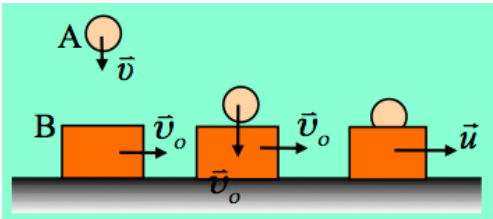


### Η ορμή και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου

Μια μικρή σφαίρα A μάζας  $m$  αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος και φτάνοντας στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου  $v_0$  συγκρούεται πλαστικά, με ένα δεύτερο σώμα B, μάζας  $M=3m$ , το οποίο κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου επίσης  $v_0$ . Το σώμα B δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u$ , όπως στο σχήμα.



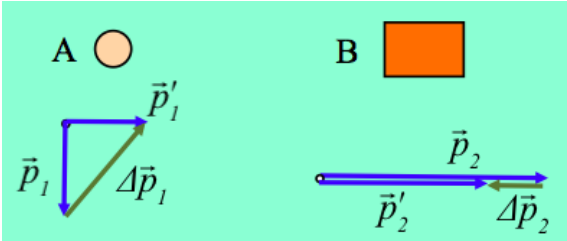
- i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
  - α) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή της σφαίρας A διατηρείται.
  - β) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του σώματος B διατηρείται.
  - γ) Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος (σφαίρα A-σώμα B), διατηρείται.
  - δ) Η μεταβολή της ορμής του σώματος B είναι οριζόντια.
  - ε) Η δύναμη  $F_1$  που ασκεί η σφαίρα A στο σώμα B, στη διάρκεια της κρούσης είναι κατακόρυφη.
- ii) Αφού σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα του συστήματος των δύο σωμάτων A-B, στη διάρκεια της κρούσης, κάνετε τις αντιστοιχίσεις για το μέτρο της κάθετης αντίδρασης που το επίπεδο ασκεί στο σώμα B, στα διάφορα χρονικά διαστήματα:

Χρονικό διάστημα	N
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Πριν την κρούση</li> <li>• Στη διάρκεια της κρούσης</li> <li>• Μετά την κρούση</li> </ul>	$N=3mg$
	$3mg < N < 4mg$
	$N=4mg$
	$N > 4mg$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Απάντηση:**

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα της ορμής, κάθε σώματος, πριν και μετά την κρούση, καθώς και το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβολής της ορμής, που οφείλεται στην κρούση.



- i) Με βάση το παραπάνω σχήμα, θα έχουμε:
  - α) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Υπάρχει μεταβολή  $\Delta\vec{p}_1$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.
  - β) Και αυτή η πρόταση είναι λανθασμένη. Στο σχήμα βλέπουμε το διάνυσμα  $\Delta\vec{p}_2$  το οποίο δεν είναι μηδενικό, αφού οι ταχύτητες  $\vec{v}_0$  και  $\vec{u}$  είναι διαφορετικές.

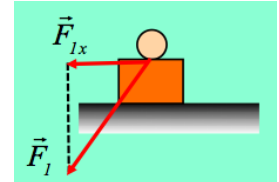
γ) Για να διατηρείται η ορμή του συστήματος των σωμάτων Α και Β, θα πρέπει τα διανύσματα  $\Delta\vec{p}_1$  και  $\Delta\vec{p}_2$  να είναι αντίθετα, αφού θα πρέπει να ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

πράγμα που με βάση το σχήμα, δεν μπορεί να ισχύει. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

δ) Η πρόταση είναι σωστή. Το σώμα Β πριν και μετά την κρούση κινείται οριζόντια, οπότε οριζόντια είναι και η αντίστοιχη μεταβολή της ορμής του.

