Γεωμετρία Β΄ Λυκείου

Τράπεζα θεμάτων

Λόγος Εμβαδών όμοιων τριγώνων-πολυγώνων

16732

ΘΕΜΑ 4

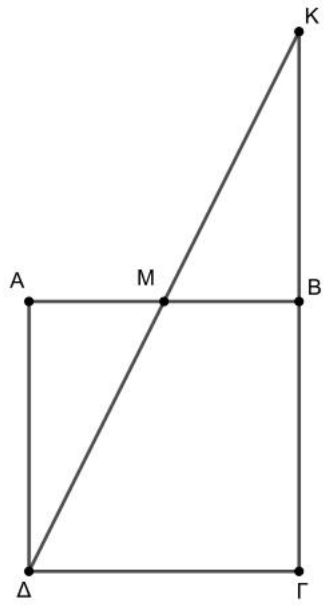
Έστω τετράγωνο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της ΑΒ. Οι ευθείες ΔΜ και ΓΒ τέμνονται στο Κ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΜΚΒ και ΔΚΓ είναι όμοια. (5 μονάδες )

β) (ΜΚΒ) = $\frac{1}{4}$ (ΔΚΓ) (5 μονάδες )

γ) (ΜΒΓΔ) = $\frac{3}{4}$ (ΑΒΓΔ). (10 μονάδες )

δ) Αν (ΜΒΓΔ) = 75 $\mathrm{m}^2$ να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου. (5 μονάδες )



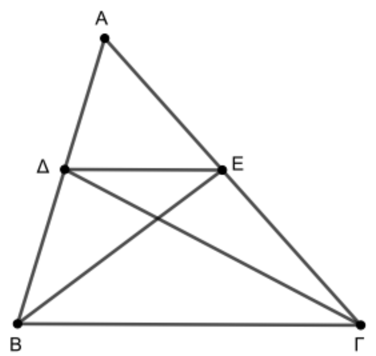
16806

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς ΑΒ φέρουμε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΔΕΒ)}=\frac{ΑΔ}{ΔΒ}$ και $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΔΕΓ)}=\frac{ΑΕ}{ΕΓ}$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι (ΔΕΒ) = (ΔΕΓ). (Μονάδες 12)



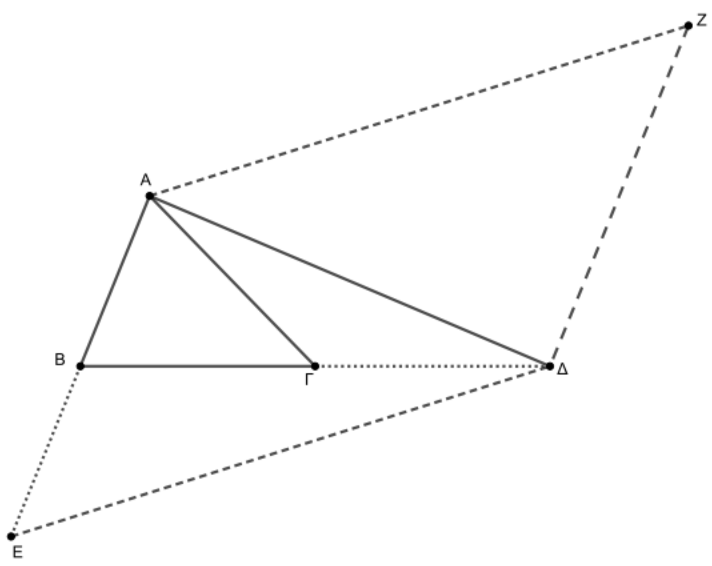

18561

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ=ΒΓ και την πλευρά ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ=ΑΒ.

α) Αν (ΑΒΓ)= 25 $m^2$, να αποδείξετε ότι (ΒΔΕ)=50 $m^2$. (Μονάδες 10)

β) Από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΕΔ και από την κορυφή Δ ευθεία παράλληλη στην ΕΑ που τέμνονται στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΖΔ είναι 4-πλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 15)



18301

ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ και ΓΑ κατά τμήματα ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Αν είναι $ΑΔ = \frac{1}{2}ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{2}{5}ΑΓ$, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$.

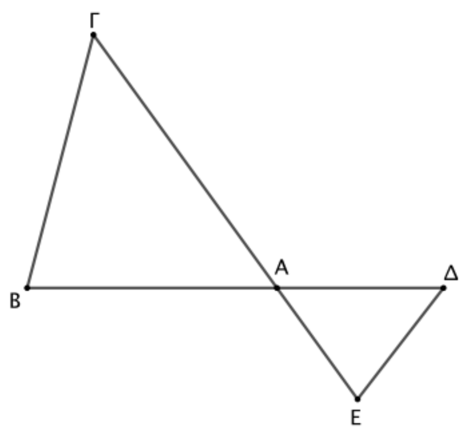
(Μονάδες 10)

β) Αν είναι $ΑΔ = \frac{1}{λ}ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{λ}{μ}ΑΓ$, όπου λ, μ είναι θετικοί ακέραιοι, να αποδείξετε ότι ο λόγος $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$ είναι ανεξάρτητος από την τιμή του λ.

(Μονάδες 10)

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι «υπάρχουν άπειρα ζεύγη τιμών των ακεραίων λ και μ για τα οποία είναι (ΑΔΕ) = (ΑΒΓ)». Να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός του είναι αληθής και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)



18101

ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα, τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒΔ είναι ισοσκελή με $ΑΓ = ΒΓ = 3$ και $ΑΒ = ΑΔ = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $\hat{B}$ και $B\hat{A}Γ$ είναι ίσες.

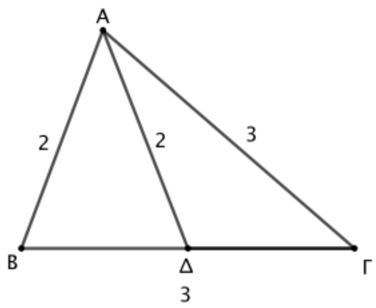
(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΔΑ είναι όμοια.

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(ΑΒΓ)}{(ΒΔΑ)}$ των εμβαδών των δύο τριγώνων.

(Μονάδες 8)




17956

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Δ στο εσωτερικό του τμήματος ΒΓ. Από το Δ φέρουμε παράλληλες στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ. Η παράλληλη στην ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ζ και η παράλληλη στην ΑΓ τέμνει την ΑΒ στο Ε. Θεωρούμε Κ και Λ τα μέσα των ΒΔ και ΔΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(ΕΚΔ) = \frac{(ΒΕΔ)}{2}$ (Μονάδες 09)

β) $(ΕΖΔ) = \frac{(ΑΕΔΖ)}{2}$ (Μονάδες 09)

γ) Το εμβαδόν του ΚΕΖΛ είναι ανεξάρτητο της επιλογής του σημείου Δ. (Μονάδες 07)

17907

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Με πλευρές τις ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ, τα τετράγωνα ΑΒΗΖ, ΑΓΘΙ, ΒΓΡΔ. Έστω Ε, $Ε_1$, $Ε_2$, τα εμβαδά των τετραγώνων ΑΓΘΙ, ΑΒΗΖ, ΒΓΡΔ αντίστοιχα. Αν ισχύουν οι ισότητες $Ε_1 = 4Ε$, $Ε_2 = 5Ε$ τότε:

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία Α.

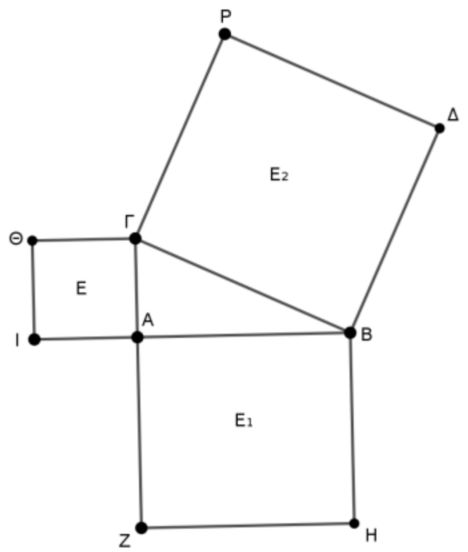
(Μονάδες 9)

β) να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΓ, ΑΙΖ, ΒΗΔ, ΓΡΘ είναι ίσα.

(Μονάδες 9)

γ) αν η ΑΓ=1 να υπολογίσετε το εμβαδόν του πολυγώνου ΖΗΔΡΘΙ.

(Μονάδες 7)



16582

ΘΕΜΑ 4

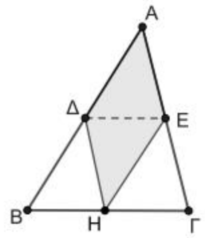
Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ τα Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

α) Έστω ότι $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{1}{2}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)

ii. Αν Η είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 12)

β) Αν γνωρίζετε ότι $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \lambda$, τότε ποια είναι η σχέση των εμβαδών του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ και του τριγώνου ΑΒΓ; (Μονάδες 06)



19037

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε, Ζ των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε

$$ΔΒ = \frac{1}{5}ΑΒ,\ \ ΕΓ = \frac{1}{4}ΒΓ,\ \ ΖΓ = \frac{1}{2}ΑΓ$$

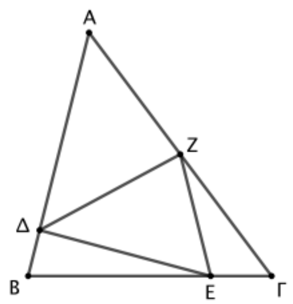
α) Να υπολογίσετε τους λόγους

$$\frac{(ΔΒΕ)}{(ΑΒΓ)}, \frac{(ΕΓΖ)}{(ΑΒΓ)}, \frac{(ΖΑΔ)}{(ΑΒΓ)}$$

(Μονάδες 15)

β) Αν είναι $(ΑΒΓ) = 120$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ.

(Μονάδες 10)



18371

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ μέσο της ΑΓ. Από το Δ φέρουμε ΔΕ παράλληλη στην ΒΓ και ίση με το μισό της ΑΒ όπως στο σχήμα.

