

**Τίτλος:** «Ένα σημείο ταξιδεύει χωρίς να αλλάζει»  
Απλοί Γεωμετρικοί Τόποι

**Ταυτότητα του σεναρίου**

Συγγραφέας: Δέσποινα Ζαχαριάδου, ΠΕ03

Γνωστική περιοχή Μαθηματικών: Γεωμετρία

Θέμα: Απλοί Γεωμετρικοί Τόποι, χαρακτηριστική ιδιότητα μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος και διχοτόμου γωνίας, επεκτάσεις.

Εκπαιδευτικό Λογισμικό: The Geometer's Sketchpad

**Σκεπτικό της δραστηριότητας**

*Καινοτομίες:*

Η ιδέα της δραστηριότητας είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές/-τριες με την έννοια του γεωμετρικού τόπου, του σημείου που «κινείται» ακολουθώντας μια συγκεκριμένη κάθε φορά τροχιά - γραμμή και δεν αλλάζει κάποιες χαρακτηριστικές ιδιότητές του.

Ο γεωμετρικός τόπος ως έννοια καλλιεργεί μια προκατάληψη και ένα φόβο στους μαθητές/-τριες. Στο άκουσμα και μόνο της έκφρασης ένα «ωχ» σιγοψιθυρίζεται στην τάξη. Η προκατάληψη αυτή προκύπτει κυρίως από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν με τη διαπραγμάτευση ενός γ. τόπου. Πρέπει να βρουν τρόπο να εμφανίσουν κάποια σημεία, να φανταστούν μέσω αυτών το σχήμα, να διατυπώσουν εικασία και να την αποδείξουν. Ο γ.τόπος, όμως, δεν είναι τίποτα άλλο από ένα σύνολο σημείων με μια κοινή χαρακτηριστική ιδιότητα. Η ιδέα είναι λοιπόν να παρουσιαστεί αυτό, ως ένα σημείο που καθώς κινείται - ταξιδεύει, παράγει με το ίχνος του μια γραμμή που όλα τα σημεία της διατηρούν την ιδιότητα του αρχικού σημείου - δεν αλλάζουν.

Μπορούν έτσι να «ταξιδέψουν» στην «οικογένεια» των σημείων και να παρατηρήσουν τη διατήρηση των ιδιοτήτων τους, έτσι να προσεγγίσουν την έννοια του γ. τόπου και γενικεύοντας να «υποψιαστούν» την έννοια της απειρίας.

*Σύντομη περιγραφή της δραστηριότητας*

Αρχικά δίνονται στους μαθητές/-τριες οδηγίες και πληροφορίες για το λογισμικό που θα χρησιμοποιήσουν, τη χρήση και τις δυνατότητές του.

Δίνεται ειδικά σχεδιασμένο φύλλο εργασίας με ερωτήματα που θα τους καθοδηγήσουν στη σταδιακή σχεδίαση της μεσοκαθέτου ευθ. τμήματος και της διχοτόμου γωνίας και την ανακάλυψη των ιδιοτήτων τους.

Καλούνται να παρατηρήσουν τα σχήματά τους, να τους δώσουν κίνηση, να κινητοποιήσουν τη φαντασία τους, ώστε να ανακαλύψουν τα Μαθηματικά που κρύβονται πίσω τους, να μετρήσουν, να συγκρίνουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους, να συνεργαστούν με την ομάδα τους, να καταγράψουν και να

γενικεύσουν τα συμπεράσματα και τις παρατηρήσεις τους για τη μεσοκάθετη ευθ. τμήματος και τη διχοτόμο γωνίας, να ανακαλύψουν τις χαρακτηριστικές τους ιδιότητες, τα σημείο τομής των μεσοκαθέτων και των διχοτόμων τριγώνου αντίστοιχα, τον περιγεγραμμένο και τον εγγεγραμμένο κύκλο στο τρίγωνο.

### *Προστιθέμενη αξία*

Η μαθησιακή διαδικασία αποκτά πρόσθετη αξία με τον πειραματισμό, την αναπαράσταση και την προσομοίωση που προσδίδει ο δυναμικός χειρισμός της κίνησης σημείου π.χ επιβεβαιώνουν ότι οι τρεις διχοτόμοι ή οι τρεις μεσοκάθετοι κάθε τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Η γνώση προσεγγίζεται και κατακτιέται με συζήτηση, συνεργασία, δράση, έρευνα, μέτρηση και αναζήτηση π.χ ανακαλύπτουν ότι κάθε σημείο της διχοτόμου ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας ή ότι κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ισαπέχει από τα άκρα ευθ. τμήματος.

Επιλέχθηκε η χρησιμοποίηση αυτού του λογισμικού, γιατί έτσι δίνεται η ευκαιρία, για δυναμική κατάκτηση της γνώσης με τη χρήση της κίνησης σημείου, την οπτικοποίηση και την παρατήρηση. Είναι γνωστά τα οφέλη που παρέχει η χρήση ψηφιακών εργαλείων στη γνώση, αφού προσεγγίζεται μέσα από αναπαράσταση, χειρισμό και διαδραστικότητα. Επιπλέον και μόνο η χρήση του Η.Υ. αποτελεί ένα δέλεαρ, μια πρόκληση για τα παιδιά.

Ο διάλογος και οι διαδικασίες συλλογικότητας μέσα στις ομάδες π.χ. για την πιθανή θέση του μπεκ αυτόματου ποτίσματος στο πρόβλημα του φύλλου εργασίας 3 και η ανάπτυξη επιχειρηματολογίας προσδίδουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και πρωτοτυπία στη μαθησιακή διαδικασία.

### **Πλαίσιο εφαρμογής**

Απευθύνεται κυρίως στους μαθητές/-τριες της Α Λυκείου.

Θα ήταν δυνατόν μέρος του σεναρίου με κάποιες τροποποιήσεις και απλουστεύσεις να αποτελέσει αντικείμενο εργασίας για την Α Γυμνασίου, όταν διδάσκεται τη μεσοκάθετη ευθ. τμήματος.

### *Χρόνος υλοποίησης:*

Για την υλοποίηση του σεναρίου απαιτούνται 5-6 διδακτικές ώρες.

### *Χώρος υλοποίησης:*

Η δραστηριότητα προτείνεται να εξελιχθεί στο εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών.

