Γεωμετρία Β΄ Λυκείου

Τράπεζα θεμάτων

Μήκος κύκλου-Μήκος τόξου

21298

ΘΕΜΑ 2

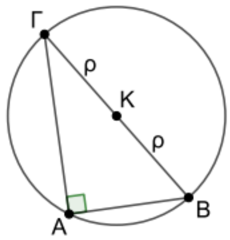
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, με $\hat{A}$ ορθή γωνία και ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου, που έχει κέντρο το Κ και ακτίνα ρ. Επίσης δίνεται ότι το μήκος του κύκλου ισούται με 10π.

α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα ρ του κύκλου έχει μήκος 5. (Μονάδες 08)

β) Αν η χορδή ΑΒ έχει μήκος 6 να υπολογίσετε:

i. το μήκος της χορδής ΑΓ του κύκλου, (Μονάδες 10)

ii. το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)



21192

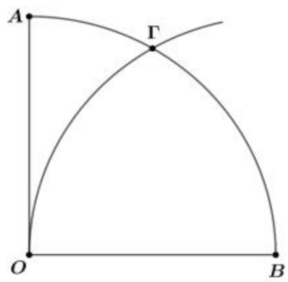
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τεταρτοκύκλιο Ο $\widehat{AB}$ κέντρου Ο και ακτίνας R. Αν ο κύκλος κέντρου Β και ακτίνας R τέμνει το τόξο $\widehat{AB}$ στο σημείο Γ όπως στο σχήμα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο και το μήκος $\ell_{B\Gamma}$ του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ είναι $\ell_{\widehat{B\Gamma}}=\frac{\pi\cdot R}{3}$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι το μήκος του τόξου $\widehat{A\Gamma}$ είναι $\ell_{\widehat{A\Gamma}}=\frac{\pi\cdot R}{6}$. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ που αποτελείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ και τα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{O\Gamma}$. (Μονάδες 9)



22046

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R = 1$. Θεωρούμε ακτίνα ΟΓ την οποία προεκτείνουμε κατά τμήμα $ΓΒ = ΟΓ = R$ και το εφαπτόμενο τμήμα ΒΑ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $Ο\hat{Β}Α = 30^o$.

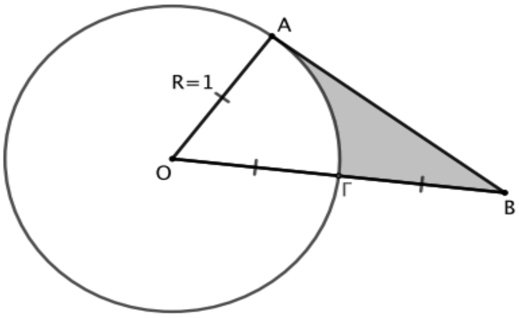
(Μονάδες 05)

β) Να αποδείξετε ότι $ΑΒ = \sqrt{3}$.

(Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 10)



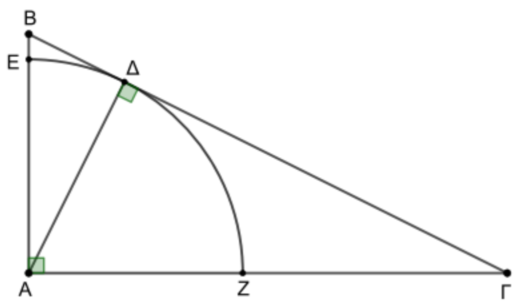
21122

ΘΕΜΑ 2

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ του σχήματος, το $Δ$ είναι η προβολή της κορυφής $Α$ στην υποτείνουσα $ΒΓ$ και είναι $ΒΔ = 1$ και $ΔΓ = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = 2$. (Μονάδες 12)

β) Με κέντρο το $Α$ και ακτίνα $ΑΔ$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$, στα σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου $\widehat{ΕΔΖ}$. (Μονάδες 13)



21193

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα τρεις κυκλικοί τροχοί με ίσες ακτίνες μήκους R, έχουν τα κέντρα τους στις κορυφές τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β και γ. Ένας τεντωμένος ιμάντας μήκους L συνδέει τους τρεις ίσους τροχούς όπως στο σχήμα και εφάπτεται σε αυτούς στα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν, Ρ, Σ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο ΑΛΜΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 4)

ii. Η κυρτή γωνία $\mathrm{K\widehat{A}\Lambda}$ και η γωνία $\widehat{\mathrm{A}}$ του τριγώνου ΑΒΓ είναι παραπληρωματικές. (Μονάδες 4)

β) Αν $\mathrm{K\widehat{A}\Lambda} = \widehat{\omega}$, $\Sigma\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{P} = \widehat{\theta}$, $\mathrm{M\widehat{\Gamma}N} = \widehat{\varphi}$, να αποδείξετε ότι $\widehat{\omega} + \widehat{\theta} + \widehat{\varphi} = 360^o$. (Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι το μήκος του ιμάντα L είναι L = 2(τ + πR) όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)