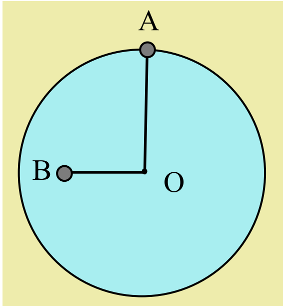
Δύο υλικά σημεία σε κυκλικές τροχιές



Ένας δίσκος ακτίνας R=0,6m στρέφεται με το επίπεδό του κατακόρυφο, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, με φορά αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Δυο μικρά σημειακά σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, της ίδιας μάζας m=0,1kg, έχουν καρφωθεί στα σημεία Α και Β, όπου το Α βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας του δίσκου, ενώ το Β απέχει από το κέντρο Ο απόσταση r=0,4m. Σε μια στιγμή τα σώματα βρίσκονται στις θέσεις του σχήματος, όπου η ακτίνα ΟΑ είναι κατακόρυφη ενώ η ΒΟ οριζόντια. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

i) Να σχεδιάστε πάνω στο σχήμα τη γωνιακη ταχύτητα, καθώς και τις γραμμικές ταχύτητες των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

ii) Να σημειωθούν επίσης στο σχήμα οι συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στα δυο σώματα. Ποια συνισταμένη έχει μεγαλύτερο μέτρο και γιατί;

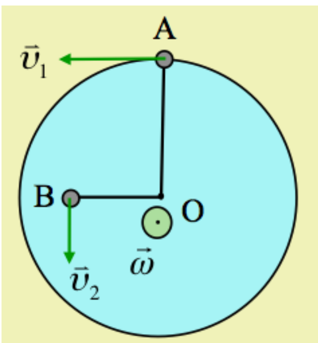
iii) Αν το σώμα $Σ_1$ δέχεται από τον δίσκο δύναμη κατακόρυφη με φορά προς το κέντρο, μέτρου F_1=0,5N, να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

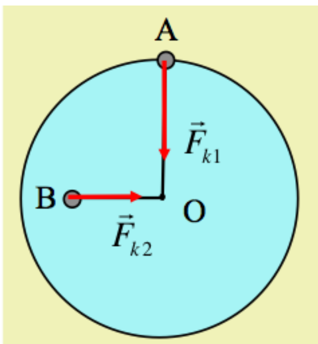
iv) Να υπολογίστε την δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκεί ο δίσκος στο σώμα $Σ_2$.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, το σώμα $Σ_1$, το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R, έχει γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, στο κέντρο Ο του κύκλου, με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα. Αλλά την ίδια γωνιακή ταχύτητα έχουν και όλα τα σημεία του δίσκου που περιστρέφεται, συνεπώς την ίδια ω θα έχει και το σώμα $Σ_2$. Τότε όμως οι γραμμικές ταχύτητες των δύο σωμάτων έχουν τις κατευθύνσεις του σχήματος (κάθετες στις αντίστοιχες ακτίνες) με μεγαλύτερο μέτρο να έχει το σώμα $Σ_1$, λόγω μεγαλύτερης ακτίνας.





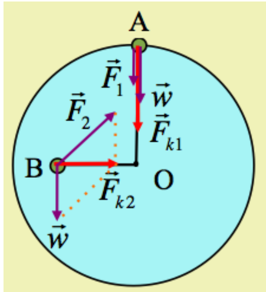
ii) Στο δεξιό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυο συνισταμένες, όπου $\vec{F}_{k1}$ η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το σώμα $Σ_1$ για να μπορεί να κινείται σε κυκλική τροχιά και $\vec{F}_{k2}$ η αντίστοιχη κεντρομόλος στο σώμα $Σ_2$.

Για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών έχουμε:

$$F_{k1} = m\frac{u_1^2}{R} = m\omega^2 R \quad \text{και} \quad F_{k2} = m\frac{u_2^2}{r} = m\omega^2 r$$

Οπότε αφού R>r θα έχουμε και $F_{k1} > F_{k2}$.

iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_1, το βάρος και η δύναμη $\vec{F}_1$ από το δίσκο. Η συνισταμένη των δύο αυτών, μας δίνει την κεντρομόλο F_{k1}. Αλλά αν το βάρος και η συνισταμένη είναι κατακόρυφες, τότε και η δύναμη από τον δίσκο $\vec{F}_1$ θα είναι επίσης κατακόρυφη. Από την εξίσωση της κεντρομόλου δύναμης παίρνουμε:



$$\Sigma F = F_{k1} = m\omega^2 R \rightarrow F_1 + mg = m\omega^2 R \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F_1 + mg}{mR}} \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{0,5 + 0,1 \cdot 10}{0,1 \cdot 0,6}} rad/s = \sqrt{25} rad/s = 5 rad/s$$

iv) Στο παραπάνω σχήμα έχουν επίσης σημειωθεί οι δυνάμεις στο σώμα Σ_2, όπου η συνισταμένη της δύναμης από το δίσκο F_2 και του βάρους, πρέπει να δίνει την οριζόντια δύναμη F_{k2}. Όμως για το μέτρο της κεντρομόλου έχουμε:

$$F_{k2} = m\omega^2 r = 0,1 \cdot 5^2 \cdot 0,4 \text{N} = 1\text{N}$$

ίσου μέτρου με το βάρος του σώματος Σ_2. Αλλά τότε από το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο (το μισό παραλληλόγραμμο των δυνάμεων) παίρνουμε:

$$F_2 = \sqrt{w^2 + F_{k2}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \text{N} = 1\sqrt{2}\text{N}$$

η οποία σχηματίζει (με βάση την γεωμετρία του τριγώνου...) γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση.

dmargaris@gmail.com