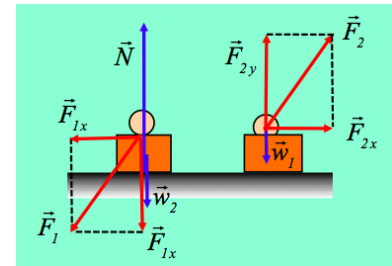
ε) Αφού η μεταβολή της ορμής του σώματος Β είναι οριζόντια, κάποια οριζόντια δύναμη πρέπει να δέχτηκε στη διάρκεια της κρούσης, η οποία προκάλεσε αυτήν την μεταβολή της ορμής. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, οπότε δεν μπορεί να ασκήσει οριζόντια συνιστώσα δύναμης, οπότε πρέπει η δύναμη  $F_1$  που ασκήθηκε στο σώμα Β από τη σφαίρα, να έχει και οριζόντια συνιστώσα. Η συνιστώσα  $F_{1x}$ , στο διπλανό σχήμα, η οποία έχει την κατεύθυνση του διανύσματος  $\Delta\vec{p}_2$ , είναι αυτή που προκαλεί την μεταβολή της ορμής του σώματος Β. |



Η πρόταση είναι λανθασμένη.

ii) Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα (Α-Β) είναι τα δυο βάρη και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου (με μπλε χρώμα στο σχήμα). Πριν την κρούση το σώμα Β ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση οπότε

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - Mg = 0 \rightarrow N = 3mg$$



Όμοια μετά την κρούση, για το συσσωμάτωμα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - (M + m)g = 0 \rightarrow N = 4mg$$

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα στη διάρκεια της κρούσης, όπου η  $F_2$  η αντίδραση της δύναμης  $F_1$ , την οποία σχεδιάσαμε παραπάνω. Εφαρμόζοντας τον γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα στην κατακόρυφη διεύθυνση, με θετική φορά προς τα πάνω, για την σφαίρα Α, έχουμε:

$$\frac{\Delta p_{1,y}}{\Delta t} = \Sigma F_y \rightarrow F_{2,y} - mg = \frac{0 - (-p_{1y})}{\Delta t} \rightarrow F_{2,y} = mg + \frac{p_{1y}}{\Delta t} \rightarrow F_{2,y} > mg$$

Αλλά το σώμα Β, ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \rightarrow N - Mg - F_{1x} = 0 \rightarrow N = 3mg + F_{1x} = 3mg + F_{2,y}$$

Αλλά αν  $F_{2,y} > mg$ , τότε και  $N > 3mg + mg$  ή  $N > 4mg$ .

Με βάση τα παραπάνω, έχουμε τις αντιστοιχίσεις:

Χρονικό διάστημα	N
• Πριν την κρούση	N=3mg
• Στη διάρκεια της κρούσης	3mg < N < 4mg
• Μετά την κρούση	N=4mg N > 4mg

**Σχόλια:**

- 1) Οι δυνάμεις  $F_1$   $F_2$  που ασκούνται από το ένα σώμα στο άλλο, είναι μεταβλητές. Έτσι όταν χρησιμοποιήσαμε τις παραπάνω εξισώσεις, αναφερόμαστε στη μέση τιμή του μέτρου τους. Αλλά και η  $N$  που βρήκαμε ότι έχει μέτρο μεγαλύτερο από 4mg, ξανά για την μέση τιμή της αναφερόμαστε. Να σημειωθεί πάντως ότι σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η  $N$  έχει μέτρο μεγαλύτερο από 4mg...
- 2) Με βάση το σχήμα με τις δυνάμεις, βλέπουμε ότι δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις οριζόντιες. Έτσι η ορμή στην οριζόντια διεύθυνση παραμένει σταθερή, οπότε εφαρμόζοντας την ΑΔΟ, για το σύστημα των δύο σωμάτων, στον άξονα  $x$  παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F}_{x,εξ} = 0 \rightarrow \vec{p}_{αρχ,x} = \vec{p}_{τελ,x} \rightarrow Mv_o = (M + m)u \rightarrow$$

$$u = \frac{3mv_o}{3m + m} = \frac{3}{4}v_o$$

Για το λόγο αυτό στο πρώτο σχήμα σχεδιάσαμε το διάνυσμα  $\Delta p'_1$  μικρότερο από το διάνυσμα  $\Delta p_1$  με συνέπεια η δύναμη  $F_1$ , να δίνει οριζόντια συνιστώσα αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)