

105. Να γραφτηρίσεται τις παρακάτω προτύπων ως Συνάρτεση ( $\Sigma$ ) ή λαγήσεις:
- Oταν ένα ποσό αυξάνεται και ένα άλλο μειώνεται, τότε τα ποσά είναι συντομοτέλεια.
  - Οταν διαφορετικά συνάρτεση στο 10 και 30 τεταρτημόριο, δηλαδή  $a > 0$ .
  - Η υπερβολή βρίσκεται στο 30 και 40 τεταρτημόριο, δηλαδή  $a < 0$ .
  - Η υπερβολή βρίσκεται στο ποσό παρότι παράστασης της υπερβολής διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
  - Η γραφική παράσταση της υπερβολής έχει ως κέντρο τομήματά της την αρχή των αξόνων.

108. Αν τα ποσά  $x$  και  $y$  είναι αντιστρόφος ανάλογα, να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα.

$x$	1	2	4	5	10
$y$			5		

109. Αν τα ποσά  $x$  και  $y$  είναι αντιστρόφος ανάλογα, να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα.

$x$	1	2	3	6	9
$y$			-6		

110. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$y = \frac{48}{x} \quad \text{και} \quad y = -\frac{48}{x}$$

106. Να απαντηθείεται κάθετη υπερβολής στις ακόλουθες περιπτώσεις:
- Α με το σημείο  $A$  και της στηλής  $B$  από το οποίο διέρχεται η γραφική παράσταση.
  - $y = \frac{1}{x}$
  - $y = -\frac{10}{x}$
  - $y = -\frac{2}{x}$
  - $y = -\frac{1}{2x}$

Στήλη A	Στήλη B
i) $y = \frac{2}{3x}$	a) $(\frac{1}{2}, -1)$
ii) $y = \frac{1}{x}$	b) $(10, -1)$
iii) $y = -\frac{10}{x}$	c) $(\frac{1}{4}, -8)$
iv) $y = -\frac{2}{x}$	d) $(1, 1)$
v) $y = -\frac{1}{2x}$	e) $(\frac{2, 1}{3})$

111. Ένα έργο συμφωνήθηκε να τελειώσει σε 30 ημέρες. Το μισό έργο ολοκληρώθηκε από 6 εργάτες σε 25 ημέρες. Να βρείτε πόσοι εργάτες πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να ολοκληρωθεί το έργο στην προθεσμία που συμφωνήθηκε.

112. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$y = \frac{12}{x} \quad \text{και} \quad y = \frac{20}{x}$$

113. Δίνεται η συνάρτηση

$$y = \frac{4}{x}.$$

- Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

$x$	-8	-1	2
$y$	-2	4	$\frac{1}{3}$

114. Δίνεται η συνάρτηση

$$y = -\frac{6}{x}.$$

$$y = \frac{4}{x}.$$

$x$	-12	-2	3
$y$	2	-3	$-\frac{1}{2}$

115. Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών.

$x$	-3	-2	1	2
$y$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$	$-\frac{1}{100}$

26. Δίνεται οξεία γωνία  $\hat{\alpha}$  τέτοια, ώστε  $\sin \alpha = 0,6$ . Να υπολογίσετε:

- i) το  $\eta \mu \alpha$   
ii) την εφω.

27. Να αποδείξετε ότι για κάθε οξεία γωνία  $\hat{\alpha}$  τιχίδιουν οι σχέσεις:

- i)  $2\eta \mu \alpha + 6 < 8$   
ii)  $3\sin \alpha - 1 < 2$   
iii)  $7 - 2\sin \alpha > 5$   
iv)  $\eta \mu \alpha + 2\sin \alpha < 3$ .

28. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ , να αποδείξετε ότι:

- i)  $(\eta \mu B)^2 + (\sin C)^2 = 1$   
ii)  $(\cos A)^2 + (\sin B)^2 = 1$   
iii)  $\sin A = \eta \mu B$  και  $\sin C = \eta \mu C$   
iv)  $\epsilon \varphi B = \frac{\eta \mu B}{\sin C}$  και  $\epsilon \varphi C = \frac{\eta \mu C}{\sin B}$ .

29. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) ισχύει η σχέση  $\eta \mu B = \sin C$  τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

30. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) τέτοιο, ώστε

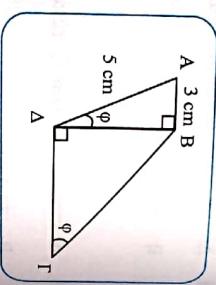
$$\eta \mu B = \epsilon \varphi C.$$

31. Δίνεται τρίγωνο  $ABC$  με  $\hat{A} = 90^\circ$  τέτοιο, ώστε  $A\Gamma = 4$  και  $B\Gamma = 8$ .

