

Α] Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$1. \frac{2\eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha - 1}{\eta\mu^2\alpha} = 1 + \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 + \eta\mu\alpha} \quad 2. \frac{2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha} = \frac{2\epsilon\varphi\alpha}{1 - \epsilon\varphi^2\alpha}$$

$$3. \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\varphi\alpha + 1} + \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\epsilon\varphi\alpha + 1} = \frac{1}{\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha} \quad 4. \eta\mu^2\alpha \cdot \epsilon\varphi\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha \cdot \sigma\varphi\alpha = \epsilon\varphi\alpha - \sigma\varphi\alpha$$

$$5. \sigma\upsilon\nu\alpha(1 + \epsilon\varphi\alpha) + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha(1 - \epsilon\varphi\alpha)} = \frac{2\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 - \epsilon\varphi\alpha}$$

Β] Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$\alpha = \frac{\eta\mu(3\pi + \omega)\eta\mu(6\pi - \omega)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}{\epsilon\varphi\left(\frac{5\pi}{2} + \omega\right)\sigma\varphi\left(\frac{11\pi}{2} + \omega\right)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{15\pi}{2} - \omega\right)\eta\mu(17\pi + \omega)}$$

$$\beta = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\left(\omega + \frac{9\pi}{2}\right)}{\eta\mu\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right)} + \frac{\sigma\upsilon\nu(5\pi + \omega)}{1 - \sigma\upsilon\nu\left(\omega - \frac{3\pi}{2}\right)} + \frac{1 - \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} - \omega\right)} - \frac{\eta\mu(4\pi - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - \omega) - 1}$$

Γ] Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$1. \eta\mu 2\chi = -\sigma\upsilon\nu\left(\chi - \frac{\pi}{6}\right) \quad 2. \epsilon\varphi\left(2\chi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sigma\varphi\left(\chi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$3. \eta\mu\left(2\chi - \frac{\pi}{12}\right) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{12} - 2\chi\right) = 2\eta\mu 3\chi \quad 4. \sigma\upsilon\nu 3\chi = -\eta\mu 3\chi, \chi \in (0, \pi)$$

$$5. \epsilon\varphi\chi = \eta\mu\chi \quad 6. 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi + \sqrt{3} - 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \chi\right) + \sqrt{3} \cdot \eta\mu(\pi + \chi) = 0$$

$$7. 2\eta\mu^2\chi + (\sqrt{3} - 2)\eta\mu\chi - \sqrt{3} = 0 \quad 8. 2\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu\chi - 1 = 0$$

Δ] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της f; (Μονάδες 9)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

(Μονάδες 10)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

Ε] Να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων:

$$1. f(x) = 5 \cdot \eta\mu 3\chi - 1 \quad 2. g(x) = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\chi}{3} + 3 \quad 3. h(x) = 5 - \eta\mu \frac{\chi}{2}$$

$$4. t(x) = -\sigma\upsilon\nu 2\chi + 3 \quad 5. v(x) = 1 + \eta\mu 4\chi$$

ΣΤ] Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(x) = a \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\beta x}{2} - 3$, $x \in \mathbb{R}$ με περίοδο π και μέγιστη τιμή το 2. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών a και β καθώς και την τιμή του χ , $x \in [0, \pi]$, στην οποία παρουσιάζει ελάχιστο η συνάρτηση.

$$y = \frac{\log_e\left(\frac{x}{m} - sa\right)}{r^2}$$

$$y r^2 = \log_e\left(\frac{x}{m} - sa\right)$$

$$e^{y r^2} = \frac{x}{m} - sa$$

$$m e^{y r^2} = x - msa$$

$$m e^{r r y} = x - mas$$

Καλά Χριστούγεννα!!!
Ευχισμένο ζο 2017!

Γράντζου Μαρία