

*Διονύσης Μάργαρης*

# Φυσική

## Γ' Λυκείου

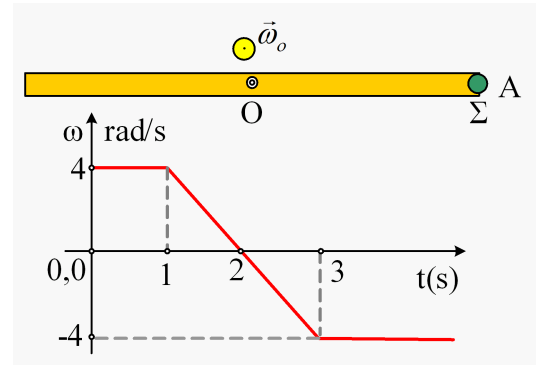


**Μηχανική Στερεού**

## Ασκήσεις 2023-24

### 1) Η δοκός και το υλικό σημείο σε περιστροφή

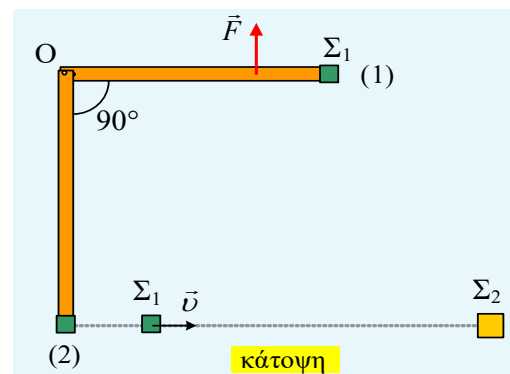
Η δοκός του σχήματος, μήκους  $l=4\text{m}$ , περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το μέσον της  $O$ , διαγράφοντας οριζόντιο επίπεδο (το σχήμα σε κάτοψη). Στο ένα άκρο της δοκού έχει προσκολληθεί μια μικρή σφαίρα  $\Sigma$  μάζας  $0,1\text{kg}$ , δημιουργώντας έτσι ένα στερεό  $s$ . Στο διάγραμμα δίνεται η γωνιακή ταχύτητα του στερεού σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η αρχική γωνιακή ταχύτητα έχει την κατεύθυνση που έχει σημειωθεί, ενώ η θέση της δοκού είναι αυτή του σχήματος με τη σφαίρα στη θέση  $A$ .



- i) Τη στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$  να υπολογιστούν η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού  $s$ , η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής τη στροφορμής της σφαίρας  $\Sigma$ , την οποία θεωρούμε υλικό σημείο, ως προς τον άξονα περιστροφής στο  $O$ .
- ii) Αφού υπολογιστεί η γωνία που έχει περιστραφεί το στερεό μέχρι τη στιγμή  $t_2=2\text{s}$  να υπολογιστούν για τη στιγμή  $t_2$ :
  - a) Η επιτάχυνση της σφαίρας και η δύναμη που δέχεται από τη δοκό.
  - β) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής.
- iii) Ποια χρονική στιγμή  $t_3$  η σφαίρα βρίσκεται ξανά στην θέση  $A$ , για πρώτη φορά; Να υπολογιστεί η μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας από  $0-t_3$ .

### 2) Περιστροφή ράβδου και μια κρούση υλικών σημείων

Η ράβδος του σχήματος, μήκους  $l=2\text{m}$  μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της  $O$ , ενώ στο άλλο της άκρο έχει προσκολληθεί ένα σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1=1\text{kg}$ . Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη στη θέση (1), ενώ τη στιγμή  $t=0$ , δέχεται κατάλληλη δύναμη  $F$ , η ροπή της οποίας, της προσδίδει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Μόλις η ράβδος περνά από την θέση (2) για δεύτερη φορά, το σώμα  $\Sigma_1$  αποκολλάται και στη συνέχεια κινείται



ευθύγραμμο στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει απόσταση  $d=3,5\text{m}$ , συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά, με ένα σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=2\text{kg}$ , το οποίο είναι ακίνητο. Τελικά τα δυο σώματα ηρεμούν, απέχοντας μεταξύ τους απόσταση  $S=2,5\text{m}$ . Να υπολογιστούν:

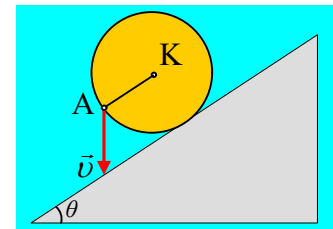
- Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, αμέσως μετά την ελαστική μεταξύ τους κρούση.
- Η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , την στιγμή που αποχωρίζεται τη ράβδο.
- Η χρονική στιγμή  $t_1$  της αποκόλλησης του σώματος  $\Sigma_1$ .
- Η επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την αποκόλλησή του από την ράβδο, στην διεύθυνση της ταχύτητας. Ποια η αντίστοιχη επιτάχυνση στην κάθετη διεύθυνση;

Δίνεται η γωνία  $\varphi=90^\circ$ , που σχηματίζουν οι δυο παραπάνω θέσεις της ράβδου (1) και (2), οι διαστάσεις των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  θεωρούνται αμελητέες, ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου  $\mu=0,1$ . Εξάλλου  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3) Τρεις ερωτήσεις κινηματικής στερεού

1) Ένας τροχός κινείται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως  $\theta=45^\circ$ . Σε μια στιγμή του σημείο A, στο άκρο μιας ακτίνας OA παράλληλης στο επίπεδο, έχει κατακόρυφη ταχύτητα  $\vec{v}$ , όπως στο σχήμα. Τι κίνηση κάνει ο τροχός;

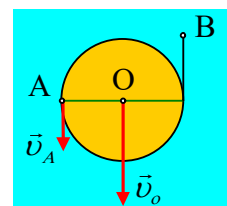
- Κυλιέται προς τα πάνω, κατά μήκος του επιπέδου.
- Κινείται προς τα πάνω ενώ στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.
- Κυλιέται προς τα κάτω, κατά μήκος του επιπέδου.
- Κινείται προς τα κάτω, εκτελώντας σύνθετη κίνηση, ενώ παρατηρείται ολίσθηση.



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

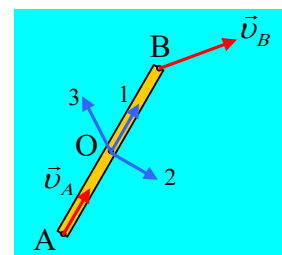
2) Στο σχήμα έχουμε ένα ομογενές γιο-γιο που κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο, ενώ το σημείο B, είναι το άκρο του τυλιγμένου νήματος, έχοντας κατακόρυφη ταχύτητα. Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων του κέντρου O και του σημείου A, στο άκρο μιας οριζόντιας διαμέτρου έχουμε  $v_o=2\text{m/s}$  και  $v_A=1\text{m/s}$ , τότε για την ταχύτητα του άκρου B του νήματος θα έχουμε:

- Έχει ταχύτητα προς τα πάνω, μέτρου  $v=1\text{m/s}$ .
- Έχει ταχύτητα προς τα κάτω, μέτρου  $v=1\text{m/s}$ .
- Έχει ταχύτητα προς τα κάτω, μέτρου  $v=3\text{m/s}$ .
- Έχει ταχύτητα προς τα κάτω, μέτρου  $v=1\text{m/s}$ .



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3) Μια ομογενής σανίδα AB κινείται οριζόντια σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε



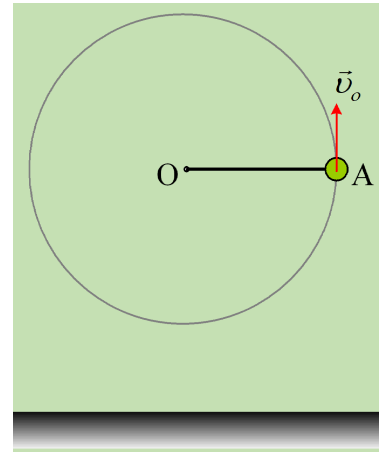
μια στιγμή τα άκρα της έχουν τις ταχύτητες που έχουν σημειωθεί στο σχήμα. Ποιο διάνυσμα, το 1, το 2 ή το 3 μπορεί να παριστάνει την ταχύτητα του μέσου O της ράβδου:

- i) το 1, ii) το 2, iii) το 3, iv) Κανένα από αυτά.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

#### 4) Δουλεύοντας με την ορμή και την στροφορμή μιας σφαίρας

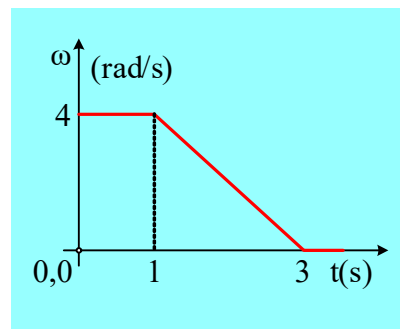
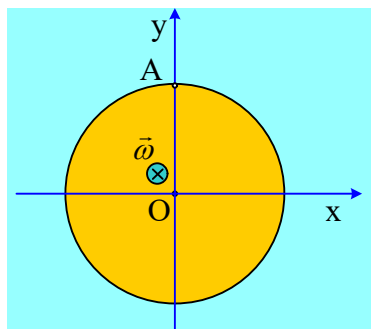
Μια μικρή σφαίρα μάζας  $0,5\text{kg}$ , η οποία θεωρείται υλικό σημείο, είναι δεμένη στο άκρο μη ελαστικού νήματος, διαγράφοντας κατακόρυφο κύκλο, κέντρου O και ακτίνας  $R=0,75\text{m}$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$  η σφαίρα περνά από το σημείο A, με το νήμα οριζόντιο, έχοντας ταχύτητα  $v_0=5\text{m/s}$ . Θεωρούμε θετική την γωνιακή ταχύτητα περιφοράς της σφαίρας και  $g=10\text{m/s}^2$ .



- Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση A.
- Σε μια επόμενη στιγμή  $t_1$  ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς το κέντρο O της τροχιάς είναι ίσος με  $dL/dt=-3\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ , για πρώτη φορά. Για την στιγμή αυτή να υπολογιστούν:
  - Η στροφορμή της σφαίρας ως προς το O.
  - Η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ορμής του σώματος.
- Τη στιγμή  $t_2$  που ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας είναι μηδενικός για 2η φορά, το νήμα κόβεται, με αποτέλεσμα η σφαίρα να φτάνει στο έδαφος με κινητική ενέργεια  $K=26\text{J}$ , όπου και ανακλάται ελαστικά. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας που οφείλεται στην κρούση με το έδαφος.

#### 5) Μια κίνηση δίσκου που δεν είναι κύλιση

Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος, κέντρου K και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , με φορά ίδια με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το κέντρο του K, παραμένει ακίνητο στην αρχή O ενός συστήματος οριζοντίων αξόνων x,y, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη).



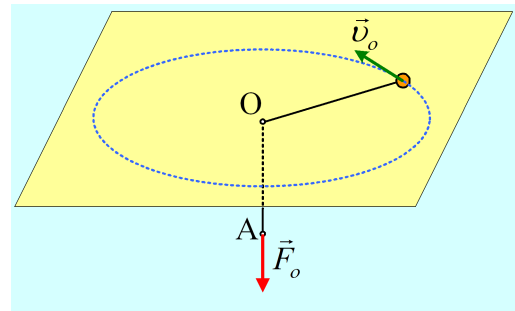
Τη στιγμή  $t_0=0$ , με την επίδραση κατάλληλης δύναμης (και ροπής...) προσδίδουμε μια σταθερή επιτάχυνση

στο κέντρο  $K$  του δίσκου, ενώ μεταβάλλουμε την γωνιακή του ταχύτητα, σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα. Αν η επιτάχυνση του σημείου  $A$  του δίσκου (το σημείο του δίσκου με τεταγμένη  $y_A=y_K+R$ ) την στιγμή  $t_1=0,25s$  είναι μηδενική, να βρεθούν:

