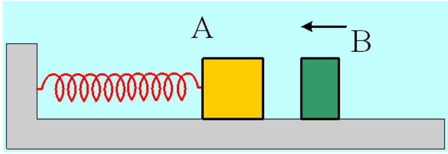
Όταν η κίνηση του σώματος, δεν είναι ααt!



Ένα σώμα Α, μάζας M=3kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=240N/m, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m=1kg, κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς το σώμα Α, με το οποίο συγκρούεται κεντρικά, έχοντας ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2,5m/s, τη στιγμή ελάχιστα πριν την κρούση. Το αποτέλεσμα της κρούσης είναι το σώμα Β να προκαλέσει συσπείρωση του ελατηρίου ίση με 0,05m, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του. Αν τα σώματα εμφανίζουν τους ίδιους συντελεστές τριβής $μ=μ_s$=0,8 με το οριζόντιο επίπεδο, ενώ g=10m/s^2, ζητούνται:

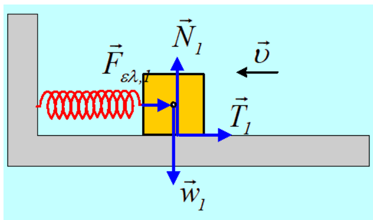
i) Η ταχύτητα το σώματος Α αμέσως μετά την κρούση.

ii) Να εξετασθεί αν η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ή όχι ελαστική.

iii) Ποια η ελάχιστη και ποια η μέγιστη επιτάχυνση (κατά μέτρο) που αποκτά το σώμα Α, κατά την κίνησή του; Να υπολογιστεί το έργο της ασκούμενης τριβής στο σώμα Α, μέχρι τη θέση που θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου α=g.

iv) Η τελική απόσταση μεταξύ των σωμάτων, όταν πάψουν να κινούνται.

Απάντηση:



i) Μετά την κρούση το σώμα Α αποκτά ταχύτητα $υ_1΄$ και κινείται συσπειρώνοντας το ελατήριο. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη διάρκεια της κίνησή του. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, μέχρι τη θέση της μέγιστης συσπείρωσης.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{w1} + W_{N1} + W_{T1} + W_{F_{ελ}} \rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2}M υ_1'^2 = 0 + 0 - μMg \cdot Δ\ell + \left(U_{αρχ/ελ} - U_{τελ/ελ}\right)$$

Όπου επειδή η δύναμη του ελατηρίου, είναι συντηρητική δύναμη, το έργο της συνδέεται με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου με τη σχέση:

$$W_{F_{ελ}} = U_{αρχ/ελ} - U_{τελ/ελ} = 0 - \frac{1}{2}k(Δ\ell)^2 = -\frac{1}{2}k(Δ\ell)^2 \rightarrow$$

$$υ_1' = \sqrt{\frac{k}{M}(Δ\ell)^2 + 2μg \cdot Δ\ell} = \sqrt{\frac{240}{3}0{,}05^2 + 2 \cdot 0{,}8 \cdot 10 \cdot 0{,}05}\, m/s = 1m/s$$

ii) Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση, θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow$$

$$m\upsilon_2 = m\upsilon_2' + M\upsilon_1' \quad \rightarrow$$

$$\upsilon_2' = \upsilon_2 - \frac{M}{m}\upsilon_1' = 2{,}5m/s - \frac{3}{1}1m/s = -0{,}5m/s$$

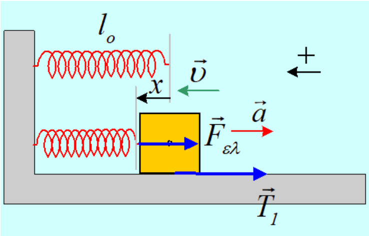
Έτσι για τις κινητικές ενέργειες έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}1\cdot 2{,}5^2 J = 3{,}125J \text{ και}$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}M\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}3\cdot 1^2 J + \frac{1}{2}1\cdot 0{,}5^2 J = 1{,}625J$$

Βλέπουμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώθηκε στη διάρκεια της κρούσης, συνεπώς η κρούση ΔΕΝ είναι ελαστική.

