ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ Ι

1. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)=(4\lambda^2-9)x^3+(2\lambda^2-\lambda-3)x+2\lambda-3$ είναι το μηδενικό.

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=\alpha^2x^3+(\alpha^2-3\alpha)x^2+12$ και το $Q(x)=4x^3+2x^2+(\alpha-2)x+6\alpha$. Να βρείτε για ποια τιμή του α τα δύο πολυώνυμα είναι ίσα. $[\alpha=2]$

3. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda\in R$ το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^2+\lambda-6)x^3+(\lambda^2-4)x+3\lambda+1$ είναι σταθερό. Ποια είναι η τιμή του . **(** $P(x)=5$ **)**

4. Δίνονται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3+7x^2-x-2$ να προσδιοριστεί το $Q(x)$ τέτοιο ώστε να ισχύει : $(x^2+3x-2)\cdot Q(x)=P(x)$.

5. Να βρεθεί το πολυώνυμο $P(x)$**,** για το οποίο ισχύει : $(x-3)P(x)=x^3-3x^2-4x+12$.

6. Να βρεθούν όλα τα δευτεροβάθμια πολυώνυμα τα οποία επαληθεύουν την σχέση $P(x+1)-P(-x)=0$.

7. Να βρεθούν όλα τα δευτεροβάθμια πολυώνυμα τα οποία επαληθεύουν την σχέση $P(x)-P(x-2)=4x$ και $P(0)=0$.

8. Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x)=2x^3-7x^2-5x-4$. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ώστε το $P(x)$ να παίρνει τη μορφή $P(x)=(\alpha\cdot x+\beta)(x^2+3x+\gamma)$.

9. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(x-1)^{100}-3x^{99}+\alpha\cdot x+\beta$ Να βρείτε τα α, β ώστε ο σταθερός όρος του $P(x)$ να είναι 4 και το άθροισμα των συντελεστών του να είναι 2.

10. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει ότι:
$x^2P(x)+xP(x)=2x^3+x^2-x$
α) Να βρεθεί το $P(x)$. $[P(x)=2x+1]$
β) Να προσδιοριστεί πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει:
$P(x)\cdot Q(x)=2x^3+5x^2-13x+5$.

11. Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει :
$[P(x)]^2=x^4-2x^3+5x^2-4x+4$

12. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3-3x^2+5x-4$. Να βρεθούν τα υπόλοιπα των διαιρέσεων:
i) $P(x):(x-1)$ ii) $P(x):(x+2)$

13. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2(x-1)^{100}-3x^2+5x-4$. Να βρεθούν τα υπόλοιπα των διαιρέσεων:

ii) $P(x):(x-1)$ ii) $P(x):(2-1)$

14. Να δείξετε ότι το $P(x)=x^3-3x^2+4$ έχει παράγοντα το $(x-2)^2$ και στη συνέχεια να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο.

15. Να βρείτε τα α, β ώστε το $P(x)=\alpha x^3-5x^2+\beta x+9$ έχει παράγοντα το $(x-3)^2$ και στη συνέχεια να βρείτε και να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο.

16. Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x)=x^3+\alpha x^2-(\beta-2\alpha)x+3\alpha+4\beta$ Να βρείτε τα $\alpha,\beta\in R$, ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζα το -1 και η διαίρεση $P(x):(x+2)$ δίνει υπόλοιπο -5. $[\alpha=3,\beta=-1]$

17. Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ γνωρίζουμε ότι το 1 αποτελεί ρίζα του και η διαίρεση $P(x):(x-2)$ δίνει υπόλοιπο 4 να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2-3x+2)$.

18. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^{30}+(x-1)^{25}+2018(x^2-x)+3$ να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης: $P(x):(x^2-x)$.

19. Έστω το πολυώνυμο $P(x)=3x^{2015}-x^2+1$ να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2-1)$.

20. Το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με $x-2$ αφήνει υπόλοιπο 10 και διαιρούμενο με $x+3$ αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2+x-6)$.

21. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2-5x+6)$ είναι $3x-2$ να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$.

22. Αν το πολυώνυμο $P(x)=2x^4-2x^3-\alpha x^2+\beta x+2$ έχει παράγοντα το $(x+1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x+2)$ είναι 28.

i) Να βρεθούν τα α και β

ii) για α=5 και β=1 να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$

23. Έστω το πολυώνυμο $P(x)=3x^3-\kappa x^2+3\kappa x-2\kappa^2$. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(3x-\kappa)$ είναι -1 να βρεθεί το κ.

24. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x)=(\alpha^2-\beta^2)x^{2000}+2(\alpha^2-\alpha-\beta)x+2$ να έχει παράγοντα το $x-1$.

25. Το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το 0 και διαιρούμενο με $x-2$ αφήνει υπόλοιπο 1 ενώ διαιρούμενο με $x+2$ αφήνει υπόλοιπο 3. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^3-4x)$.

26. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $Q(x)$ με το $x-3$είναι 5 και για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει ότι $P(x+5)=xQ(x+1)+3x-5$ να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-7$.

27. Να δείξετε ότι το $P(x)=x^3-3x^2+4$ έχει παράγοντα το $(x-2)^2$ και στη συνέχεια να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο.

28. Να βρείτε τα α, β ώστε το $P(x)=\alpha x^3-5x^2+\beta x+9$ έχει παράγοντα το $(x-3)^2$ και στη συνέχεια να βρείτε και να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο.