

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ ΕΞΙΣΩΣΗ

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $9x^2 - 6x + 1 = 0$	ii) $2x^2 = x + 2$
iii) $3 - x \cdot (x - 1) = 5$	iv) $6x - (x - 1)^2 = 8$
v) $(2x - 1)^2 = x + 1$	vi) $-2x^2 + 6x - 11 = 0$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$
ii) $2x^2 + (2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$
iii) $x^2 - (3 - 2\sqrt{2})x + 2 - 3\sqrt{2} = 0$

3. Να βρείτε το λ , ώστε η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + 1 - 2\lambda = 0$ να έχει διπλή ρίζα και μετά να βρείτε την διπλή ρίζα της εξίσωσης.

4. Αν $\kappa \neq -\lambda$, να δείξετε ότι η εξίσωση $2x^2 + 2(\kappa - \lambda)x + \kappa^2 + \lambda^2 = 0$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

5. Να βρείτε το λ , ώστε η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$ να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (4\lambda - 2)x + (2\lambda - 1)^2 = 0$

- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα για κάθε πραγματικό αριθμό λ .
- Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η διπλή ρίζα της εξίσωσης να βρίσκεται στο διάστημα $(-3, 5)$.

7. Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 1)x + |6 - 3\lambda| = 0$

i. Να βρεθεί το λ αν είναι γνωστό ότι το -1 είναι ρίζα της εξίσωσης. Για την μεγαλύτερη τιμή που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να βρεθεί το μ ώστε η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \mu^2 = 0$ να έχει διπλή ρίζα.

8. Δίνονται οι εξισώσεις $x^2 - x + 12 = 0$ και $x^2 + (2\lambda - 9)x + \lambda^2 - 6\lambda = 0$ αν η μικρότερη ρίζα της πρώτης εξίσωσης είναι και ρίζα της δεύτερης να βρείτε το λ και τις ρίζες της δεύτερης εξίσωσης.

9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda(2x + 1) + \lambda^2 + 2 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση

- Έχει δύο ρίζες άνισες
- Έχει μια διπλή ρίζα
- Είναι αδύνατη
- Έχει λύση

10. Να βρείτε το λ , ώστε η εξίσωση $\lambda x^2 + \lambda^2 x - x - \lambda = 0$ να έχει δύο ρίζες άνισες εκ των οποίων η μία να είναι το 1 και στην συνέχεια να βρεθεί η άλλη ρίζα της εξίσωσης.

11. Αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + 2 = 0$ να βρεθούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i) $x_1^2 + x_2^2$	ii) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$	iii) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$
iv) $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$	v) $(x_1 - x_2)^2$	vi) $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$

12. Να βρείτε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς

i) $5, 3$	ii) $\sqrt{5}, 1$
-----------	-------------------

13. Να βρείτε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς

i. $1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$

ii) $2-\sqrt{5}, 2+\sqrt{5}$

14. Έστω x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 5x - 2 = 0$. Να βρεθεί εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς :

i) $4x_1, 4x_2$ ii) $2x_1 - 1, 2x_2 - 1$ iii) x_1^2, x_2^2

15. Χωρίς να λυθεί η εξίσωση της πρώτης στήλης να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Εξίσωση	ρίζες
$x^2 - 3x + 2 = 0$	
$x^2 - x - 6 = 0$	
$x^2 + 4x - 5 = 0$	
$2x^2 - 3x + 1 = 0$	
$x^2 - 3x - 10 = 0$	

16. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda - 1)x + \lambda - 2 = 0$

i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

ii) Αν x_1, x_2 ρίζες της παραπάνω εξίσωσης να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ ισχύει :

α) $x_1^2 + x_2^2 = 10$ β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{4}{5}$

17. Δίνεται η εξίσωση : $2x^2 - 4x + \lambda - 3 = 0$

i) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.

ii) Αν x_1, x_2 ρίζες της παραπάνω εξίσωσης να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ ισχύει :

α) $x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3 = 8$ β) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$

18. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $(x-2)^2 - 3(x-2) - 4 = 0$

ii) $(x^2 - 1)^2 + 2(x^2 - 1) - 3 = 0$

iii) $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{2}{x}\right) - 2 = 0$

iv) $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - |2x - 1| - \frac{1}{2} = 0$

19. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $2x^2 - x + \frac{1}{2x^2 - x} = 2$

ii) $\frac{2x-1}{x-2} + \frac{x-2}{2x-1} - \frac{5}{2} = 0$

iii) $\frac{1}{3x-2} - \frac{3x-2}{2} + 1 = 0$

20. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $3x^4 + x^2 - 4 = 0$

ii) $4x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

iii) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

iv) $(x-1)^4 - 10(x-1)^2 + 9 = 0$