Να αποδείξετε ότι

$$\frac{\sin B}{1 - \eta \mu B} = \epsilon \varphi \Gamma.$$

32. Στο δικλανό σχήμα τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $B\Gamma$  είναι ορθογώνια. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

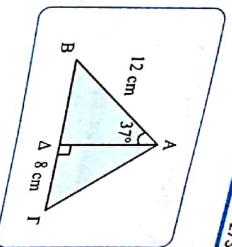


37. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ , τέτοιο, ώστε
- $$AB = 20 \text{ cm} \quad \text{και} \quad \eta \mu C = \frac{4}{5}.$$
- Να υπολογίσετε:
- i) την μήκος  $B\Gamma$
  - ii) την μήκος  $A\Gamma$
  - iii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών  $B$  και  $\hat{\alpha}$
  - iv) το εμβαδόν του τριγώνου  $ABC$ .

33. Στο δικλανό σχήμα τα τρίγωνα  $ABC$  και  $B\Gamma$  είναι ορθογώνια. Να υπολογίσετε το

ΑΔ = 6,  $\eta \mu B = \frac{2}{3}$  και  $\eta \mu C = \frac{3}{4}$ ,

- να υπολογίσετε τα μήκη των τημάτων  $AB$ ,  $ΔB$  και  $ΔC$ .



34. Δίνεται τρίγωνο  $ABC$  και το ύψος του  $A\Delta$ . Αν

$$AD = 6, \quad \eta \mu B = \frac{2}{3} \quad \text{και} \quad \eta \mu C = \frac{3}{4},$$

να υπολογίσετε τα μήκη των τημάτων

$AB$ ,  $ΔB$  και  $ΔC$ .

35. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με πλευρές  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  τέτοιο, ώστε

$$\eta \mu C = \frac{5}{13}.$$

- i) Να αποδείξετε ότι  $\gamma = \frac{5}{13}\alpha$  και  $\beta = \frac{12}{13}\alpha$ .

- ii) Να υπολογίσετε το  $\sin \alpha$  και την  $\epsilon \varphi \alpha$ .

36. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ , τέτοιο, ώστε
- $$AB = 20 \text{ cm} \quad \text{και} \quad \eta \mu C = \frac{4}{5}.$$
- Να υπολογίσετε:
- i) την μήκος  $B\Gamma$
  - ii) την μήκος  $A\Gamma$
  - iii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών  $B$  και  $\hat{\alpha}$
  - iv) το εμβαδόν του τριγώνου  $ABC$ .

## Προτεινόμενες Δασκήσεις

1. Να ψηφιακήσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ( $\Sigma$ ) ή Λανθανόμενες ( $\Lambda$ )
- Ισχύει  $73,4\% = \frac{734}{100}$ .
  - Ανη την ενδιαφέρουσα αυξήθει κατά 300%, τότε η τιμή του τερματισμού θα γίνει:
    - Αυτή την ενδιαφέρουσα μειωθεί από 120€ σε 100€, δύνουμε μεταβολή%
    - Αυτή την ενδιαφέρουσα είναι το 30% αυτής.
    - To  $\frac{1}{3}$  μισς ποσότητας είναι από 75€ σε 100€, έχουμε αύξηση 25%.
    - Ανη την ενδιαφέρουσα αυξήθει κατά 10% και η τιμή του προϊόντος θα γίνει από 10% διπλασιαστεί.
2. Να μετατρέψετε σε ποσοστά επί των εκατό τους δεκαδικούς αριθμούς:
- 0,1
  - 1,2
  - 3,18
3. Να μετατρέψετε σε ποσοστά επί των εκατό των εκάστου μέτρου:
- $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{5}$
  - $\frac{3}{10}$
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{9}{20}$
  - $\frac{7}{25}$
  - $\frac{3}{4}$
  - $\frac{5}{8}$
4. Να μετατρέψετε σε δεκαδικούς αριθμούς τα ποσοστά:
- 5%
  - 12%
  - 20%
  - 25%
  - 10,5%.