*Προτεινόμενες γνώσεις των μαθητών/-τριών:*

Με δεδομένο ότι το λογισμικό που θα χρησιμοποιηθεί είναι το «The Geometer's Sketchpad», κρίνεται απαραίτητο να προϋπάρχουν γενικές γνώσεις χρήσης Η/Υ από το μάθημα της Πληροφορικής, δηλαδή οι μαθητές/-τριες πρέπει να είναι εξοικειωμένοι με τις βασικές λειτουργικότητες του Η/Υ και να προηγηθεί από τον διδάσκοντα στην αρχή της δραστηριότητας ενημέρωση των μαθητών/-τριών σχετικά με τις βασικές εντολές και δυνατότητες του λογισμικού, καθώς και να δοθεί σχετικό ενημερωτικό φύλλο.

Καλό είναι να μην είμαστε φειδωλοί με το χρόνο που θα διαθέσουμε για τη δραστηριότητα. Έτσι θα βοηθηθούν οι μαθητές/-τριες στις επεκτάσεις του θέματος. Με τη βοήθεια του λογισμικού θα ξεφύγουν από τη στατικότητα του χαρτιού, ώστε να ανακαλύψουν τα μυστικά που μπορεί να κρύβει ένα σχήμα, τις δυνατότητες δηλ. που μας προσφέρει αν συγκεντρώσουμε τη σκέψη και ενεργοποιήσουμε τη φαντασία μας σε αυτό και να εξοικειωθούν με την έννοια του γ. τόπου.

*Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:*

Κρίνεται χρήσιμο, οι μαθητές/-τριες να διαθέτουν τετράδιο για να κρατούν σημειώσεις και να καταγράφουν τις παρατηρήσεις, προτάσεις και απόψεις των μελών της ομάδας τους, καθώς θα συνεργάζονται και θα ερευνούν.

Στους μαθητές/-τριες θα δοθούν φύλλα εργασίας, όπου θα περιγράφονται οι δραστηριότητες που καλούνται να πραγματοποιήσουν καθώς και φύλλα αξιολόγησης της δραστηριότητας για ανατροφοδότηση του διδάσκοντα στο τέλος. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να προετοιμάσει τον τρόπο που θα αντιδρά στις πιθανές εκβάσεις της δραστηριότητας ή στις διάφορες ερωτήσεις.

Στα φύλλα εργασίας προτείνεται να τεθούν περισσότερα ερωτήματα με δυνατότητα επιλογής, ώστε να ενεργοποιηθούν (να διατηρηθεί αυξημένο το ενδιαφέρον τους) και αυτοί με ιδιαιτερότητες - μαθησιακές δυσκολίες ή και αυξημένες μαθησιακές δυνατότητες, χαρισματικοί/-ές μαθητές/-τριες.

*Οργάνωση της τάξης:*

Εποικοδομητική μέθοδος διδασκαλίας. Ομαδοκεντρική μάθηση.

Η διδασκαλία θα είναι κυρίως μαθητοκεντρική. Οι μαθητές/-τριες θα χωριστούν σε ομάδες 3 ατόμων με διακριτούς ρόλους ανά μαθητή/-τρια, ώστε να ενεργοποιηθούν όλοι, τόσο αυτοί που παραιτούνται στην κατά μέτωπο διδασκαλία, όσο και αυτοί που παρουσιάζουν ιδιαιτερότητες.

Σε κάθε ομάδα προτείνεται να κατανεμηθούν αρμοδιότητες-ρόλοι, όπως:

του χειριστή Η/Υ: Θα αποτελεί το «χέρι» της ομάδας, που θα μεταφέρει στον Η/Υ με το ποντίκι τις σκέψεις και τις ιδέες της,

του γραμματέα: Θα καταγράφει σκέψεις, παρατηρήσεις, ιδέες, κανόνες

και συμπεράσματα και  
του παρουσιαστή: Θα παρουσιάσει στην ολομέλεια τα συμπεράσματα της ομάδας.

Οι παραπάνω ρόλοι προτείνω να εναλλάσσονται από τη μία διδακτική ώρα στην άλλη, ώστε να εξασφαλίζεται η εξοικείωση όλων με το σύνολο της διαδικασίας.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού θα είναι αυτός του συντονιστή και καθοδηγητή και όχι ο συνήθης του γνώστη των «πάντων» που προβάλλει η κατά μέτωπον διδασκαλία. Θα βρίσκεται στην αίθουσα πρόθυμος να ενθαρρύνει, αρωγός των παιδιών, έτοιμος να θέσει καίρια ερωτήματα που θα προωθούν την ανακάλυψη της γνώσης, χωρίς ο ίδιος να την αποκαλύπτει.

Η διδασκαλία στοχεύει κυρίως στην παρακίνηση και ενεργοποίηση των μαθητών/-τριών με την ευχαρίστηση που προσφέρει η ικανότητα «ανάγνωσης» ενός γεωμετρικού σχήματος και η ανακάλυψη της πληθώρας πληροφοριών που αντλούνται από αυτό με τη βοήθεια της κίνησης -που παράχει το λογισμικό- και τη φαντασία τους. Να ταξιδέψουν παρέα με τα σημεία και να προσεγγίσουν την έννοια του γ. τόπου.

#### *Στόχοι της δραστηριότητας:*

Η χρήση των Η/Υ έχει ως βασικό στόχο την ενίσχυση και τη βελτίωση της παραδοσιακής διδασκαλίας που σε πολλές περιπτώσεις έχει αμφίβολα αποτελέσματα μέσα από το δυναμικό χειρισμό των εργαλείων και την οπτικοποίηση. Προσπαθούμε να προσεγγίσουμε το γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών με τρόπο που θα έχει μαθησιακό αποτέλεσμα.

Στόχος μας είναι να εμπνεύσουμε στους μαθητές/-τριες την αξία του να σκέφτονται με μαθηματικό τρόπο και όχι μόνο, να μην αντιμετωπίζουν με προκατάληψη τα σχήματα, αλλά να προσπαθούν να εκμαιεύσουν το μέγιστο πλήθος πληροφοριών από αυτά. Να αντιμετωπίσουν τον γ. τόπο ως «ένα σημείο που ταξιδεύει χωρίς να αλλάζει», ένα σημείο, που ενώ κινείται, αφήνει ίχνος και το ίχνος του διατηρεί τις αρχικές ιδιότητες του σημείου.

