

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1. Αν $\sin x = \frac{3}{5}$ και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ να υπολογιστούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί.

2. Αν $\eta\mu x = -\frac{3}{5}$ και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ να υπολογιστούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί.

3. Αν $\epsilon\phi x = \frac{4}{3}$ και $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

α) Να υπολογιστούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί.

β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = \frac{3\sin x - 4\eta\mu x}{\eta\mu x \cdot \sin x}$$

4. Αν $3\eta\mu x + 4\sin x = 5$ και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ να υπολογιστούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί.

5. Αν $x = \alpha\eta\mu\theta$ και $\psi = \beta\sin\theta$ να δείξετε ότι

$$(\beta x)^2 + (\alpha\psi)^2 = \alpha^2 \beta^2$$

6. Να δείξετε ότι :

α. $\epsilon\phi^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sigma\phi^2 \alpha \cdot \eta\mu^2 \omega = 1$

β. $\eta\mu^3 \alpha + \eta\mu \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \eta\mu \alpha$

γ. $(3\eta\mu \alpha + 4\sin \alpha)^2 + (4\eta\mu \alpha - 3\sin \alpha)^2 = 25$

7. Να δείξετε ότι :

α. $\frac{1 - \eta\mu^4 \theta}{\sin^2 \theta} = 1 + \eta\mu^2 \theta$

β. $\frac{\epsilon\phi \alpha + \eta\mu \alpha}{\epsilon\phi \alpha - \eta\mu \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$

γ. $\sigma\phi \omega + \frac{\eta\mu \omega}{1 + \sin \omega} = \frac{1}{\eta\mu \omega}$

δ. $\eta\mu^2 \omega (1 + \sigma\phi^2 \omega) + \sin^2 \omega (1 + \epsilon\phi^2 \omega) = 2$

8. Να δείξετε ότι :

α. $\frac{\eta\mu \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\eta\mu \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{2}{\eta\mu \alpha}$

β. $\frac{\sin \alpha}{1 + \epsilon\phi \alpha} - \frac{\eta\mu \alpha}{1 + \sigma\phi \alpha} = \sin \alpha - \eta\mu \alpha$

γ. $\eta\mu^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta - \eta\mu^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha = \eta\mu^2 \alpha - \eta\mu^2 \beta$

δ. $\frac{1}{\eta\mu \theta} - \frac{\sin \theta}{\epsilon\phi \theta} = \eta\mu \theta$

9. Να δείξετε ότι :

α. $\epsilon\phi^2 \omega - \eta\mu^2 \omega = \epsilon\phi^2 \omega \cdot \eta\mu^2 \omega$

β. $\sigma\phi^2\alpha - \sigma\nu\nu^2\alpha = \sigma\phi^2\alpha \cdot \sigma\nu\nu^2\alpha$

γ. $\varepsilon\phi\omega + \frac{1}{\varepsilon\phi\omega} = \frac{1}{\eta\mu\omega \cdot \sigma\nu\nu\omega}$

δ. $\frac{\varepsilon\phi^2\omega - 1}{\varepsilon\phi^2\omega + 1} = \eta\mu^2\omega - \sigma\nu\nu^2\omega$

10. Να δείξετε ότι :

α. $\frac{1}{\eta\mu^2\theta \cdot \sigma\nu\nu^2\theta} - \frac{1}{\eta\mu^2\theta} = \frac{1}{\sigma\nu\nu^2\theta}$

β. $\frac{\sigma\nu\nu\alpha}{1 - \varepsilon\phi\alpha} + \frac{\eta\mu\alpha}{1 - \frac{1}{\varepsilon\phi\alpha}} = \sigma\nu\nu\alpha + \eta\mu\alpha$

γ. $(1 - \sigma\nu\nu\omega) \left(1 + \frac{1}{\sigma\nu\nu\omega} \right) = \eta\mu\omega \cdot \varepsilon\phi\omega$

11. Να δείξετε ότι :

α. $\frac{1}{\varepsilon\phi\alpha + \frac{1}{\varepsilon\phi\alpha}} = \eta\mu\alpha \cdot \sigma\nu\nu\alpha$

β. $\left(\frac{1}{\eta\mu\omega} - \eta\mu\omega \right) \left(\frac{1}{\sigma\nu\nu\omega} - \sigma\nu\nu\omega \right) = \eta\mu\omega \cdot \sigma\nu\nu\omega$

γ. $\frac{1}{1 - \eta\mu\omega} + \frac{1}{1 + \eta\mu\omega} = \frac{2}{\sigma\nu\nu^2\omega}$

12. Να δείξετε ότι :

α. $\frac{1 + \varepsilon\phi^3\theta}{1 + \sigma\phi^3\theta} = \left(\frac{1 + \varepsilon\phi\theta}{1 + \sigma\phi\theta} \right)^3$

β. $\left(\frac{1}{\eta\mu\omega} - \sigma\nu\nu\omega \right) \left(\frac{1}{\eta\mu\omega} + \sigma\nu\nu\omega \right) = \sigma\phi^2\omega + \eta\mu^2\omega$

γ. $\frac{1 + \varepsilon\phi\theta + \varepsilon\phi^2\theta}{1 + \sigma\phi\theta + \sigma\phi^2\theta} = \varepsilon\phi^2\theta$

δ. $\frac{\varepsilon\phi\alpha + \sigma\phi\beta}{\varepsilon\phi\beta + \sigma\phi\alpha} = \frac{\sigma\phi\beta}{\sigma\phi\alpha}$

13. Να δείξετε ότι το γινόμενο $\left(1 + \frac{\sigma\nu\nu\alpha - 1}{\eta\mu\alpha} \right) \left(1 + \frac{\eta\mu\alpha + 1}{\sigma\nu\nu\alpha} \right)$ είναι ανεξάρτητο του α.

14. Να δείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{\eta\mu^2\alpha}{1 - \sigma\nu\nu\alpha} + \frac{\eta\mu^2\alpha}{1 + \sigma\nu\nu\alpha}$ έχει σταθερή τιμή.

15. Να δείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{1 + \sigma\nu\nu^2\alpha}{2 + \varepsilon\phi^2\alpha} + \frac{1 + \eta\mu^2\alpha}{2 + \sigma\phi^2\alpha}$ έχει σταθερή τιμή.