### 5. Ποσοστά

Να μετατρέψετε σε δεκαδικά κλάσματα τα παρακάτω ποσοστά και στη συνέχεια

- να τα ακόλουθης:
- 13,5%
- 22%
- το 50% των 90
- το 20% των 80
- το 40% των 70
- το υπολογίστε:
- το 33% των 280 €
- το 42% των 2 λίτρων
- το 2,5% των 4m
- το βρείτε τι ποσοστό είναι:
- τα 16 € για τα 50 €
- το 300 gr για τα 1,5 kg
- τα 15 cm για τα 1 m
- τα βρείτε τι ποσοστό είναι:
- τα 90 s για τα 6 min
- τα 38 cm<sup>2</sup> για το 1 dm<sup>2</sup>
- το 0,2 € για τα 2 €
- τα 0,25 kg για τα 5 kg
- τα 900 m<sup>2</sup> για τα 3 στρέμματα.
- το βρείτε τι ποσοστό είναι:
- ποσο αριθμού το 75% είναι 1,26.
- πόσο θα γίνει ο αριθμός 50 σε αυξήσει κατά 20%.
- πόσο θα γίνει ο αριθμός 1800 σε αυξήσει κατά 9%.
- ποιος αριθμός αν αυξήθει κατά 30% θα γίνει 312.
- πόσο % πρέπει να αυξήσουμε τον αριθμό 96 για να γίνει 640.

85. Να σχεδίασετε μια γωνία  $55^\circ$  και να βρείτε τη συμπληρωματική της.

86. Να σχεδίασετε μια γωνία  $127^\circ$  και να βρείτε την παραπληρωματική της.

87. i) Να σχεδίασετε τις εφεξής γωνίες  $x\hat{O}y = 10^\circ$  και  $y\hat{O}z = 70^\circ$ .

ii) Να βρείτε πόσες μισφές είναι η γωνία  $x\hat{O}z$ .

iii) Να βρείτε την παραπληρωματική γωνία ότι της γωνίας  $x\hat{O}z$ .

iv) Να φέρετε τη διχοτόμο Οδ της γωνίας  $x\hat{O}z$  και να υπολογίσετε τη συμπληρωματική γωνία ότι της γωνίας  $y\hat{O}z$ .

88. Να υπολογίσετε την παραπληρωματική μιας γωνίας  $\hat{o} = 120^\circ$  και να την ονομάσετε  $\hat{\phi}$ . Σημειώστε ότι υπολογίζετε την συμπληρωματική της γωνίας  $\hat{\phi}$ .

89. Να σχεδίασετε δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες τέτοιες, ώστε η μία να είναι  $55^\circ$ . Να βρείτε το μέτρο της δευτέρης γωνίας.

90. Να σχεδίασετε δύο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες τέτοιες, ώστε η μία να είναι  $20^\circ$ . Πέραν μόριές είναι τη δευτέρη γωνία;

91. Αν μία γωνία  $\hat{o}$  είναι τα  $\frac{2}{3}$  της ορθής, να βρείτε το μέτρο της παραπληρωματικής γωνίας  $\hat{o}$ .

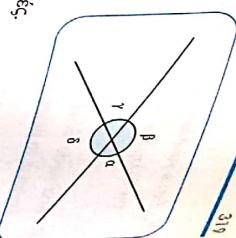
92. Η γωνία  $\hat{o}$  είναι ίση με τα  $\frac{5}{6}$  της ορθής. Η γωνία  $\hat{p}$  είναι ίση με τα  $\frac{2}{3}$  της συμπληρωματικής γωνίας.

i) Να βρείτε το μέτρο της συμπληρωματικής γωνίας της γωνίας  $\hat{o}$ .

ii) Να βρείτε το μέτρο της παραπληρωματικής γωνίας της γωνίας  $\hat{p}$ .

1. Βρείτε τις γωνίες  $\hat{\beta}, \hat{\gamma}$  και  $\hat{\delta}$  που δηλώνονται στην παραπληρωματικές γωνίες είναι εφεξής και παραπληρωματικές.

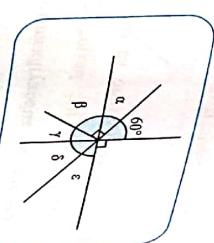
2. Βρείτε το μέτρο της γωνίας που σχηματίζουν οι διχοτόμοι τους.



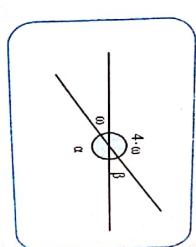
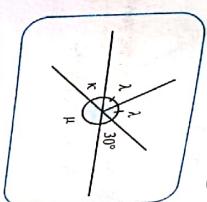
3. Βρείτε τις γωνίες  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}$  και  $\hat{\epsilon}$  που δηλώνονται στην παραπληρωματικές γωνίες  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$  και  $\hat{\mu}$ .

4. Βρείτε το δικλωνό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$  και  $\hat{\mu}$ .

5. Βρείτε το δικλωνό σχήμα να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{\phi}$ .



6. Βρείτε το δικλωνό σχήμα να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{\phi}$ .



7. Βρείτε το δικλωνό σχήμα να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{\phi}$ .