Διδακτικοί στόχοι της δραστηριότητας:

- Να διαπιστώσουν με μετρήσεις και να εκφράσουν, ότι κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ευθ. τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.
- Να διαπιστώσουν με μετρήσεις και να εκφράσουν, ότι κάθε σημείο της διχοτόμου γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.
- Να σχεδιάσουν ένα τρίγωνο και τις τρεις μεσοκαθέτους των πλευρών του και να διαπιστώσουν ότι διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- Να σχεδιάσουν ένα τρίγωνο και τις τρεις διχοτόμους των γωνιών του και να διαπιστώσουν ότι διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- Να γενικεύσουν με μετακίνηση μιας κορυφής του τριγώνου τα παραπάνω διαπιστώνοντας ότι ισχύουν για κάθε τρίγωνο.

- Να διατυπώσουν εικασίες για την ύπαρξη του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο με βάση τις παραπάνω ιδιότητες και να ανακαλύψουν τα κέντρα και τις ακτίνες τους.
- Να ανακαλύψουν την αξία της γνώσης των ιδιοτήτων της μεσοκαθέτου και της διχοτόμου στο σχεδιασμό των παραπάνω κύκλων, αφού εκφράσουν με εικασίες τα Μαθηματικά που τους διέπουν.
- Να κατασκευάσουν ποικίλα γεωμετρικά σχήματα επιστρατεύοντας τη φαντασία τους και διάφορες γεωμετρικές έννοιες.
- Να εξοικειωθούν με την έννοια του γ. τόπου.
- Να γενικεύσουν τις σχέσεις που θα επαληθεύσουν με την κίνηση σημείου εκφράζοντας τις λεκτικά, δηλαδή διατυπώνοντας κανόνες.
- Να γενικεύσουν τις παρατηρήσεις τους, διατυπώνοντας σχέσεις με σύμβολα.

Παιδαγωγικοί στόχοι της δραστηριότητας:

- Να συνεργαστούν και να αποκτήσουν όλοι ενεργό ρόλο στην ομάδα τους, για τις ανάγκες της δραστηριότητας.
- Να κινητοποιηθούν οι μαθητές/-τριες που ενδεχομένως δεν συμμετέχουν ενεργά στην παραδοσιακή διδασκαλία.
- Να κάνουν υποθέσεις για τη λύση των προβλημάτων που τίθενται και να ελέγξουν την αλήθεια τους.
- Να καταλήξουν σε γενικεύσεις μετά από πολλές δοκιμές, επαναλήψεις και πειραματισμό.
- Να ξεφύγουν από την προκατάληψη για τα σχήματα και την έννοια του γεωμετρικού τόπου.
- Να συνειδητοποιήσουν ότι τα περισσότερα προβλήματα δεν έχουν μονοσήμαντη λύση, να αγγίξουν την ιδέα της απειρίας λύσεων στα Μαθηματικά.

Η επιλογή των στόχων εξαρτάται κάθε φορά από τη συγκεκριμένη τάξη και τον διδάσκοντα.

*Ανάλυση της δραστηριότητας*

### **Φάση 1η**

Κατά τη φάση αυτή οι μαθητές/-τριες θα προσπαθήσουν αρχικά να εξοικειωθούν λίγο με τη χρήση του λογισμικού και τις δυνατότητές του. Θα συνεχίσουν με απλές κατασκευές, όπως φαίνεται στα φύλλα εργασίας 1 και 2. Θα επιχειρήσουν με «ψάξιμο», μετρήσεις, πειραματισμό και επαναλήψεις να ανακαλύψουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες της μεσοκαθέτου ευθ. τμήματος και της διχοτόμου γωνίας. Θα επιβεβαιώσουν και αντιληφθούν τις παραπάνω ιδιότητες δυναμικά με την κίνηση σημείου. Με τη βοήθεια του διδάσκοντα θα έρθουν σε επαφή με την έννοια του γ. τόπου.

Προτεινόμενη διδακτική προσέγγιση

\*\*\*\*\*

**Φύλλο Εργασίας 1**

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

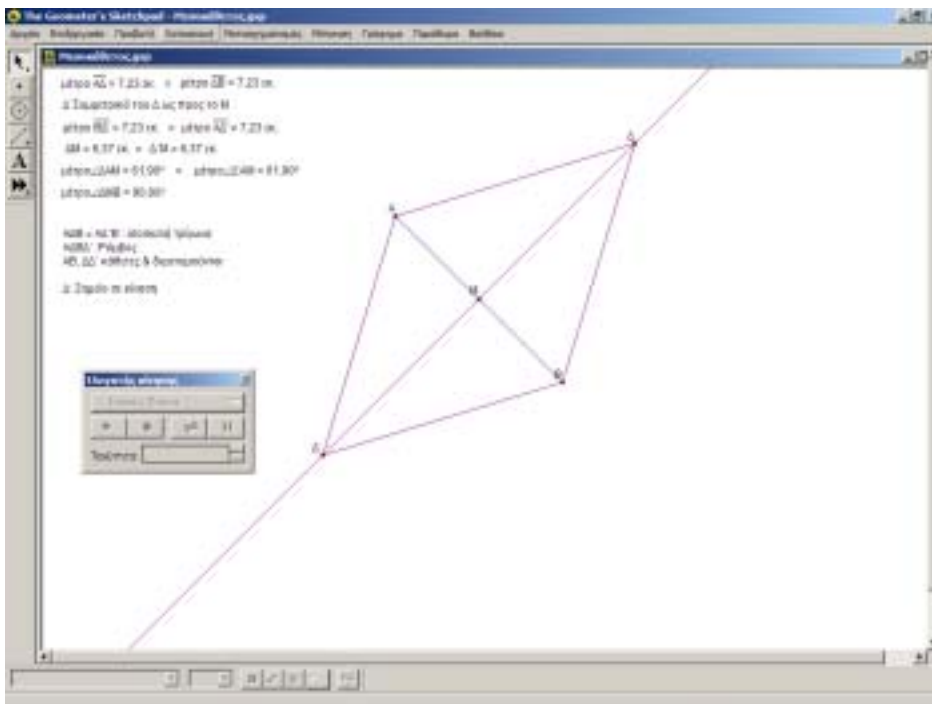
Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε ένα ευθ. τμήμα, ονομάστε τα άκρα του και πάρτε το μέσο του. Φέρετε κάθετη στο μέσο του ευθ. τμήματος. Σχεδιάσατε την μεσοκάθετό του.
2. Διαλέξτε ένα σημείο στη μεσοκάθετη, ονομάστε το Δ και υπολογίστε τις αποστάσεις του από τα άκρα του ευθ. τμήματος. Επαναλάβετε τη δραστηριότητα και για δύο άλλα τυχαία σημεία. Τι παρατηρείτε;
3. Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου; Επαληθεύστε τις παρατηρήσεις σας με χρήση της δυνατότητας κίνησης σημείου που δίνει το λογισμικό (δώστε κίνηση στο σημείο Δ).
4. Πιστεύετε πως μπορούμε να πούμε ότι το σημείο Δ, όταν κινείται (ταξιδεύει) πάνω στη μεσοκάθετη διατηρεί κάποια ιδιότητα (δεν αλλάζει);
5. Υπάρχει κάποιος κανόνας που να περιγράφει την ιδιότητα της μεσοκαθέτου που ανακαλύψατε; Αν ναι, μπορείτε να διατυπώσετε τον κανόνα αυτό;