iii) Από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε για το σώμα Α, στην τυχαία θέση, μετά από μετατόπιση x:



$$\Sigma\vec{F}_x = M\vec{a} \xrightarrow{\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho\alpha}$$

$$\alpha = \frac{T + F_{\varepsilon\lambda,1}}{M} = \frac{\mu M g + kx}{M} = \mu g + \frac{k}{M}\cdot x \quad (1)$$

Με κατεύθυνση προς τα δεξιά, αντίθετη της ταχύτητας (επιβραδυνόμενη κίνηση). Από την σχέση (1):

Για Δx=0, έχουμε: $\alpha_{min} = \mu g + \frac{k}{M}\cdot 0 = 0{,}8\cdot 10m/s^2 = 8m/s^2$.

Για x=Δl: $\alpha_{max} = \mu g + \frac{k}{M}\cdot \Delta l = 0{,}8\cdot 10m/s^2 + \frac{240}{3}\cdot 0{,}05m/s^2 = 12m/s^2$

Εξάλλου με αντικατάσταση στην (1) α=g=10m/s^2 παίρνουμε:

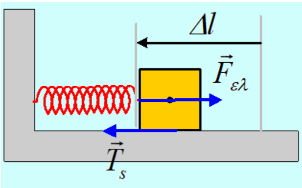
$$\alpha = g = \mu g + \frac{k}{M}\cdot x_1 \xrightarrow{S.I.} 10 = 0{,}8\cdot 10 + \frac{240}{3}x_1 \rightarrow x_1 = 0{,}025m = 2{,}5cm$$

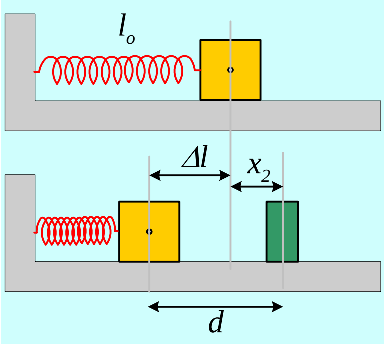
Έτσι το έργο της τριβής από την θέση της κρούσης (x=0) μέχρι την θέση που το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta l_1 = x_1 = 2{,}5cm$ θα είναι ίσο με:

$$W_{T_1} = T\cdot x_1\cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -\mu Mg\cdot x_1 = -0{,}8\cdot 3\cdot 10\cdot 0{,}025J = -0{,}6J$$

έργο που εκφράζει την κινητική ενέργεια του σώματος Α που μετατρέπεται σε θερμική, μέχρι την θέση αυτή.

iv) Μόλις μηδενιστεί η ταχύτητα του Α σώματος, πάνω του ασκούνται οι δυνάμεις του διπλανού σχήματος, όπου αφού η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα η τριβή, να κατευθύνεται προς τα αριστερά.





Στη θέση αυτή $F_{ελ}= k\cdot \Delta\ell = 240\cdot 0,05N = 12N$, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που μπορεί να εμφανιστεί, η οριακή τριβή, έχει μέτρο:

$$T_{ορ} = \mu_s Mg = 0,8\cdot 3\cdot 10N = 24N$$

Αλλά τότε η ασκούμενη τριβή είναι στατική μέτρου T_s=12N και το σώμα ισορροπεί, χωρίς να κινηθεί πια.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. εξάλλου για την κίνηση προς τα δεξιά του Β σώματος, μέχρι να σταματήσει, παίρνουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{w_2} + W_{N_2} + W_{T_2} \rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} m\upsilon_2'^2 = 0 + 0 - \mu mg\cdot x_2 \rightarrow$$

$$x_2 = \frac{\upsilon_2'^2}{2\mu g} = \frac{0,5^2}{2\cdot 0,8\cdot 10} m = 0,0156 m \approx 1,6 cm$$

Οπότε η τελική απόσταση των δύο σωμάτων είναι (βλέπε σχήμα):

$$d = |x_2| + |\Delta\ell| = 1,6cm + 5cm = 6,6cm$$

dmargaris@gmail.com