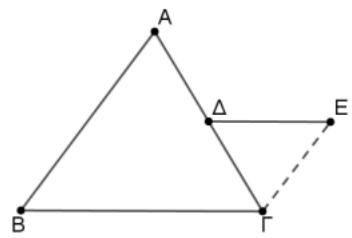
α)

i. Να αποδείξετε ότι: $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{ΔΕ}{2ΒΓ}$. (Μονάδες 10)

ii. Αν το ΔΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο, τότε να αποδείξετε ότι (ΔΕΓ) = (ΑΒΔ). (Μονάδες 10)

β) Σε ένα τεστ που χρειάστηκε από τους μαθητές να βρεθεί ο λόγος $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)}$ ένας μαθητής έγραψε: «Παρατηρώ ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΓ έχουν $\widehat{Δ} = \widehat{Γ}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔΕ και ΒΓ που τέμνονται από την ΔΓ και δύο πλευρές τους ανάλογες, αφού $\frac{ΔΓ}{ΑΓ} = \frac{ΔΕ}{ΑΒ} = \frac{1}{2}$. Επειδή έχουν δύο πλευρές ανάλογες μία προς μία και τις γωνίες τους $\widehat{Δ}, \widehat{Γ}$ ίσες, τα τρίγωνα θα είναι όμοια. Επομένως, ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους. $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \left(\frac{ΔΕ}{ΑΒ}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$». Ο καθηγητής του του είπε ότι έχει κάνει ένα σημαντικό λάθος. Μπορείτε να εντοπίσετε σε ποιο σημείο ο συλλογισμός του μαθητή είναι λανθασμένος;

(Μονάδες 05)



16770

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται γωνία $x\widehat{O}\psi$ και η διχοτόμος της Οδ. Πάνω στην Οδ παίρνουμε τυχαία σημεία Α και Β. Θεωρούμε σημείο Ε στην πλευρά Οx τέτοιο ώστε $O\widehat{E}B = 70^o$ και σημείο Δ στην Οψ τέτοιο ώστε $O\widehat{\Delta}A=70^o$.

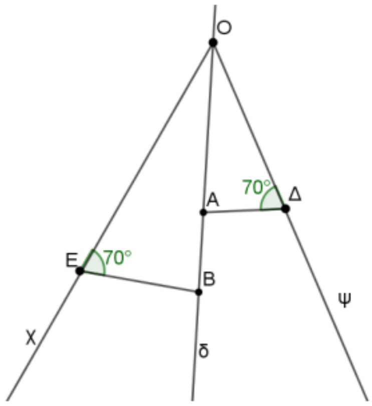
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΕΒ και ΟΔΑ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Αν $\frac{OA}{OB}=\frac{2}{3}$ να υπολογίσετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών των τριγώνων.

(Μονάδες 06)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΔ είναι 28 τ.μ. να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΟΕΒ.

(Μονάδες 09)




16756

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τυχαίο σημείο Δ της πλευράς ΑΒ.

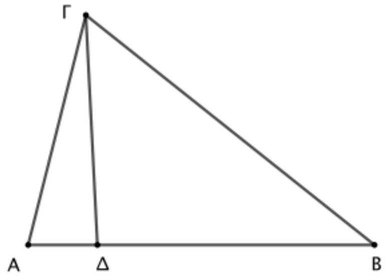
α) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{(AB\Gamma)}{(\Delta B\Gamma)} = \frac{AB}{\Delta B}$$

(Μονάδες 15)

β) Αν $(AB\Gamma) = 25$ και $AB = 5A\Delta$, τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ.

(Μονάδες 10)



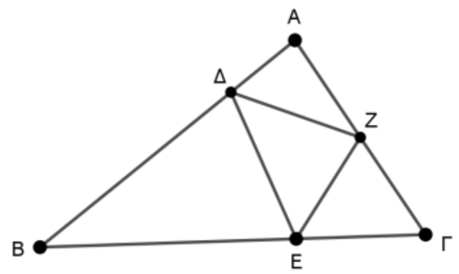
15978

ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, τα Δ, Ε, Ζ, είναι σημεία των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα, ώστε: ΑΔ= $\frac{1}{4}$ΑΒ, ΒΕ= $\frac{2}{3}$ΒΓ και ΓΖ= $\frac{1}{2}$ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) (ΑΔΖ) = $\frac{1}{8}$ (ΑΒΓ), (ΒΕΔ) = $\frac{1}{2}$ (ΑΒΓ), (ΓΕΖ) = $\frac{1}{6}$ (ΑΒΓ). (Μονάδες 15)

β) (ΔΕΖ)= $\frac{5}{24}$ (ΑΒΓ). (Μονάδες 10)




16114

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Ε στην ΑΓ τέτοιο ώστε $\Gamma\mathrm{E} = \frac{1}{4}\Gamma\mathrm{A}$.

α) Αν Δ σημείο της ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΔ = $\frac{1}{3}$ ΑΒ:

i. Να αποδείξετε ότι $(\mathrm{AB\Gamma}) = 4(\mathrm{A\Delta E})$ (Μονάδες 10)

ii. Αν από τα Ε και Γ φέρουμε τις κάθετες ΕΖ και ΓΗ προς την ΑΒ, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\mathrm{EZ}}{\Gamma\mathrm{H}}$ (Μονάδες 09)

β) Θεωρώντας ότι το Ε παραμένει ακίνητο, ενώ το Δ κινείται στο εσωτερικό της ΑΒ, να βρείτε σε ποιο σημείο πρέπει να βρεθεί το Δ ώστε $(\mathrm{AB\Gamma}) = 2(\mathrm{A\Delta E})$ (Μονάδες 06)

16127

ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχει πλευρά $ΒΓ = 9$ και αντίστοιχο ύψος $ΑΔ = 8$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 9)

β) Ένα άλλο τρίγωνο $Α'Β'Γ'$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $ΑΒΓ$ και η ομόλογη πλευρά της $ΒΓ$ είναι η $Β'Γ' = 6$. Να υπολογίσετε:

i. τον λόγο ομοιότητας των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $Α'Β'Γ'$, (Μονάδες 7)

ii. το εμβαδόν του τριγώνου $Α'Β'Γ'$. (Μονάδες 9)

22380

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\widehat{Β} = \widehat{Γ} = 90°$ και $ΒΓ = 16$ , $ΓΔ = 22$ και $ΑΔ = 20$. Έστω Κ η προβολή του σημείου Α πάνω στην ευθεία ΓΔ και Λ η προβολή του σημείου Β πάνω στη ευθεία ΑΔ.

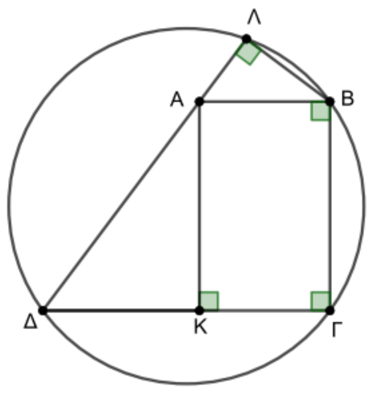
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $ΚΔ = 12$ , (Μονάδες 6)

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΚΔ είναι 96 . (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΚΔ και ΒΛΑ είναι όμοια και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΛΑ . (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέτρου του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου ΒΓΔΛ . (Μονάδες 5)



22407

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα η ΑΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ και η ΑΚ είναι η προβολή της πλευράς ΑΓ πάνω στην ευθεία ΑΒ. Δίνονται $ΑΒ = 10, ΑΓ = 15$ και $ΑΚ = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι:

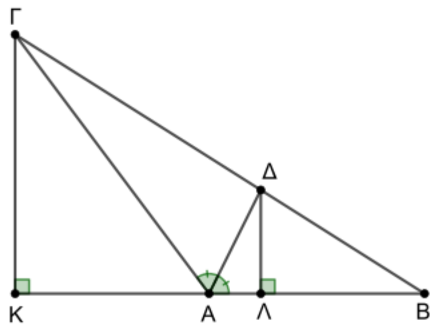
i. $ΓΚ = 12$ και $(ΑΒΓ) = 60$ . (Μονάδες 8)

ii. $(ΑΔΒ) = 24$ και $(ΑΔΓ) = 36$ . (Μονάδες 10)

β) Έστω Λ η προβολή του σημείου Δ πάνω στην ευθεία ΑΒ.

i. Να αποδείξετε ότι $\frac{ΔΛ}{ΓΚ} = \frac{2}{5}$. (Μονάδες 3)

ii. Να βρείτε τον λόγο $\frac{ΛΒ}{ΛΚ}$ στον οποίο το σημείο Λ διαιρεί εσωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα ΒΚ. (Μονάδες 4)



22406

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα η $ΒΔ$ είναι διχοτόμος του τριγώνου $ΑΒΓ$ και επίσης είναι $ΒΓ = 2ΑΒ$.

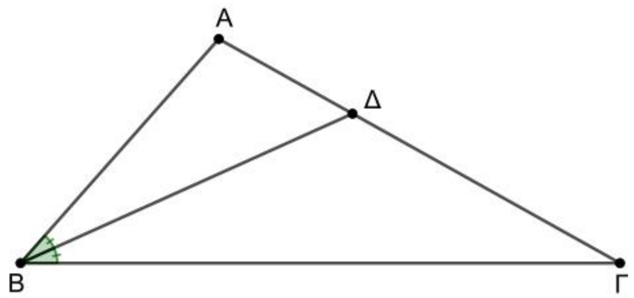
α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΒΓ$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου $ΑΒΔ$. (Μονάδες 6)

β) Να χωρίσετε το τρίγωνο $ΑΒΓ$ σε τρία ισοδύναμα τρίγωνα. (Μονάδες 6)

γ) Έστω ότι $ΑΒ = 12$ και $ημ\,Β = \frac{3}{4}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$ είναι $108$. (Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων $ΔΒΓ$ και $ΑΒΔ$. (Μονάδες 6)



22404

ΘΕΜΑ 4

Το σημείο Μ διαιρεί εσωτερικά την πλευρά ΒΓ ενός τριγώνου ΑΒΓ σε λόγο $\frac{MB}{M\Gamma}$ και το σημείο Ν διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ σε λόγο $\frac{NA}{NM}$.

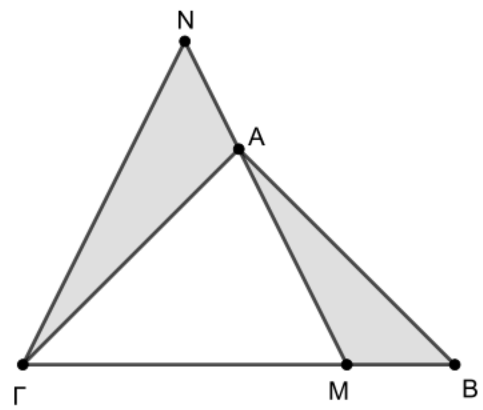
α) Έστω $\frac{MB}{M\Gamma}=\frac{1}{3}$ και $\frac{NA}{NM}=\frac{1}{4}$. Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{(AMB)}{(AM\Gamma)}=\frac{1}{3}$. (Μονάδες 7)

ii. $\frac{NA}{AM}=\frac{1}{3}$. (Μονάδες 6)

iii. $(AMB)=(AN\Gamma)$. (Μονάδες 6)

β) Έστω $\frac{MB}{M\Gamma}=1$ και $(AMB)=(AN\Gamma)$. Να βρείτε τον λόγο $\frac{NA}{NM}$ στον οποίο το σημείο Ν διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ. (Μονάδες 6)



22375

ΘΕΜΑ 4

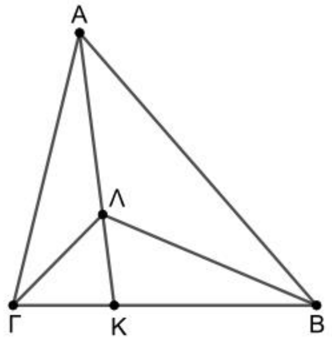
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Στην πλευρά ΒΓ παίρνουμε σημείο Κ ώστε $\text{ΚΒ} = 2\text{ΚΓ}$ και στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΚ παίρνουμε σημείο Λ ώστε $\text{ΛΑ} = 2\text{ΛΚ}$ . Έστω $\text{Ε}_1$ , $\text{Ε}_2$ , $\text{Ε}_3$ και $\text{Ε}_4$ τα εμβαδά των τριγώνων ΑΛΓ , ΓΛΚ , ΒΛΚ και ΑΛΒ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{\text{Ε}_1}{\text{Ε}_2} = 2$ και $\frac{\text{Ε}_4}{\text{Ε}_3} = 2$ . (Μονάδες 10)

ii. $\text{Ε}_1 = \text{Ε}_3$ . (Μονάδες 8)

β) Αν $\text{Ε}_1 = 10$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 7)




22340

ΘΕΜΑ 4

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και το εσωτερικό σημείο Κ της πλευράς ΒΓ. Θεωρούμε σημείο Ο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΚ, ώστε $\text{ΑΟ} = \frac{3}{4}\text{ΑΚ}$. Από το Ο φέρνουμε ευθεία ε η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

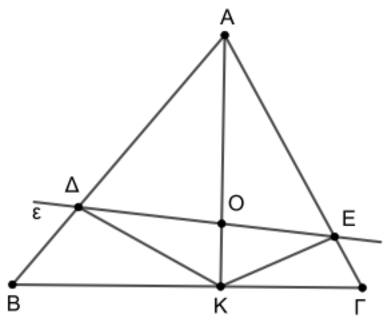
i. $(\text{ΑΟΔ}) = \frac{3}{4}(\text{ΑΚΔ})$ , (Μονάδες 7)

ii. $(\text{ΑΟΕ}) = \frac{3}{4}(\text{ΑΚΕ})$ , (Μονάδες 7)

iii. $(\text{ΑΔΕ}) = \frac{3}{4}(\text{ΑΔΚΕ})$ . (Μονάδες 7)

β) Είναι δυνατόν να ισχύει $(\text{ΑΔΕ}) = \frac{3}{4}(\text{ΑΒΓ})$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)



22023

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς ΑΒ φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.

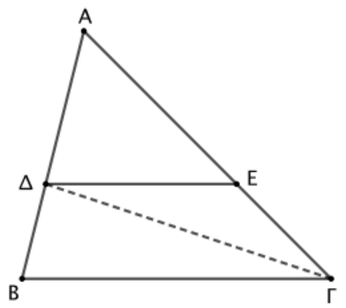
(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$ όταν το σημείο Δ είναι μέσο της ΑΒ.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη θέση του σημείου Δ ώστε $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{2}{9}$.

