η γραφική της παράσταση φαίνεται στο παρακάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

α) Να δικαιολογήσετε ότι η εστία της είναι η  $E(2,0)$ , η διευθετούσα της είναι η  $\delta : x=-2$  και η εξίσωσή της παραβολής είναι  $y^2=8x$ . (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής στο σημείο της  $A(2,4)$  είναι η  $\epsilon: y=x+2$ . (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από την εστία της παραβολής και εφάπτεται στην ευθεία  $\epsilon$  στο σημείο της  $A(2,4)$ . (Μονάδες 7)



22275

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή ( $C$ ) που έχει εξίσωση  $y^2 = 4x$  (1).

α) Να σχεδιάσετε πρόχειρα την παραπάνω παραβολή και να γράψετε τις συντεταγμένες της εστίας της  $E$  και την εξίσωση της ευθείας της διευθετούσας  $\delta$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο  $A(0, 2)$  και εφάπτονται στην παραβολή που περιγράφει η εξίσωση (1). (Μονάδες 13)

20092

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή  $y^2 = 4x$ , το σημείο της  $M(\frac{1}{4}, 1)$  και η ευθεία  $\epsilon$  του επιπέδου με εξίσωση

$$\epsilon: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} + 1 = 0.$$

α)

- i. Να δείξετε ότι η ευθεία  $\epsilon$  δεν έχει κοινά σημεία με την παραβολή και να βρείτε την απόστασή του σημείου  $M$  από την  $\epsilon$ . (Μονάδες 07)
- ii. Αν η ευθεία  $\epsilon$  τέμνει τους άξονες  $x'$  και  $y'$  στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  αντίστοιχα, να δείξετε ότι  $(M\Gamma\Delta) = 5$  τ.μ. (Μονάδες 05)

β)

- i. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\zeta$  που εφάπτεται της παραβολής και είναι παράλληλη στην ευθεία  $\epsilon$ . (Μονάδες 08)
- ii. Ποια είναι η απόσταση των ευθειών  $\zeta$  και  $\epsilon$ ; (Μονάδες 05)

18570

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$  και η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $3x - 4y = \mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε το κέντρο του κύκλου και την ακτίνα του. (Μονάδες 05)
- β) Αν η ευθεία  $\epsilon$  τέμνει τον κύκλο σε δύο διαφορετικά σημεία  $A, B$ 
  - i. Να αποδείξετε ότι  $-35 < \mu < 15$ . (Μονάδες 07)
  - ii. Να βρείτε για ποια τιμή του  $\mu$  η ευθεία  $\epsilon$  διέρχεται από το κέντρο του. (Μονάδες 04)
  - iii. Να βρεθεί σημείο  $\Gamma$  του κύκλου τέτοιο ώστε, το τρίγωνο  $\Gamma AB$  να είναι ισοσκελές με βάση τη χορδή  $AB$ . (Μονάδες 09)

18372

ΘΕΜΑ 4

Σε καρτεσιανό επίπεδο  $Oxy$  θεωρούμε τα σημεία  $A(-2, -2)$ ,  $B(0, -4)$  και την παραβολή  $y^2 = 4x$ .

- α) Να βρείτε την παράμετρο, την εστία και την διευθετούσα της παραβολής. (Μονάδες 09)
- β) Να βρείτε το σημείο  $M$  της παραβολής στο οποίο η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην  $AB$ . (Μονάδες 08)
- γ) Αν  $M(1, -2)$  και  $K$  είναι το σημείο τομής της εφαπτομένης ευθείας του προηγούμενου ερωτήματος με τον άξονα  $x'$ , να δείξετε ότι το τετράπλευρο  $ABMK$  είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 08)

## ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η παραβολή  $C: y^2 = 12x$  με εστία  $E$  και η εφαπτομένη ευθεία  $(\varepsilon)$  της  $(C)$  στο σημείο της  $M(1, 2\sqrt{3})$ , η οποία τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $B$ . Από το σημείο  $M$  φέρνουμε ευθεία  $t't$  παράλληλη προς τον άξονα  $x'x$ , η οποία τέμνει την διευθετούσα  $(\delta)$  στο σημείο  $H$ .

α) Να αποδείξετε ότι η  $(\varepsilon)$  έχει εξίσωση  $y = \sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3}$ .

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $B, H, E$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $MEBH$  είναι ρόμβος.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $(\zeta)$  η οποία διχοτομεί την γωνία  $\widehat{EMt}$ .

(Μονάδες 6)