\*\*\*\*\*

Στο στιγμιότυπο 1 παρακάτω φαίνεται μια πιθανή εξέλιξη της εργασίας που αναμένουμε για το Φύλλο Εργασίας 1.

**Στιγμιότυπο 1** Χαρακτηριστική Ιδιότητα Μεσοκαθέτου Ευθυγράμμου Τμήματος



\*\*\*\*\*

**Φύλλο Εργασίας 2**

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε μια γωνία, ονομάστε την κορυφή της O και σχεδιάστε τη διχοτόμο της.



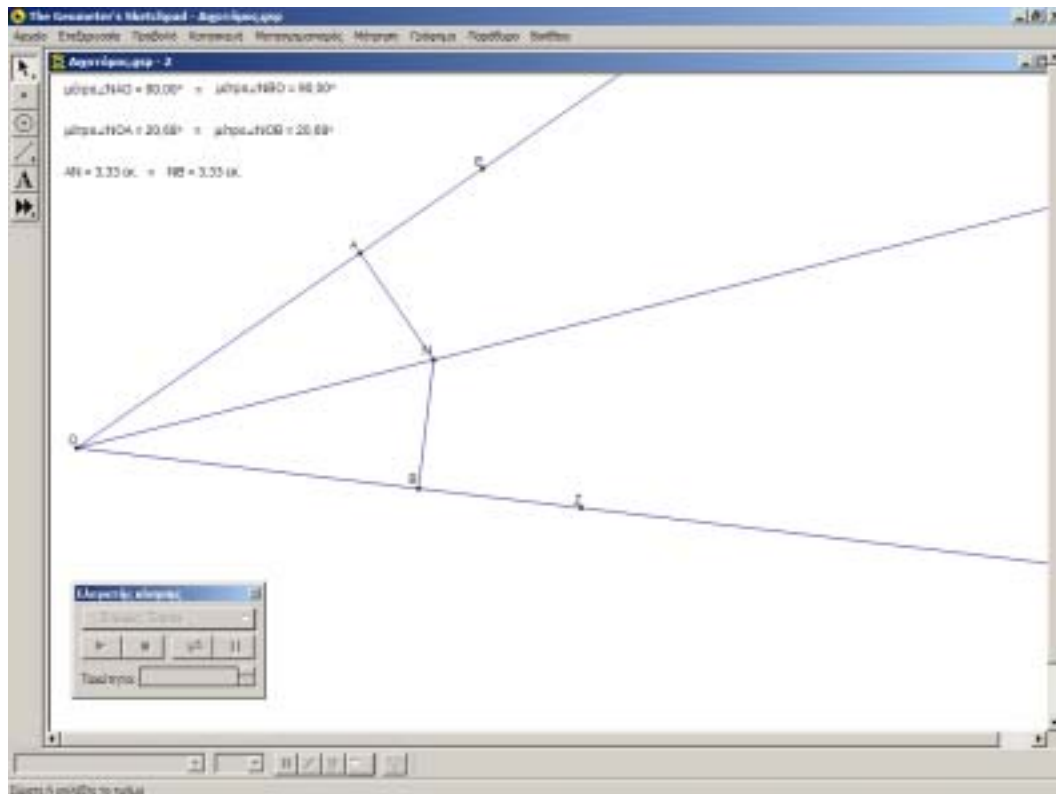
2. Διαλέξτε ένα σημείο της διχοτόμου, ονομάστε το  $M$  και υπολογίστε τις αποστάσεις του από τις πλευρές της γωνίας. Επαναλάβετε τη δραστηριότητα και για δύο άλλα τυχαία σημεία. Τι παρατηρείτε;
3. Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα σημεία της διχοτόμου; Επαληθεύστε τις παρατηρήσεις σας με χρήση της δυνατότητας κίνησης σημείου που δίνει το λογισμικό.
4. Πιστεύετε πως μπορούμε να πούμε ότι το σημείο  $M$ , όταν κινείται (ταξιδεύει) πάνω στη διχοτόμο διατηρεί κάποια ιδιότητα (δεν αλλάζει);
5. Υπάρχει κάποιος κανόνας που να περιγράφει την ιδιότητα της διχοτόμου που ανακαλύψατε; Αν ναι, μπορείτε να διατυπώσετε τον κανόνα αυτό;

\*\*\*\*\*

Στο στιγμιότυπο 2 παρακάτω φαίνεται μια πιθανή εξέλιξη της εργασίας που αναμένουμε για το Φύλλο Εργασίας 2.

### Στιγμιότυπο 2

### Χαρακτηριστική Ιδιότητα Διχοτόμου Γωνίας



### Φάση 2η

Κατά τη φάση αυτή οι μαθητές/-τριες θα επεκτείνουν τις εργασίες που είχαν γίνει στην πρώτη φάση με στόχο να αναζητήσουν τα κέντρα και τις ακτίνες του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου σε τρίγωνο κύκλου αντίστοιχα, όπως φαίνεται στα φύλλα εργασίας 3, 4 και 5.

Την πρώτη ώρα θα δοθεί στους μαθητές/-τριες το πρόβλημα του Φύλλου εργασίας 3 με στόχο να πειραματιστούν και να ανακαλύψουν την ύπαρξη του περιγεγραμμένου στο τρίγωνο κύκλου, τη θέση του κέντρου του, την ακτίνα

του και κυρίως να χρησιμοποιήσουν και να εφαρμόσουν όσα διαπραγματεύτηκαν στην 1<sup>η</sup> φάση. Στόχος είναι επίσης η σύνδεση της Γεωμετρίας με καθημερινά προβλήματα. Αφού δοθεί ο απαραίτητος χρόνος, ώστε να εργαστούν στις ομάδες τους και να κατανοήσουν το πρόβλημα, ο/η εκπ/κός καλό είναι να συνδράμει τη σκέψη των παιδιών με ερωτήματα όπως:

▣ Ποιος έχει κάποια ιδέα; Τι λέτε να κάνουμε; (Με στόχο να γίνει κάποια βοηθητική συζήτηση στην ολομέλεια)

▣ Τι μας ζητάει εδώ το πρόβλημα;

Αν δεν προκύψουν ιδέες που οδηγούν κλιμακωτά στη λύση του προβλήματος μπορεί να καθοδηγήσει τα παιδιά με κάποια επιπλέον ερωτήματα, όπως:

▣ Θα μας βοηθούσε να σχεδιάσουμε κάποιο σχήμα;

▣ Τι σχήμα λέτε να είναι αυτό; Αναμενόμενη απάντηση: τρίγωνο

▣ Τι σημαίνει η έκφραση «εξίσου» και πως μπορούμε να την αξιοποιήσουμε στα Μαθηματικά; Αναμενόμενη απάντηση: Με ίσες αποστάσεις

▣ Ποιος και από που; Αναμενόμενη απάντηση: Το μπεκ από τα δέντρα

▣ Πως να συμβολίσουμε το μπεκ στο σχήμα μας; Αναμενόμενη απάντηση: με σημείο

▣ Που πρέπει να βρίσκεται ένα σημείο που θα απέχει εξίσου από δύο δέντρα; Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τα όσα μάθαμε στο προηγούμενο μάθημα; Αναμενόμενη απάντηση: Στη μεσοκάθετη του τμήματος που τα ενώνει...

▣ Τι θέλει να προσέξουμε η σημείωση; Αναμενόμενη απάντηση: τα υπόλοιπα φυτά πρέπει να τοποθετηθούν στην ίδια απόσταση από το μπεκ με τα δέντρα

▣ Που βρίσκονται κατά τη γνώμη σας οι ίσες αποστάσεις από σημείο; Αναμενόμενη απάντηση: σε κύκλο.....

Στη συνέχεια με το φύλλο εργασίας 4 αναμένουμε να μαθηματοποιήσουν τα όσα ανακάλυψαν με το πρόβλημα του φύλλου εργασίας 3.

Τις επόμενες ώρες και μετά την ολοκλήρωση των φύλλων εργασίας ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να δώσει την ελευθερία στα παιδιά να «ψάξουν» και να διατυπώσουν ιδέες, σκέψεις ή προτάσεις που προκύπτουν επεκτείνοντας τα όσα δημιούργησαν, άκουσαν και είδαν στις διάφορες φάσεις της δραστηριότητας. Θα μπορούσαν για παράδειγμα να παρατηρήσουν ότι ο ρόμβος είναι ένα παραλληλόγραμμο που οι διαγώνιοί του είναι μεσοκάθετοι η μια της άλλης, αφού οι πλευρές τους είναι ίσες και άρα οι κορυφές του ισαπέχουν από τα άκρα τους.

Επίσης θα μπορούσαν να συνδέσουν με την καθημερινότητα τα συμπεράσματά τους, όπως π.χ. να ανακαλύψουν τη θέση στην οποία πρέπει να βρεθεί ένας



πομπός, ώστε να εκπέμπει εξίσου καθαρά σε τρεις δέκτες που δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Για επιπλέον προβληματισμό θα μπορούσαν οι δέκτες να γίνουν τέσσερις.

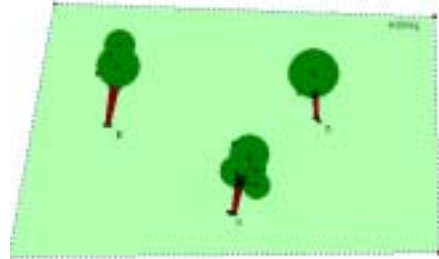
\*\*\*\*\*

### Φύλλο Εργασίας 3

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

#### Πρόβλημα

Ένας κηπουρός θέλει να τοποθετήσει μηχανισμούς αυτόματου ποτίσματος (μπεκ) σε έναν κήπο. Σε κάποια περιοχή του κήπου βρίσκονται τρία δέντρα, ένας ευκάλυπτος (Ε), μια λεύκα (Λ) και ένα πεύκο (Π), έτσι ώστε οι θέσεις του να σχηματίζουν τρίγωνο. (σχήμα)



Βοηθήστε τον κηπουρό απαντώντας στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Σε ποια θέση του κήπου πρέπει να τοποθετήσει ένα μπεκ, ώστε να ποτίζονται και τα τρία δέντρα εξίσου;
2. Σε ποιες άλλες θέσεις μπορεί να τοποθετήσει άλλα μικρότερα φυτά (πανσέδες και βιολέτες), ώστε να ποτίζονται από το ίδιο μπεκ;

*Σημείωση:* Το μπεκ έχει δυνατότητα να ρυθμιστεί, έτσι ώστε να ποτίζει μόνο σε συγκεκριμένη απόσταση, χωρίς να ποτίζει τα ενδιάμεσα σημεία.