(Μονάδες 05)



21839

ΘΕΜΑ 4

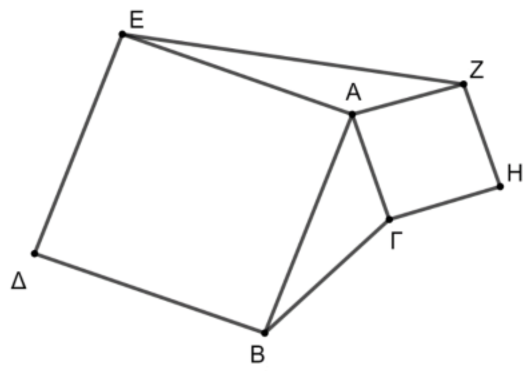
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 6 cm και ΑΓ = 3 cm και $\widehat{A}$ οξεία. Εξωτερικά του τριγώνου με πλευρές τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα του τριγώνου ΑΒΓ σχηματίζουμε τα τετράγωνα ΑΒΔΕ και ΑΓΗΖ και φέρνουμε την ΕΖ , όπως στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΖ και ΑΒΓ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του πολυγωνικού χωρίου ΕΖΗΓΒΔ είναι (ΕΖΗΓΒΔ)=$54cm^2$ :

i. Να αποδείξετε ότι η γωνία Α του τριγώνου ΑΒΓ είναι $\widehat{A}$ =$30^o$. (Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει για πλευρά την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 5)



18302

ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ και ΓΑ κατά τμήματα ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Αν είναι $ΑΔ = 2ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{1}{2}ΑΓ$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι ισοδύναμα.

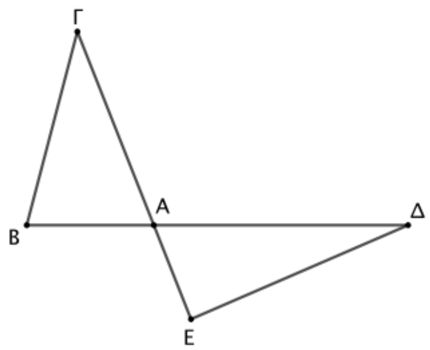
(Μονάδες 09)

β) Αν προεκτείνουμε τις πλευρές ΒΑ και ΓΑ κατά τμήματα είναι $ΑΔ = μ \cdot ΑΒ$ και $ΑΕ = ν \cdot ΑΓ$ αντίστοιχα, όπου μ, ν είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί, ποια πρέπει να είναι η σχέση των αριθμών μ και ν ώστε τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ να είναι ισοδύναμα;

(Μονάδες 10)

γ) Αν είναι $ΑΓ = \frac{3}{2}ΑΒ$ και $ΑΔ = 2ΑΒ$, να βρείτε τις δυνατές θέσεις του Ε ώστε τα ΑΒΓ και ΑΔΕ να είναι όμοια.

(Μονάδες 06)



22260

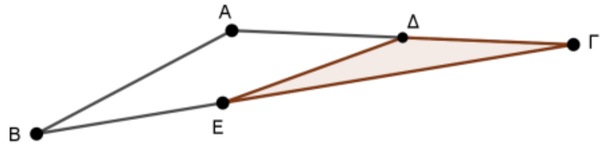
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, με ΑΒ=4, ΑΓ=6 και $\widehat{A} = 150^0$. Αν το σημείο Δ είναι το μέσον της ΑΓ και το Ε είναι σημείο της ΒΓ ώστε ΓΕ = $\frac{2}{3}$ΓΒ, τότε να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. Δίνεται ημ$150^0 = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 9)

β) το λόγο $\frac{(\Gamma\Delta E)}{(AB\Gamma)}$. (Μονάδες 9)

γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ. (Μονάδες 7)




22243

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ και σημείο Ζ στην πλευρά ΑΔ, ώστε $AZ = \frac{3}{4}AB$.

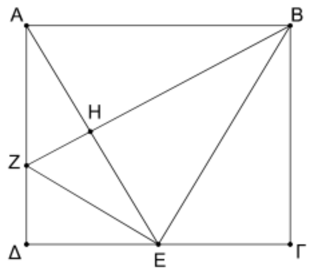
α) Να αποδείξετε ότι $BZ = \frac{5}{4}AB$. (Μονάδες 6)

β) Αν το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο, Ε το μέσο της ΓΔ και Η είναι το σημείο τομής των ΑΕ, ΒΖ, να αποδείξετε ότι:

i. $BE^2 = \frac{5}{4}AB^2$ και $ZE^2 = \frac{5}{16}AB^2$, (Μονάδες 6)

ii. το τρίγωνο ΒΕΖ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΕΖ και ΒΓΕ είναι όμοια και να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών τους. (Μονάδες 8)



22150

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Ε και Ζ τα μέσα των πλευρών του ΑΓ και ΑΒ, αντίστοιχα.

α) Αν επιπλέον το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ ενώνει την κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ και το μέσο Δ της απέναντι πλευράς ΒΓ, όπως στο σχήμα, να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΕΔΓ και ΑΒΓ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{2}$.

