

## Γεωμετρία Β΄ Λυκείου

### Τράπεζα Θεμάτων

#### Άλλοι τύποι για το Εμβαδόν τριγώνου

22568

#### ΘΕΜΑ 4

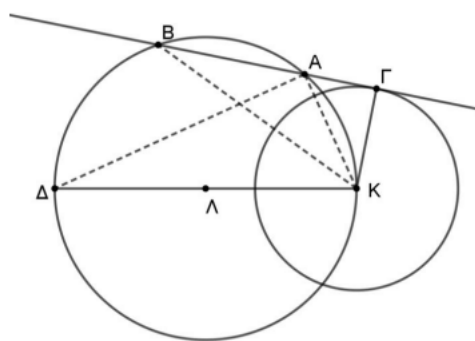
Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο  $\Lambda$  και ακτίνα  $R=10$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο  $K$  και ακτίνα  $\rho=6$ . Η εφαπτομένη του κύκλου  $(K,\rho)$  στο σημείο του  $\Gamma$  τέμνει τον κύκλο  $(\Lambda,R)$  στα σημεία  $A$  και  $B$ . Η προέκταση της  $K\Lambda$  προς το  $\Lambda$  τέμνει τον κύκλο  $(\Lambda,R)$  στο σημείο  $\Delta$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα  $K\Gamma B$  και  $K\Delta A$  είναι όμοια. (Μονάδες 8)

ii.  $KA \cdot KB = 120$  (Μονάδες 9)

β) Αν είναι  $KB=15$ , να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Gamma K$ . (Μονάδες 8)



21838

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $AB=8$ ,  $A\Gamma=12$  και γωνία  $\hat{A} = 60^\circ$ .

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $(AB\Gamma)=24\sqrt{3}$ .

(Μονάδες 13)

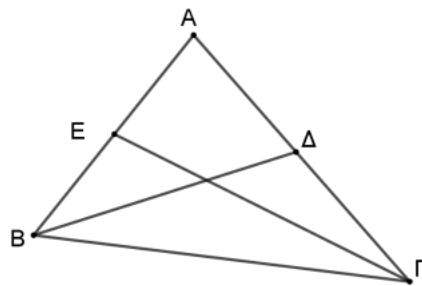
β) Αν  $B\Delta$  και  $ΓΕ$  διάμεσοι του τριγώνου  $AB\Gamma$ , να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα  $BE\Gamma$  και  $AE\Gamma$  είναι ισοδύναμα.

(Μονάδες 4)

ii. Τα τρίγωνα  $EB\Gamma$  και  $\Delta\Gamma B$  είναι ισοδύναμα με  $(EB\Gamma)=(\Delta\Gamma B)=12\sqrt{3}$

(Μονάδες 8)



22511

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = 2$ ,  $A\Gamma = 3$  και  $\hat{A} = 60^\circ$ . Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(Μονάδες 8)

γ) το ύψος  $u_\alpha$ .

(Μονάδες 8)

22369

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = 8$ ,  $B\Gamma = 7$  και  $\hat{A} = 60^\circ$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma = 3$  ή  $A\Gamma = 5$ . (Μονάδες 6)

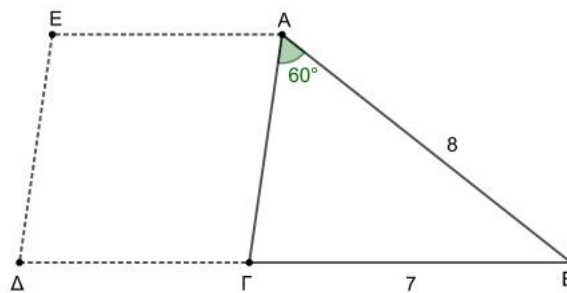
β) Έστω ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι οξυγώνιο όπως στο παρακάτω σχήμα.

i. Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma = 5$ . (Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι  $(AB\Gamma) = 10\sqrt{3}$ . (Μονάδες 6)

iii. Προεκτείνουμε τη  $B\Gamma$  κατά τμήμα  $\Gamma\Delta = A\Gamma$  και σχηματίζουμε τον ρόμβο  $A\Gamma\Delta E$ .

Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου  $A\Gamma\Delta E$ . (Μονάδες 7)



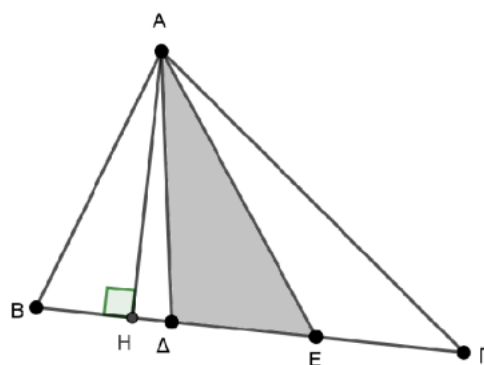
22259

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και στην πλευρά του  $B\Gamma$ , τα σημεία  $\Delta, E$  ώστε  $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$ . Από την κορυφή  $A$ , φέρνουμε το ύψος  $AH$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $(A\Delta E) = \frac{1}{3} (AB\Gamma)$ . (Μονάδες 13)

β) Αν  $M$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$ , να αποδείξετε ότι  $(AME) = \frac{1}{6} (AB\Gamma)$ . (Μονάδες 12)



22101

ΘΕΜΑ 4

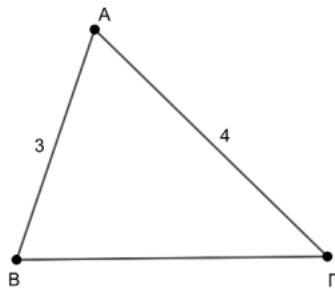
Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  του οποίου οι πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

α) Αν η γωνία  $A$  έχει μέτρο  $60^\circ$ , τότε να υπολογίσετε:

- i. Το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 08)
- ii. Το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ . (Μονάδες 09)

β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας  $A$  ώστε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  να γίνεται μέγιστο; Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 08)



21196

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κάθετες πλευρές  $\beta = 8$  και  $\gamma = 6$ .

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $E = 24$  (Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε:

- i. Να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς  $\alpha$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 6)
- ii. Το ύψος του  $u_\alpha$  που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα  $\alpha$  του τριγώνου. (Μονάδες 7)
- iii. Την ακτίνα  $\rho$  του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου. (Μονάδες 7)

21783

ΘΕΜΑ 3

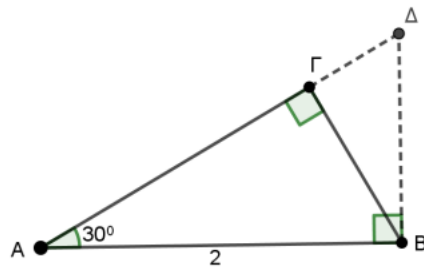
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ , με  $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ,  $\hat{A} = 30^\circ$  και  $AB = 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma = \sqrt{3}$ . (Μονάδες 7)

β) Φέρνουμε κάθετη στην  $AB$ , στο σημείο  $B$ , που τέμνει την προέκταση της  $A\Gamma$  στο  $\Delta$ .

Να αποδείξετε ότι  $A\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ . (Μονάδες 10)

γ) Αν  $K$  είναι το μέσο της  $A\Delta$ , να αποδείξετε ότι  $(KAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . (Μονάδες 8)



21299

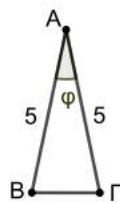
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma = 5$  και η γωνία της κορυφής  $\hat{\varphi}$  έχει ημ $\hat{\varphi} = \frac{2}{5}$ .

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε το ύψος  $BH$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και να υπολογίσετε το μήκος του.

(Μονάδες 13)



17347

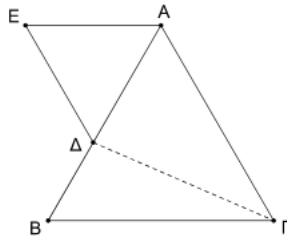
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο πλευράς 10 και το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισόπλευρο πλευράς 6.

α) Να αποδείξετε ότι  $(ΑΓΔ) = 15\sqrt{3}$ . (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΓΔΕ. (Μονάδες 13)

Δίνεται ότι  $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



17346

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με  $ΑΒ = 6$ ,  $ΒΓ = 4$  και  $\hat{Β} = 60^\circ$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $ΑΓ = 2\sqrt{7}$ . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

Δίνεται ότι  $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  και  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ .

15979

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με  $ΑΒ=ΑΓ=5$  και  $\hat{Α} = 120^\circ$ . Να αποδείξετε ότι:

α)  $ΒΓ = 5\sqrt{3}$ . (Μονάδες 13)

β)  $(ΑΒΓ) = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ . (Μονάδες 12)