

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = 2x^2 + 1$ ii) $f(x) = \frac{2x+1}{3}$
iii) $f(x) = 2x^2 + |1-x| + \sqrt{3}$ iv) $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$
v) $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ vi) $f(x) = \frac{2x+1}{3-\sqrt{2}}$

2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = 2\sqrt{x^2-1}$ ii) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$
iii) $f(x) = \frac{2x^2+|1-x|}{x-2}$ iv) $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x^2+1}$
v) $f(x) = \frac{2x-1}{|x|-3}$ vi) $f(x) = \frac{2x-\sqrt{x}}{x-1}$

3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sqrt{|x-1|-2}$ ii) $f(x) = \frac{2|x|+1}{|x+1|-2}$
iii) $f(x) = \frac{2x^2+|1-x|}{x-2}$ iv) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-1}$
v) $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{|x|-3}}$ vi) $f(x) = \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

4. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \sqrt{x^2-x}$ ii) $f(x) = \sqrt{|x-2|+1}$

iii) $f(x) = \frac{x+|1-x|}{\sqrt{x-2}}$ iv) $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{|x|+1}$
v) $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{|x|-3}}$ vi) $f(x) = \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$

5. Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{αν } x \geq 0 \\ x+4 & \text{αν } x < 0 \end{cases}$$

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της
β) Να υπολογιστούν οι τιμές $f(-4)$, $f(\sqrt{2})$, $f(0)$
γ) Να λυθεί η εξίσωση $|f(x)| = 2$

6. Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} 5x & \text{αν } |x| \geq 1 \\ x & \text{αν } |x| < 1 \end{cases}$$

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της
β) Να υπολογιστούν οι τιμές $f(-2)$, $f(\sqrt{2})$, $f(0)$

7. Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1 & \text{αν } -2 < x < 0 \\ \alpha x^3 + \beta & \text{αν } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της
β) Αν γνωρίζουμε ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 3$ να βρεθούν τα α, β

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 2x$.Να λύσετε

- α) Την εξίσωση $f(x) = 0$
β) Την εξίσωση $f(x-1) - f(x) = 0$

- γ) Την ανίσωση $f(2x) - 8f(x) < x^2$
9. Το σημείο $A(\alpha - 7, 3\alpha - 9)$ ανήκει στον x -άξονα και το σημείο $B(2\beta + 4, 4 - \beta)$ ανήκει στον ψ -άξονα με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρεθούν οι συντεταγμένες των σημείων A και B .
- β) Αν το σημείο $\Gamma(\gamma, \gamma - 5)$ $\gamma \in \mathbb{R}$ ισαπέχει από τα A και B να βρεθεί το γ .
10. Τα σημεία $A(\alpha^2 + 2\alpha, 2 - 2\alpha)$ και $B(\alpha + 6, \alpha^2 - \alpha)$ είναι συμμετρικά ως προς τον x -άξονα.
- α) Να βρεθεί ο αριθμός α
- β) Να βρείτε το συμμετρικό του A ως προς
- i) Τον ψ -άξονα.
- ii) Την αρχή των αξόνων.
- iii) Την διχοτόμο της $1^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων.
11. Τα σημεία $A(-3, 3)$ και $B(2, \lambda)$ απέχουν απόσταση $(AB) = 5$. Να βρείτε:
- α) Τον αριθμό λ .
- β) Το σημείο Γ του αρνητικού ημιάξονα Ox' , ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές με βάση AB .
- γ) Την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.
12. Τα σημεία $A(\lambda^2 - 5, |\mu + 1|)$ και $B(14 - 6\lambda, -|5 - \mu|)$ είναι συμμετρικά ως προς την αρχή των αξόνων. Να βρείτε:
- α) Τους αριθμούς λ και μ .
- β) Την απόσταση (AB) .
- γ) Το σημείο Γ του αρνητικού ημιάξονα $O\psi'$, ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την AB .
13. Έστω συνάρτηση $f(x) = x^2 - \alpha x + 2\alpha$. Να βρεθεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(-1, 5)$
14. Έστω η συνάρτηση $f(x) = |x - 2| - 5$. Να βρείτε:
- α) Το πεδίο ορισμού της
- β) Τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες
- γ) Το διάστημα στο οποίο η C_f βρίσκεται κάτω από τον x -άξονα.
15. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 6$ και $g(x) = -x^2 - 2x + 15$. Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία :
- α) Η C_f δεν βρίσκεται πάνω από τον x -άξονα.
- β) Η C_f βρίσκεται πάνω από την C_g
16. Το σημείο $A(4, -3)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x - 1| + \alpha$. Να βρείτε :
- α) Τον αριθμό α .
- β) Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.