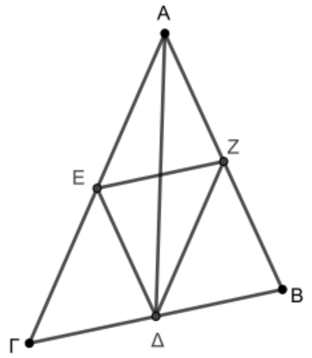
ii. Για το εμβαδόν (ΑΕΔΖ) του τετραπλεύρου ΑΕΔΖ ισχύει ότι $(ΑΕΔΖ) = (ΑΒΓ) - 2(ΕΔΓ)$.

iii. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΕΔΖ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 18)

β) Αν το σημείο Δ είναι τυχαίο εσωτερικό σημείο της πλευράς ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ, τότε ισχύει ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΕΔΖ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ;

(Μονάδες 07)



22148

ΘΕΜΑ 4

Έστω Ε σημείο στην πλευρά ΓΑ του τριγώνου ΑΒΓ. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ του ΑΒΓ η οποία τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ και παίρνουμε σημείο Ζ στην προέκταση $A\chi$ της πλευράς ΓΑ του τριγώνου ΑΒΓ ώστε να είναι ΑΖ = ΑΕ, όπως στο σχήμα.

α) Έστω $A\Gamma = 3AE$. Να αποδείξετε ότι:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με το $\frac{1}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ.

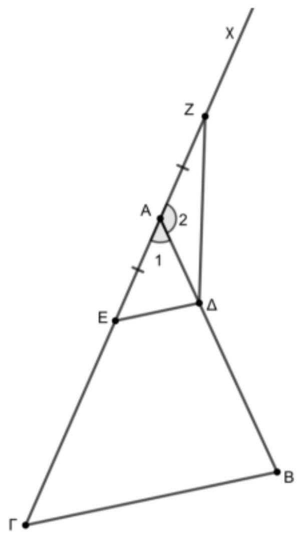
(Μονάδες 07)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ είναι ίσο με τα $\frac{2}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του ΔΕΖ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του ΑΒΓ, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AE}{A\Gamma}$.

(Μονάδες 08)



22141

ΘΕΜΑ 4

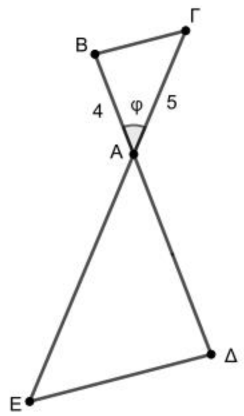
Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ έχει τα άκρα του Β και Γ στις προεκτάσεις των πλευρών ΔΑ και ΕΑ, αντίστοιχα, του τριγώνου ΑΔΕ, έτσι ώστε να είναι παράλληλο στην πλευρά ΔΕ. Επίσης δίνονται τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, $AB = 4$ και $A\Gamma = 5$. Έστω ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι $\frac{(AB\Gamma)}{(A\Delta E)} = \frac{1}{4}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια με λόγο $\frac{1}{2}$. (Μονάδες 10)

β) Αν $B\hat{A}\Gamma = \varphi$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν (ΑΔΕ) του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με $40\eta\mu\varphi$.

(Μονάδες 07)

γ) Να βρείτε σημείο Ζ εσωτερικό της πλευράς ΑΔ, ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΖ που σχηματίζεται να είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 08)




22070

ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει μήκη πλευρών α = 17, β = 8, γ = 15.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ:

i. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους λ.

ii. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)}$.

(Μονάδες 12)

20678

ΘΕΜΑ 4

Η κορνίζα του παρακάτω σχήματος αποτελείται από δύο όμοια ορθογώνια με παράλληλες πλευρές και κοινό κέντρο Ο. Το ορθογώνιο Α'Β'Γ'Δ' έχει το μισό εμβαδόν από το ορθογώνιο ΑΒΓΔ.

α) Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας του ορθογωνίου ΑΒΓΔ προς το ορθογώνιο Α'Β'Γ'Δ'.

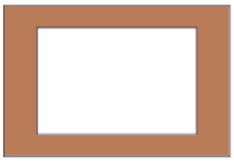
(Μονάδες 5)

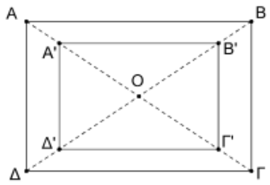
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι όμοια. (Μονάδες 6)

γ) Στην κορνίζα τοποθετούμε μια φωτογραφία που χωράει ακριβώς στο κάδρο, χωρίς να χάνεται κανένα μέρος της. Η διαγώνιος ΑΓ της κορνίζας έχει μήκος 40 cm και $\widehat{AOB} = 120^o$.

i. Πόσο μήκος έχει η διαγώνιος της φωτογραφίας; (Μονάδες 6)

ii. Πόσο είναι το εμβαδόν της φωτογραφίας; (Μονάδες 8)






18369

ΘΕΜΑ 4

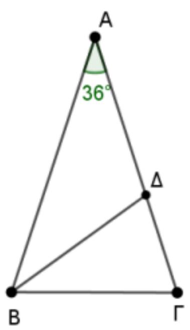
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ, $\widehat{A}= 36^o$ .

α) Αν η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Β, να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΒΔΓ και ΑΒΓ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

ii. Να γράψετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών. (Μονάδες 06)

β) Μετακινούμε το σημείο Δ στο εσωτερικό της ΑΓ. Για ποια θέση του σημείου Δ θα ισχύει $\frac{(AB\Delta)}{(\Delta B\Gamma)} = 3$. (Μονάδες 09)



21636

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με μήκη πλευρών ΑΒ=6, ΑΓ=8, και ΒΓ=10.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)

β) Αν ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ τότε:

i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\lambda = \frac{3}{4}$. (Μονάδες 10)

ii. Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)}$. (Μονάδες 5)

21304

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 1. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε, αντίστοιχα, ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στη ΒΓ και ΒΔ = 2.