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

### Φύλλο Εργασίας 4

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

#### Ερωτήσεις - Ενέργειες

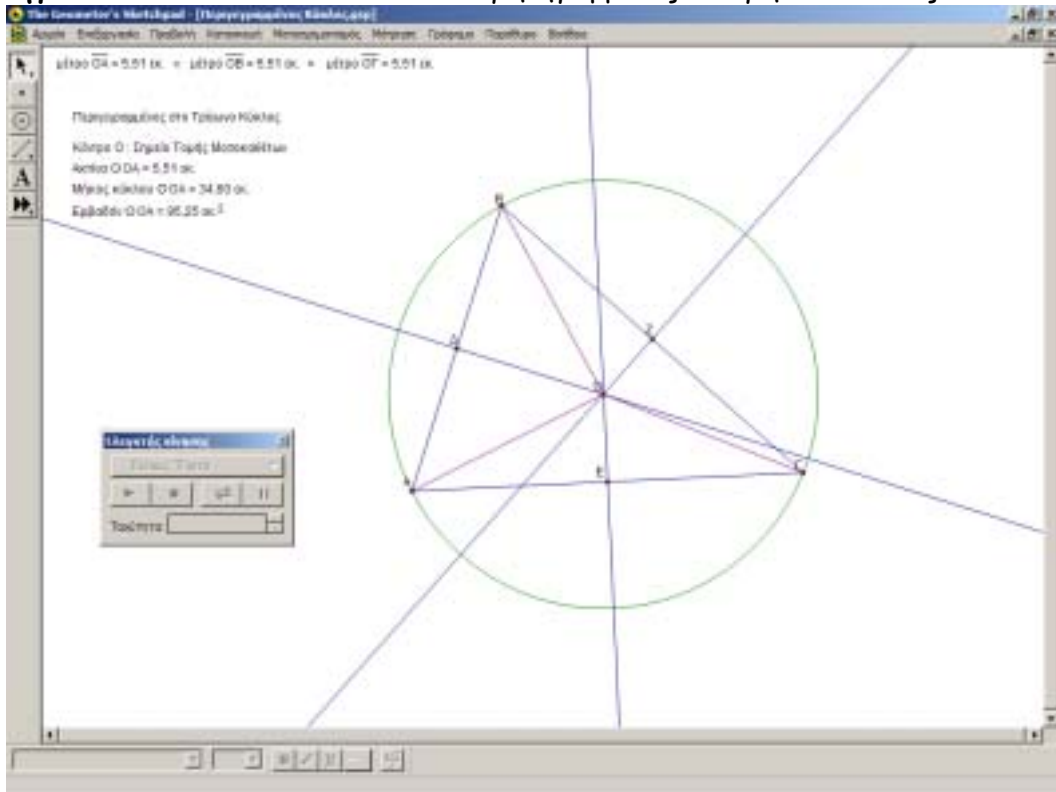
1. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο και ονομάστε τις κορυφές του.
2. Σχεδιάστε τις τρεις μεσοκαθέτους του τριγώνου. Ονομάστε  $O$  το σημείο τομής των δύο από αυτές. Τι παρατηρείτε;
3. Μετακινήστε μια κορυφή του τριγώνου. Τι παρατηρείτε; Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα τρίγωνα; Μπορείτε να διατυπώσετε ένα σχετικό κανόνα;
4. Υπολογίστε τις αποστάσεις του  $O$  από τις κορυφές του τριγώνου. Τι παρατηρείτε;
5. Μπορούν να γενικευθούν οι παρατηρήσεις σας για κάθε τρίγωνο;
6. Υπάρχει κάποιος κύκλος που να διέρχεται από τις τρεις κορυφές του τριγώνου; Αν ναι, μπορείτε να τον σχεδιάσετε;
7. Μπορείτε επίσης, αν υπάρχει τέτοιος κύκλος, να διατυπώσετε έναν κανόνα για το κέντρο και την ακτίνα του;
8. Δώστε κίνηση στο σημείο  $O$  και παρατηρήστε που βρίσκεται για τα διάφορα είδη τριγώνων.

\*\*\*\*\*

Στα στιγμιότυπα 3 παρακάτω φαίνεται μια πιθανή εξέλιξη της εργασίας που αναμενουμε για το Φύλλο Εργασίας 4.

**Στιγμιότυπο 3**

**Περιγεγραμμένος σε Τρίγωνο Κύκλος**



\*\*\*\*\*

**Φύλλο Εργασίας 5**

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Ερωτήσεις - Ενέργειες

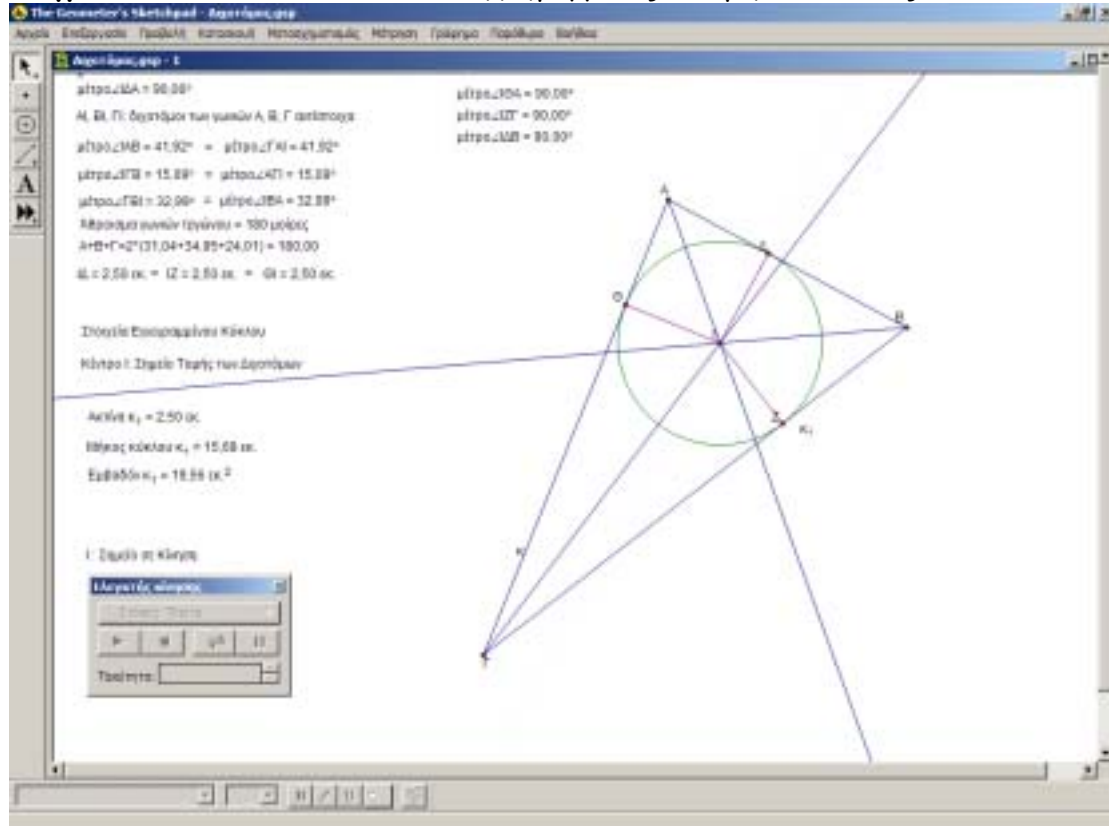
1. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο και ονομάστε τις κορυφές του.
2. Σχεδιάστε τις τρεις διχοτόμους του τριγώνου. Ονομάστε I το σημείο τομής των δύο από αυτές. Τι παρατηρείτε;
3. Μετακινήστε μια κορυφή του τριγώνου. Τι παρατηρείτε; Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα τρίγωνα; Μπορείτε να διατυπώσετε ένα σχετικό κανόνα;
4. Υπολογίστε τις αποστάσεις του I από τις πλευρές του τριγώνου. Τι παρατηρείτε;
5. Μπορούν να γενικευθούν οι παρατηρήσεις σας για κάθε τρίγωνο;
6. Υπάρχει κάποιος κύκλος που εφάπτεται στις τρεις κορυφές του τριγώνου; Αν ναι, μπορείτε να τον σχεδιάσετε;
7. Μπορείτε επίσης, αν υπάρχει τέτοιος κύκλος, να διατυπώσετε έναν κανόνα για το κέντρο και την ακτίνα του;
8. Δώστε κίνηση στο σημείο I και παρατηρήστε που βρίσκεται για τα διάφορα είδη τριγώνων.
9. Μπορείτε να δώσετε έναν ορισμό του κύκλου χρησιμοποιώντας την έννοια του γ. τόπου;

