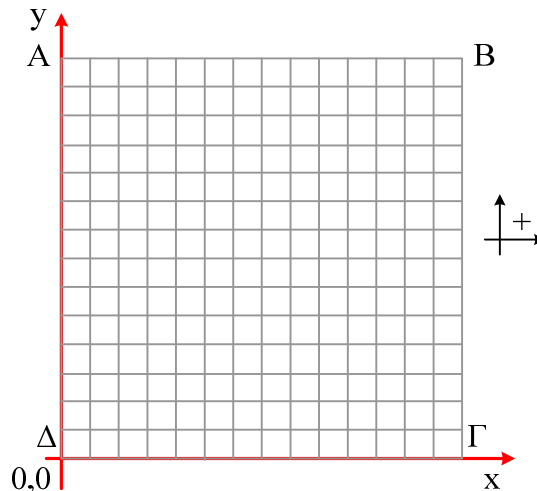


## Συντεταγμένες και μετατοπίσεις

Σε μια τετράγωνη πλατεία ΑΒΓΔ με πλευρά  $a=140\text{m}$ , βρίσκεται ακίνητο ένα σκυλάκι, σε μια θέση Κ. Για να προσδιορίσουμε την θέση του, παίρνουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $x,y$ , με αρχή των αξόνων την κορυφή Δ, και με προσανατολισμό, όπως στο σχήμα:



Σε μια στιγμή το σκυλάκι περπατά μέχρι μια θέση Λ, σταματά για λίγο και στην συνέχεια κινείται ξανά, μέχρι να φτάσει στην θέση Μ. Να σημειωθούν πάνω στο παραπάνω σχήμα οι θέσεις Κ, Λ και Μ αν γνωρίζετε τις συντεταγμένες τους:

$$K(x,y)=(30\text{m}, 100\text{m}), \quad \Lambda(x,y)=(90\text{m}, 100\text{m}) \quad \text{και} \quad M(90\text{m}, 40\text{m})$$

- i) Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα, τα διανύσματα των μετατοπίσεων, από το Κ στο Λ, από το Λ στο Μ, καθώς και της συνολικής μετατόπισης. Ποιες οι τιμές των δύο παραπάνω μετατοπίσεων;
- ii) Να συγκρίνετε το μέτρο της συνολικής μετατόπισης με το συνολικό διάστημα που περπάτησε το σκυλί.
- iii) Ένας μαθητής Χ χρησιμοποίησε ένα άλλο σύστημα αξόνων για να περιγράψει τις παραπάνω κινήσεις του σκυλιού, με τον ίδιο προσανατολισμό. Αν γνωρίζετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου Κ, στο σύστημα του μαθητή Χ, είναι  $K(x', y')=(30\text{m}, -40\text{m})$ , μπορείτε να προσδιορίσετε σε ποιο σημείο τοποθέτησε ο μαθητής Χ την αρχή του δικού του συστήματος αξόνων; Ποιες θα είναι οι συντεταγμένες των σημείων Λ και Μ στο σύστημα αυτό;

### Απάντηση:

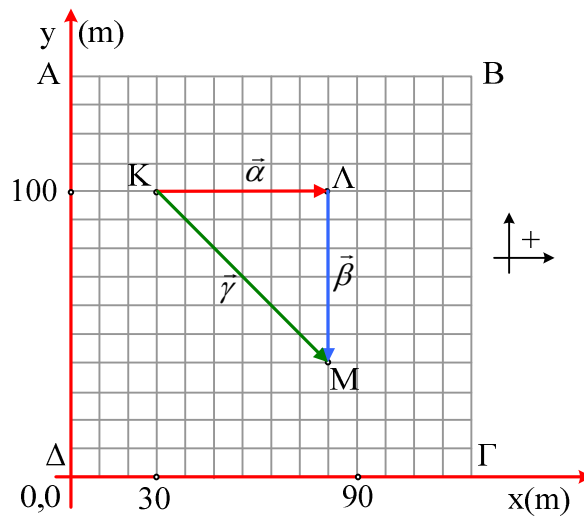
Στο σχήμα που μας δόθηκε, κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά 10m, αφού τα 140m αντιστοιχούν σε 14 τετραγωνάκια. Έτσι με βάση τις συντεταγμένες που μας δόθηκαν, σημειώνουμε τις θέσεις του σκύλου, σαν σημεία Κ,Λ και Μ στο παρακάτω σχήμα.

