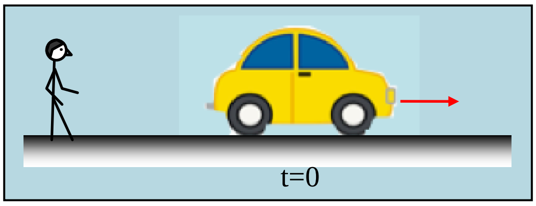
Μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο προς τα δεξιά και σε μια στιγμή $t_0=0$, απέχει 100m, από έναν μαθητή που στέκεται στην άκρη του δρόμου. Η ταχύτητά του τη στιγμή αυτή έχει μέτρο 15m/s, ενώ το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση, επίσης προς τα δεξιά, μέτρου $\alpha=1m/s^2$. Ζητούνται:



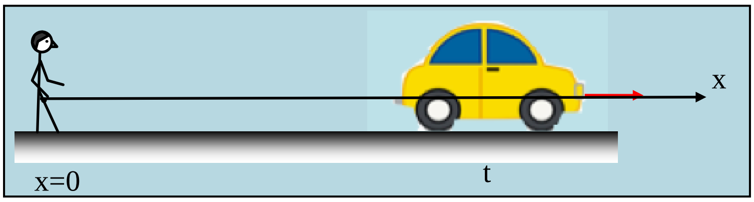
i) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_1=4s$.

ii) Πόσο απέχει το αυτοκίνητο από το μαθητή, τη στιγμή που έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_2=20m/s$;

iii) Ποια χρονική στιγμή t_3 το αυτοκίνητο απέχει 300m από τον μαθητή και τι ταχύτητα έχει τη στιγμή αυτή;

Απάντηση:

Παίρνουμε έναν οριζόντιο άξονα, κατά μήκος του ευθύγραμμου δρόμου, θεωρώντας την θέση που στέκεται ο μαθητής, ως την αρχή του άξονα (x=0) και την κατεύθυνση προς την οποία κινείται το αυτοκίνητο (προς τα δεξιά, ως θετική. Τότε τη στιγμή $t_0=0$ το αυτοκίνητο βρίσκεται στην θέση $x_0=100m$, ενώ σε μια τυχαία στιγμή t το αυτοκίνητο περνά από μια θέση x, όπως στο σχήμα. Για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση το αυτοκινήτου, ισχύουν οι εξισώσεις:



$$\upsilon=\upsilon_0+at \ (1) \ \text{και} \ \Delta x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2 \ (2)$$

i) Έτσι με αντικατάσταση στην (1) $t_1=4s$ παίρνουμε:

$$\upsilon_1=\upsilon_0+at_1=15m/s+1\cdot 4m/s=19m/s$$

Ενώ για να βρίσκουμε απευθείας την θέση το αυκοκινήτου, αφού $\Delta x=x-x_0$ μπορούμε να αντικαταστήσουμε στην (2) παίρνοντας την εξίσωση:

$$x-x_0=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2 \rightarrow x=x_0+\upsilon_0 t+\frac{1}{2}at^2 \ (2^\alpha)$$

$$x_1=x_0+\upsilon_0 t_1+\frac{1}{2}at_1^2=100m+15\cdot 4m+\frac{1}{2}1\cdot 4^2 m=168m$$

ii) Από την (1) αντικαθιστώντας $\upsilon=\upsilon_2$ παίρνουμε:

$$\upsilon=\upsilon_0+at \xrightarrow{S.I.} 20=15+1\cdot t_2 \rightarrow t_2=5s$$

Οπότε με αντικατάσταση στην (2^α) θα πάρουμε:

$$x_2 = x_0 + u_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 = 100m + 15 \times 5m + \frac{1}{2} 1 \times 5^2 m = 187,5m$$

iii) Ξανά με αντικατάσταση στην (2[α]) x_3=300m θα πάρουμε στο S.I.

$$x_3 = x_0 + u_0 t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 \rightarrow 300 = 100 + 15 t_3 + \frac{1}{2} 1 \cdot t_3^2 \rightarrow$$

$$t_3^2 + 30 t_3 - 400 = 0 \rightarrow$$

$$t_3 = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-400)}}{2 \cdot 1} = \frac{-30 \pm \sqrt{2500}}{2} = \frac{-30 \pm 50}{2} \rightarrow$$

t_3=-40s (απορρίπτεται) και t_3=10s.

Αντικαθιστώντας την παραπάνω τιμή του χρόνου, στην (1) θα πάρουμε:

$$u_3 = u_0 + a t_3 = 15 m/s + 1 \times 10 m/s = 25 m/s$$

dmargaris@gmail.com