

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ 2

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $2x^4 - 3x^3 - 17x^2 + 27x - 9 = 0$ ii) $2x^4 + 5x^3 - 5x - 2 = 0$

iii) $7x^2 + 21x = x^3 + 27$ iv) $6x^3 - 13x^2 + 9x - 2 = 0$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ ii) $2x^4 - 2x^2 - x^3 + x = 0$

iii) $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$ iv) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

iv) $4x^4 - x^3 - 4x^2 + x = 0$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{8}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$

ii) $\frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + 2x - \frac{3}{2} = 0$

iii) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$

4. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $x^4 + x^3 \geq 3x^2 + 4x + 4$ ii) $2x^4 + 3x^2 - 8x \leq x^4 - 4$

iii) $x^3 - 5x^2 + 7x < 3$ iv) $-4x^3 - 4x^2 + 7x - 2 < 0$

5. Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 + 21x - \alpha - 10$ έχει παράγοντα το $x - 3$.

i) Να βρεθεί η τιμή του $\alpha \in R$.

ii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

6. Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 + \beta x + 2$ έχει παράγοντα το $x + 2$ και η διαίρεση του με το $x + 1$ δίνει υπόλοιπο 2.

i) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in R$.

ii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

7. Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 7x + 6$ έχει παράγοντα το $x^2 - 3x + 2$.

i) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in R$.

ii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

iii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) \leq 0$.

8. Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^2 - 8x + \beta$ έχει παράγοντα το $x^2 - 2x + 1$.

i) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in R$.

ii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

iii) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) \geq 0$.

9. Το πολυώνυμο $P(x) = 6x^4 - 10x^3 - \alpha x^2 + \beta x - 1$ έχει δύο ακέραιες ρίζες.

i) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in Z$.

ii) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) < 0$.

10. Δίνεται η εξίσωση $x^3 + \alpha x^2 + (2\alpha + 3)x - 3 = 0$

i) Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha \in \mathbb{Z}$ ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει ακέραια ρίζα.

ii) Για την μικρότερη τιμή του α που βρέθηκε στο προηγούμενο ερώτημα να λυθεί η εξίσωση.

11. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $(x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2) < 0$ ii) $(x^2 + x + 2)(2x - 1)(x^2 - 4) \geq 0$

iii. $(x - 2)^2(x + 3)^5(2x - 3) < 0$ iv) $x(x^2 - x - 6)(-x^2 - 1) \geq 0$

v) $(4x^2 - 1)(3x - 1)^3(x^2 - 5x + 6) \geq 0$

vi) $(x^2 + x + 3)(x - 1)^2(x^2 - 2x) \geq 0$

12. Να βρεθεί το πρόσημο του γινομένου:

$$P(x) = (x^2 - x)(x^2 - 3x - 4)(x^2 - 5x + 6)$$

Στην συνέχεια να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$.

13. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $\frac{2}{3x - 1} > 0$

ii) $\frac{2x - 1}{x - 2} \leq 0$

iii) $\frac{25 - x^2}{x^2 - 3x + 2} > 0$

iv) $\frac{x - x^2}{x^2 - 4x + 4} > 0$

v) $\frac{x^3 + x^2 + x}{x^2 - 9} \geq 0$

vi) $\frac{(x - 2)(9 - x^2)}{x^2 + 2x - 3} \geq 0$

14. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $\frac{2(x - 3)}{7 - x} \geq -1$

ii) $\frac{x + 8}{2x + 1} \geq x$

iii) $\frac{x}{x + 3} + \frac{3}{x} \leq \frac{13}{x^2 + 3x}$

iv) $\frac{x + 1}{x - 1} - 2 > \frac{1 - x}{x}$

v) $\frac{x^3 - 10x^2 + x}{x^2 - 9} \geq x$

vi) $\frac{(x - 2)(9 - x^2)}{x^2 - 3x + 2} \geq 1$

15. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\sqrt{7x + 4} - \sqrt{x + 1} = \sqrt{x + 6}$

ii) $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 3$

iii. $\sqrt{3x - 5} = 1 + \sqrt{2x - 5}$

16. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $x - \sqrt{14x - 2x} = 3$

ii) $x - 1 - \sqrt{x + 11} = 0$

iii. $\sqrt{2x - 3} - \sqrt{x - 2} = 1$

iv) $\sqrt{x - 5} - 3 = \sqrt{x - 8}$

17. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\sqrt{x^2 - 7x + 16} = \sqrt{x^2 - 7x + 4} + 2$

ii) $\sqrt{1 + 4\sqrt{x}} = 1 + \sqrt{x}$

iii) $\sqrt{3x^2 - x + 5} = 1 + \sqrt{3x^2 - x}$

18. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $2\eta\mu^3 x - 3\eta\mu^2 x + 7\eta\mu x - 2 = 0$

ii) $4\sigma\nu^4 x - 20\sigma\nu^3 x + 23\sigma\nu^2 x - 5\sigma\nu x - 6 = 0$

iii) $4\eta\mu^4 x - 4\eta\mu^3 x = 4 - \sigma\nu^2 x - 4\eta\mu x$