- i) Πάνω στο σχήμα έχουν σημειωθεί εξάλλου τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  που δείχνουν τις μετατοπίσεις ΚΛ και ΛΜ, καθώς και το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  που συμβολίζει την συνολική μετατόπιση του σκυλιού.

Για τις παραπάνω δύο μετατοπίσεις θα έχουμε:

$$\alpha = \Delta x = 90\text{m} - 30\text{m} = 60\text{m} \text{ και}$$

$$\beta = \Delta y = 40\text{m} - 100\text{m} = -60\text{m}$$

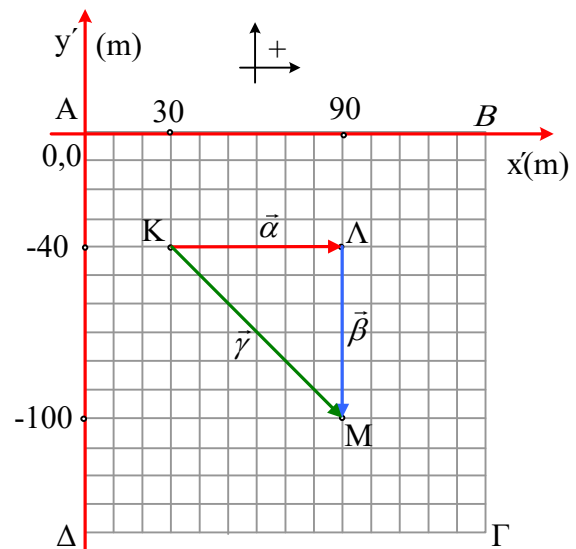


- ii) Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης, είναι όσο είναι το μέτρο του διανύσματος  $\gamma$ , ίσο με την υποτεινούσα του ορθογωνίου τριγώνου ΚΛΜ. Το συνολικό διάστημα είναι ίσο με το άθροισμα της απόστασης ΚΛ συν την απόσταση ΛΜ. Αλλά από το τρίγωνο του σχήματος, η μια πλευρά του τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων (η ευθεία είναι ο συντομότερος δρόμος...). Συνεπώς:

$$|\vec{\gamma}| < |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}| \rightarrow |\vec{\gamma}| < s_{\text{ολ}}$$

- iii) Ο καθένας μπορεί να χρησιμοποιεί το σύστημα αξόνων  $xy$  που προτιμά. Αυτό δεν πρόκειται βέβαια να επηρεάσει καθόλου τις θέσεις που βρίσκεται το σκυλί, στην πλατεία! Έτσι οι θέσεις Κ, Λ και Μ προφανώς είναι ίδιες με πριν, απλά αλλάζουν οι άξονες.

Έτσι αν εστιάσουμε στο σημείο Κ, στους άξονες  $xy$  είχε τετμημένη  $x_K = 30\text{m}$ , πράγμα που σημαίνει ότι απέχει από την αριστερή πλευρά της πλατείας, την ΑΔ, απόσταση 30m. Αλλά την ίδια τετμημένη έχει και στο σύστημα του παιδιού  $x' = 30\text{m}$ . Άρα το κέντρο  $O'$  των νέων αξόνων είναι κάποιο σημείο της πλευράς ΑΔ της πλατείας. Αλλά η τεταγμένη  $y' = -40\text{m}$ , σημαίνει ότι το Κ βρίσκεται στην αρνητική κατεύθυνση του άξονα  $y'$ , απέχοντας 40m από την αρχή, όση είναι η απόστασή του από την πλευρά ΑΒ της πλατείας. Με βάση αυτά η αρχή των νέων αξόνων είναι η κορυφή Α, όπως στο διπλανό σχήμα, με τον ίδιο προσανατολισμό, όπως και το σύστημα  $xy$  (τα θετικά προς τα δεξιά και προς τα πάνω).



Με βάση τώρα το σχήμα αυτό, βλέπουμε ότι οι συντεταγμένες των δύο άλλων σημείων είναι:

$$\Lambda(x', y') = \Lambda(90\text{m}, -40\text{m}) \text{ και } M(x', y') = M(90\text{m}, -100\text{m}).$$

**Σχόλιο:**

Με βάση τα προηγούμενα, βλέπουμε τις ίδιες θέσεις για τα σημεία Κ, Λ και Μ, οπότε και τα ίδια διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$  που παριστάνουν τις μετατοπίσεις. Αυτό που αλλάζει είναι οι συντεταγμένες στους άξονες!

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)