\*\*\*\*\*

Στο στιγμιότυπο 4 παρακάτω φαίνεται μια πιθανή εξέλιξη της εργασίας που αναμένουμε για το Φύλλο Εργασίας 5.

#### Στιγμιότυπο 4

#### Εγγεγραμμένος σε Τρίγωνο Κύκλος



#### Περιγραφή υλοποίησης - νύξεις

Η αξιολόγηση της δραστηριότητας που θα ζητηθεί να γίνει από τους μαθητές/-τριες θα μας δώσει τη δυνατότητα διόρθωσης λαθών, παραλείψεων και ατελειών που πιθανότατα υπάρχουν στο σχεδιασμό της.

Κατ' αυτή την έννοια η αξιολόγηση θα αποτελέσει μια πηγή επανατροφοδότησης της διδασκαλίας και βελτίωσης τόσο του εκπαιδευτικού, όσο και της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Η αξιολόγηση, όπως προαναφέρθηκε, προτείνεται να γίνει μετά την ολοκλήρωση της όλης δραστηριότητας και να ακολουθεί τους εξής άξονες:

- Να είναι ανώνυμη από πλευράς των παιδιών, ώστε να υπάρχει δυνατότητα ελεύθερης έκφρασης.
- Να ζητηθεί να σχολιάσουν τις εντυπώσεις τους από το μάθημα, από την εργασία τους σε ομάδες, από τη διευκόλυνση ή όχι που τους παρείχε η χρήση των νέων τεχνολογιών στη διαδικασία της μάθησης και την κατανόηση εννοιών.
- Να σχολιάσουν κατά πόσο θα επιθυμούσαν επανάληψη παρόμοιας δραστηριότητας.
- Να κάνουν προτάσεις για βελτίωση και εξέλιξη της διαδικασίας.

## Βιβλιογραφία

1. Επιμορφωτικό υλικό για την εκπαίδευση των επιμορφωτών. Τεύχος 1: ΓΕΝΙΚΟ ΜΕΡΟΣ, ΙΤΥ, Πάτρα, Νοέμβριος 2007
2. Επιμορφωτικό υλικό για την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης. Τεύχος 4 Κλάδος ΠΕ03, ΕΙΔΙΚΟ ΜΕΡΟΣ, ΙΤΥ, Πάτρα, Μάιος 2008
3. Τουμάσης, Μπ. (1994) «Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών», Gutenberg, Αθήνα

## Φύλλα Εργασίας

\*\*\*\*\*

### Φύλλο Εργασίας 1

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Ονοματεπώνυμο μαθητή/-τριας:

Τάξη:

Ημερομηνία:

### Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε ένα ευθ. τμήμα, ονομάστε τα άκρα του και πάρτε το μέσο του. Φέρτε κάθετη στο μέσο του ευθ. τμήματος. Σχεδιάσατε την μεσοκάθετό του.
2. Διαλέξτε ένα σημείο στη μεσοκάθετη, ονομάστε το  $\Delta$  και υπολογίστε τις αποστάσεις του από τα άκρα του ευθ. τμήματος. Επαναλάβετε τη δραστηριότητα και για δύο άλλα τυχαία σημεία. Τι παρατηρείτε;  
.....  
.....  
.....
3. Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου; Επαληθεύστε τις παρατηρήσεις σας με χρήση της δυνατότητας κίνησης σημείου που δίνει το λογισμικό (δώστε κίνηση στο σημείο  $\Delta$ ).  
.....  
.....
4. Πιστεύετε πως μπορούμε να πούμε ότι το σημείο  $\Delta$ , όταν κινείται (ταξιδεύει) πάνω στη μεσοκάθετη διατηρεί κάποια ιδιότητα (δεν αλλάζει); Αν ναι ποια;  
.....  
.....  
.....
5. Υπάρχει κάποιος κανόνας που να περιγράφει την ιδιότητα της μεσοκαθέτου που ανακαλύψατε; Αν ναι, μπορείτε να διατυπώσετε τον κανόνα αυτό;  
.....  
.....  
.....

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

## Φύλλο Εργασίας 2

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Όνοματεπώνυμο μαθητή/-τριας:

Τάξη:

Ημερομηνία:

### Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε μια γωνία, ονομάστε την κορυφή της  $O$  και σχεδιάστε τη διχοτόμο της.
2. Διαλέξτε ένα σημείο της διχοτόμου, ονομάστε το  $M$  και υπολογίστε τις αποστάσεις του από τις πλευρές της γωνίας. Επαναλάβετε τη δραστηριότητα και για δύο άλλα τυχαία σημεία. Τι παρατηρείτε;

.....  
.....  
.....  
.....

3. Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα σημεία της διχοτόμου; Επαληθεύστε τις παρατηρήσεις σας με χρήση της δυνατότητας κίνησης σημείου που δίνει το λογισμικό.

