

105. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).
 Όταν ένα ποσό αυξάνει και ένα άλλο μειώνεται, τότε τα ποσά είναι στροφώς ανάλογα.

- i) Όταν ένα ποσό αυξάνει και ένα άλλο μειώνεται, τότε τα ποσά είναι στροφώς ανάλογα.
- ii) Η υπερβολή βρίσκεται στο 1ο και 3ο τεταρτημόριο, όταν $a > 0$.
- iii) Η υπερβολή βρίσκεται στο 3ο και 4ο τεταρτημόριο, όταν $a < 0$.
- iv) Η υπερβολή βρίσκεται στο 1ο και 3ο τεταρτημόριο, όταν $a > 0$.
- v) Η γραφική παράσταση της υπερβολής διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

106. Να αντιστοιχίσετε κάθε υπερβολή της στήλης Α με το σημείο της στήλης Β από το οποίο διέρχεται η γραφική της παράσταση.

Στήλη Α	Στήλη Β
i) $y = \frac{2}{3x}$	α) $(\frac{1}{2}, -1)$
ii) $y = \frac{1}{x}$	β) $(10, -1)$
iii) $y = \frac{10}{x}$	γ) $(\frac{1}{4}, -8)$
iv) $y = -\frac{2}{x}$	δ) $(1, 1)$
v) $y = -\frac{1}{2x}$	ε) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

107. Να βρείτε σε ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις τα ποσά x και y είναι στροφώς ανάλογα:

i)

x	1	2	5	10
y	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{100}$

ii)

x	-6	-3	1,5	2
y	1,5	-3	6	4,5

iii)

x	-3	-2	1	2
y	-5	-7,5	15	-7,5

108. Αν τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, να συμπληρώσετε τον διτλανό πίνακα.

x	1	2	4	5	10
y			5		

109. Αν τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, να συμπληρώσετε τον διτλανό πίνακα.

x	1	2	3	6	9
y			-6		

110. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$y = \frac{48}{x} \quad \text{και} \quad y = -\frac{48}{x}$$

111. Ένα έργο συμφωνήθηκε να τελειώσει σε 30 ημέρες. Το μισό έργο ολοκληρώθηκε από 6 εργάτες σε 25 ημέρες. Να βρείτε πόσοι εργάτες πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να ολοκληρωθεί το έργο στην προθεσμία που συμφωνήθηκε.

112. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$y = \frac{12}{x} \quad \text{και} \quad y = \frac{20}{x}$$

113. Δίνεται η συνάρτηση

$$y = \frac{4}{x}$$

- i) Να συμπληρώσετε τον διτλανό πίνακα τιμών.
- ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

x	-8	-1	2	
y		-2	4	$\frac{1}{3}$

114. Δίνεται η συνάρτηση

$$y = -\frac{6}{x}$$

- i) Να συμπληρώσετε τον διτλανό πίνακα τιμών.
- ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

x	-12	-2	3	
y		2	-3	$-\frac{1}{2}$

26. Δίνεται οξεία γωνία $\hat{\alpha}$ τέτοια, ώστε $\text{συν}\alpha = 0,6$. Να υπολογίσετε:
- i) το $\eta\mu\alpha$
 - ii) την $\epsilon\phi\alpha$.

27. Να αποδείξετε ότι για κάθε οξεία γωνία $\hat{\alpha}$ ισχύουν οι σχέσεις:

- i) $2\eta\mu\alpha + 6 < 8$
- ii) $3\text{συν}\alpha - 1 < 2$
- iii) $7 - 2\text{συν}\alpha > 5$
- iv) $\eta\mu\alpha + 2\text{συν}\alpha < 3$.

28. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι:

- i) $(\eta\mu B)^2 + (\text{συν} B)^2 = 1$
- ii) $(\text{συν} \Gamma)^2 + (\text{συν} B)^2 = 1$
- iii) $\text{συν} \Gamma = \eta\mu B$ και $\text{συν} B = \eta\mu \Gamma$
- iv) $\epsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\text{συν} B}$ και $\epsilon\phi \Gamma = \frac{\eta\mu \Gamma}{\text{συν} \Gamma}$.

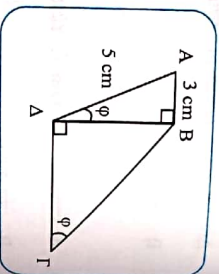
29. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύει η σχέση $\eta\mu B = \text{συν} B$ τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

30. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) τέτοιο, ώστε $\eta\mu B = \epsilon\phi B$.

31. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ τέτοιο, ώστε $A\Gamma = 4$ και $B\Gamma = 8$. Να αποδείξετε ότι

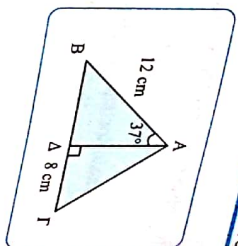
$$\frac{\text{συν} B}{1 - \eta\mu B} = \epsilon\phi \Gamma.$$

32. Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $BA\Gamma$ είναι ορθογώνια. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.



33. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Να υπολογίσετε:

- i) το μήκος BA
- ii) το ύψος $A\Delta$
- iii) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



34. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Αν

$$AA = 6, \eta\mu B = \frac{2}{3} \text{ και } \eta\mu \Gamma = \frac{3}{4},$$

- να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών $AB, \Delta B$ και $A\Gamma$.

35. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές α, β, γ τέτοιο, ώστε

$$\eta\mu \Gamma = \frac{5}{13}.$$

- i) Να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{5}{13}\alpha$ και $\beta = \frac{12}{13}\alpha$.
- ii) Να υπολογίσετε το $\text{συν} \Gamma$ και την $\epsilon\phi \Gamma$.

36. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, τέτοιο, ώστε $AB = 20 \text{ cm}$ και $\eta\mu \Gamma = \frac{4}{5}$.

Να υπολογίσετε:

- i) την πλευρά $B\Gamma$
- ii) την πλευρά $A\Gamma$
- iii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$
- iv) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

37. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, τέτοιο, ώστε

$$AB = 48 \text{ cm} \text{ και } \text{συν} B = \frac{24}{25}.$$

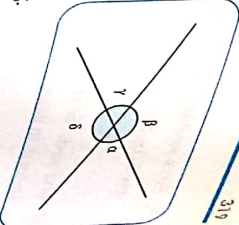
Να υπολογίσετε:

- i) την πλευρά $A\Gamma$
- ii) το $\eta\mu B$ και την $\epsilon\phi B$
- iii) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

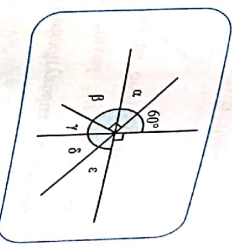
85. Να σχεδιάσετε μια γωνία 55° και να βρείτε τη συμπληρωματική της.
86. Να σχεδιάσετε μια γωνία 127° και να βρείτε την παραπληρωματική της.
87. i) Να σχεδιάσετε τις εφεξής γωνίες $\widehat{xOy} = 10^\circ$ και $\widehat{yOz} = 70^\circ$.
 ii) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία \widehat{xOz} .
 iii) Να βρείτε την παραπληρωματική γωνία $\widehat{\alpha}$ της γωνίας \widehat{xOz} .
 iv) Να φέρετε τη διχοτόμο $O\delta$ της γωνίας \widehat{xOz} και να υπολογίσετε τη συμπληρωματική γωνία $\widehat{\phi}$ της γωνίας $\widehat{yO\delta}$.
88. Να υπολογίσετε την παραπληρωματική μιας γωνίας $\widehat{\omega} = 120^\circ$ και να την ονομάσετε $\widehat{\phi}$. Στη συνέχεια να υπολογίσετε την συμπληρωματική της γωνίας $\widehat{\phi}$.
89. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες τέτοιες, ώστε η μία να είναι 55° . Να βρείτε το μέτρο της δεύτερης γωνίας.
90. Να σχεδιάσετε δύο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες τέτοιες, ώστε η μία να είναι 20° . Πόσες μοίρες είναι η δεύτερη γωνία;
91. Αν μία γωνία $\widehat{\omega}$ είναι τα $\frac{2}{3}$ της ορθής, να βρείτε το μέτρο της παραπληρωματικής γωνίας της $\widehat{\omega}$.
92. Η γωνία $\widehat{\alpha}$ είναι ίση με τα $\frac{5}{6}$ της ορθής. Η γωνία $\widehat{\beta}$ είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ της ορθής γωνίας.
- i) Να βρείτε το μέτρο της συμπληρωματικής γωνίας της γωνίας $\widehat{\alpha}$.
 ii) Να βρείτε το μέτρο της παραπληρωματικής γωνίας της γωνίας $\widehat{\beta}$.

1. Γωνίες Γεωμετρικές Έννοιες

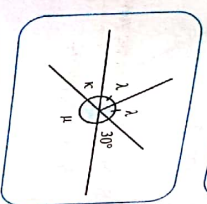
14. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\beta}$, $\widehat{\gamma}$ και $\widehat{\delta}$ του διδανού σχήματος, όταν $\widehat{\alpha} = 70^\circ$.
15. Δύο γωνίες είναι εφεξής και παραπληρωματικές. Να τις υπολογίσετε αν γνωρίζετε ότι τα μέτρα τους διαφέρουν κατά 88° .
- ii) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας που σχηματίζουν οι διχοτόμοί τους.



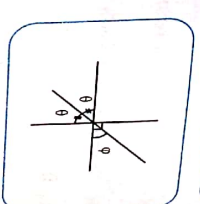
16. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\alpha}$, $\widehat{\beta}$ και $\widehat{\delta}$ του διδανού σχήματος.



17. Στο διδανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\epsilon}$, $\widehat{\lambda}$ και $\widehat{\mu}$.



18. Στο διδανό σχήμα να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\phi}$.



19. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\omega}$, $\widehat{\beta}$ και $\widehat{\alpha}$ του διδανού σχήματος.