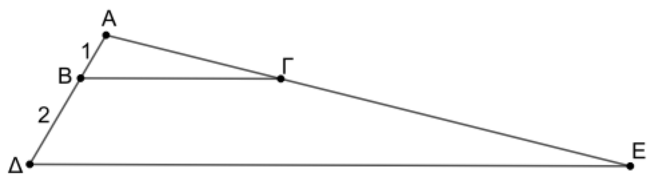
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$.

(Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 08)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 07)



21120

ΘΕΜΑ 2

Έστω τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = \sqrt{2}$ . Από σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$ ώστε $ΑΔ = 1$, φέρνουμε παράλληλη στη $ΒΓ$ η οποία τέμνει την $ΑΓ$ στο σημείο $Ε$.

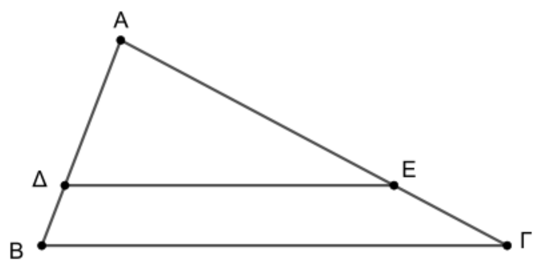
α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΑΒΓ$ είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο ομοιότητας ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΔΕ$ είναι το μισό του εμβαδού του τριγώνου $ΑΒΓ$.

(Μονάδες 18)

β) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$ είναι 2, να βρείτε τα εμβαδά του τριγώνου $ΑΔΕ$ και του τραπεζίου $ΒΓΕΔ$. (Μονάδες 7)




21194

ΘΕΜΑ 4

Στο τρίγωνο ΑΒΓ, η ΑΜ είναι διάμεσός του και το σημείο Ε είναι το μέσο της ΑΜ. Από το Ε φέρουμε παράλληλες στις ΑΒ και ΑΓ, οι οποίες τέμνουν τη ΒΓ στα σημεία Δ και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\mathrm{AMB}) = (\mathrm{AM\Gamma})$ (Μονάδες 5)

β) $(\mathrm{ME\Delta}) = \frac{1}{8}\cdot(\mathrm{AB\Gamma})$ (Μονάδες 12)

γ) $(\mathrm{AB\Delta E}) = (\mathrm{A\Gamma ZE})$ (Μονάδες 8)

21189

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Μ, Ν τα μέσα των πλευρών του ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\mathrm{AB\Gamma}) = (\mathrm{A\Gamma\Delta}) = \frac{1}{2}(\mathrm{AB\Gamma\Delta})$ (Μονάδες 8)

β) $\frac{(\mathrm{BMN})}{(\mathrm{AB\Gamma})} = \frac{1}{4}$ (Μονάδες 12)

γ) $(\mathrm{BMN}) = \frac{1}{8}(\mathrm{AB\Gamma\Delta})$ (Μονάδες 5)

20667

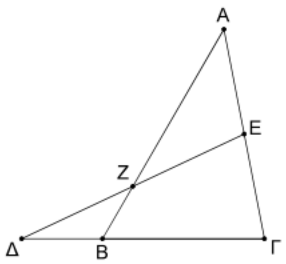
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\mathrm{B\Gamma} = 8$. Στην προέκταση της ΓΒ προς το Β παίρνουμε σημείο Δ, ώστε $\Delta\mathrm{B} = 4$ και Ε είναι το μέσο της ΑΓ.

α) Να αποδείξετε ότι $(\mathrm{AB\Gamma}) = 4\mathrm{A\Gamma} \cdot \eta\mu\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $(\Gamma\Delta\mathrm{E}) = 3\mathrm{A\Gamma} \cdot \eta\mu\Gamma$. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΓΔΕ και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ, αν το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ είναι 12 τ.μ. (Μονάδες 8)



18370

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου Ο και διαμέτρου ΑΒ = 2ρ. Στην προέκταση του ΑΒ προς το Β, θεωρούμε σημείο Μ. Από το Μ φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΜΓ στο ημικύκλιο. Αν η εφαπτόμενη του ημικυκλίου στο σημείο Α τέμνει την προέκταση της ΜΓ στο Δ τότε:

α) Αν ΒΜ = 2ρ να αποδείξετε ότι $ΜΓ = 2\sqrt{2}ρ$. (Μονάδες 09)

β)

i. Να αποδείξετε ότι $\frac{ΜΟ}{ΜΓ} = \frac{ΜΔ}{ΜΑ}$. (Μονάδες 09)

ii. Αν για το Μ ισχύει ότι ΒΜ = λ·ρ, όπου λ θετικός αριθμός, να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ, τέτοια ώστε (ΑΔΜ) = 9(ΜΟΓ). (Μονάδες 07)