.....  
.....  
.....  
.....

4. Πιστεύετε πως μπορούμε να πούμε ότι το σημείο  $M$ , όταν κινείται (ταξιδεύει) πάνω στη διχοτόμο διατηρεί κάποια ιδιότητα (δεν αλλάζει); Αν ναι, ποια;

.....  
.....  
.....  
.....

5. Υπάρχει κάποιος κανόνας που να περιγράφει την ιδιότητα της διχοτόμου που ανακαλύψατε; Αν ναι, μπορείτε να διατυπώσετε τον κανόνα αυτό;

.....  
.....  
.....  
.....

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

### Φύλλο Εργασίας 3

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Όνοματεπώνυμο μαθητή/-τριας:

Τάξη:

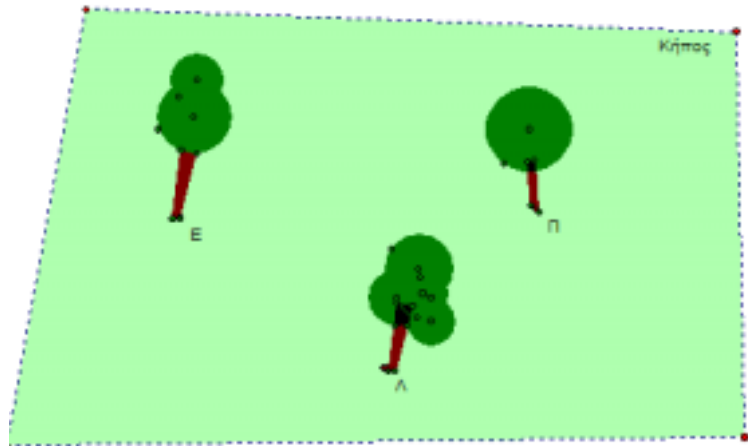
Ημερομηνία:

### Πρόβλημα

Ένας κηπουρός θέλει να τοποθετήσει μηχανισμούς αυτόματου ποτίσματος (μπεκ) σε έναν κήπο. Σε κάποια περιοχή του κήπου βρίσκονται τρία δέντρα, ένας ευκάλυπτος (Ε), μια λεύκα (Λ) και ένα πεύκο (Π), έτσι ώστε οι θέσεις του να σχηματίζουν τρίγωνο. (σχήμα)

Βοηθήστε τον κηπουρό απαντώντας στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Σε ποια θέση του κήπου πρέπει να τοποθετήσει ένα μπεκ, ώστε να ποτίζονται και τα τρία δέντρα εξίσου;



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. Σε ποιες άλλες θέσεις μπορεί να τοποθετήσει άλλα μικρότερα φυτά (πανσέδες και βιολέτες), ώστε να ποτίζονται από το ίδιο μπεκ;

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Σημείωση:** Το μπεκ έχει δυνατότητα να ρυθμιστεί, έτσι ώστε να ποτίζει μόνο σε συγκεκριμένη απόσταση, χωρίς να ποτίζει τα ενδιάμεσα σημεία.

\*\*\*\*\*



\*\*\*\*\*

### Φύλλο Εργασίας 4

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα

Όνοματεπώνυμο μαθητή/-τριας:

Τάξη:

Ημερομηνία:

#### Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο και ονομάστε τις κορυφές του.  
.....  
.....
2. Σχεδιάστε τις τρεις μεσοκαθέτους του τριγώνου. Ονομάστε  $O$  το σημείο τομής των δύο από αυτές. Τι παρατηρείτε;  
.....  
.....
3. Μετακινήστε μια κορυφή του τριγώνου. Τι παρατηρείτε; Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα τρίγωνα; Μπορείτε να διατυπώσετε ένα σχετικό κανόνα;  
.....  
.....
4. Υπολογίστε τις αποστάσεις του  $O$  από τις κορυφές του τριγώνου. Τι παρατηρείτε;  
.....  
.....
5. Μπορούν να γενικευθούν οι παρατηρήσεις σας για κάθε τρίγωνο;  
.....  
.....
6. Υπάρχει κάποιος κύκλος που να διέρχεται από τις τρεις κορυφές του τριγώνου; Αν ναι, μπορείτε να τον σχεδιάσετε;  
.....  
.....
7. Μπορείτε επίσης, αν υπάρχει τέτοιος κύκλος, να διατυπώσετε έναν κανόνα για το κέντρο και την ακτίνα του;  
.....  
.....
8. Δώστε κίνηση στο σημείο  $O$  και παρατηρήστε που βρίσκεται για τα διάφορα είδη τριγώνων.  
.....  
.....

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

## Φύλλο Εργασίας 5

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Όνοματεπώνυμο μαθητή/-τριας:

Τάξη:

Ημερομηνία:

### Ερωτήσεις - Ενέργειες

1. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο και ονομάστε τις κορυφές του.  
.....  
.....
2. Σχεδιάστε τις τρεις διχοτόμους του τριγώνου. Ονομάστε I το σημείο τομής των δύο από αυτές. Τι παρατηρείτε;  
.....  
.....
3. Μετακινήστε μια κορυφή του τριγώνου. Τι παρατηρείτε; Πιστεύετε πως ισχύει η παρατήρησή σας για όλα τα τρίγωνα; Μπορείτε να διατυπώσετε ένα σχετικό κανόνα;  
.....  
.....  
.....
4. Υπολογίστε τις αποστάσεις του I από τις πλευρές του τριγώνου. Τι παρατηρείτε;  
.....  
.....
5. Μπορούν να γενικευθούν οι παρατηρήσεις σας για κάθε τρίγωνο;  
.....  
.....
6. Υπάρχει κάποιος κύκλος που εφάπτεται στις τρεις κορυφές του τριγώνου; Αν ναι, μπορείτε να τον σχεδιάσετε;  
.....  
.....
7. Μπορείτε επίσης, αν υπάρχει τέτοιος κύκλος, να διατυπώσετε έναν κανόνα για το κέντρο και την ακτίνα του;  
.....  
.....  
.....
8. Δώστε κίνηση στο σημείο I και παρατηρήστε που βρίσκεται για τα διάφορα είδη τριγώνων.  
.....
9. Μπορείτε να δώσετε έναν ορισμό του κύκλου χρησιμοποιώντας την έννοια του γ. τόπου;  
.....  
.....  
.....

\*\*\*\*\*