- Η επιτάχυνση  $a_{cm}$  του κέντρου  $K$  του δίσκου.
- Η ταχύτητα του σημείου  $A$  του δίσκου, τη στιγμή  $t_1$ . Ποια η αντίστοιχη ταχύτητα του σημείου  $B$ , με τεταγμένη  $x_B=R$ , την ίδια στιγμή;
- Οι συνιστώσες της επιτάχυνσης του σημείου  $B$  τη χρονική στιγμή  $t_2=2s$ , στους άξονες  $x$  και  $y$ .
- Πόσες συνολικά περιστροφές θα εκτελέσει ο δίσκος και ποια η θέση του τη στιγμή  $t_3=3s$ ;

### 6) Κάτι ακόμη σε ένα γνωστό πρόβλημα

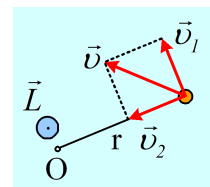
Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m=2kg$ , την οποία θεωρούμε υλικό σημείο, περιστρέφεται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, δεμένη στο ένα άκρο αβαρούς νήματος μήκους  $l=1,5m$ , με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v_0=3m/s$ . Η παραπάνω περιστροφή επιτυγχάνεται, αφού το νήμα περνά από μια τρύπα  $O$ , στην επιφάνεια του τραπεζιού και στο άλλο του άκρο  $A$ , ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη  $F$ , μέτρου  $F_0=22,5N$ , όπως στο σχήμα. Κάποια



στιγμή  $t=0$ , αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης  $F$ , (καθιστώντας την μεταβλητή), οπότε μετά από λίγο τη στιγμή  $t_1$ , το άκρο  $A$  του νήματος έχει κατέβει κατά  $h=0,2m$  έχοντας ταχύτητα  $v_A=0,1m/s$ , ενώ η δύναμη έχει μέτρο  $F_1=60N$ .

- Ποιο το αρχικό μήκος του κατακόρυφου τμήματος ( $OA$ ) του νήματος;
- Να υπολογιστεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας, ως προς το σημείο  $O$ , την στιγμή  $t_1$ .
- Να υπολογιστεί το έργο της μεταβλητής δύναμης  $F$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1$ .
- Για την στιγμή  $t_1$  να βρεθούν ακόμη:
  - Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας.
  - Η επιτάχυνση του άκρου  $A$  του νήματος.

Δίνεται ότι η στροφορμή ενός υλικού σημείου το οποίο κινείται με ταχύτητα  $v$  στο επίπεδο της σελίδας, ως προς ένα σημείο  $O$  του επιπέδου, είναι κάθετη στο επίπεδο, όπως στο σχήμα και έχει μέτρο  $L=mv_1r$ , όπου  $v_1$  η συνιστώσα της ταχύτητας η κάθετη στην απόσταση  $r$ .

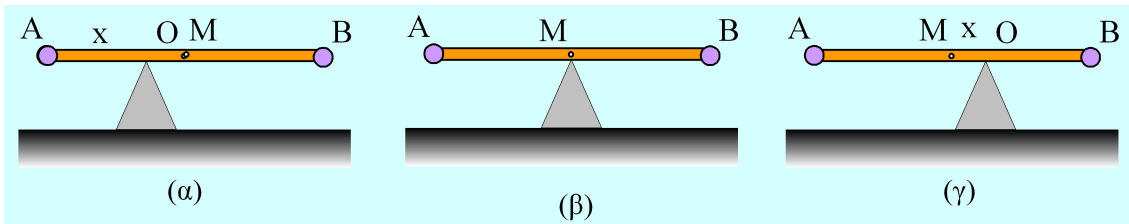


### 7) Ισορροπία και κέντρο μάζας στερεού

Στα άκρα  $A$  και  $B$  μιας λεπτής ομογενούς ράβδου μήκους  $l$  και μάζας  $M=3m$ , έχουν προσδεθεί δυο σημειακές σφαίρες με μάζες  $m_A=2m$  και  $m_B=m$ , δημιουργώντας ένα στερεό  $S$ . Το στερεό  $S$  ισορροπεί, με την ράβδο

σε οριζόντια θέση, στηριζόμενο σε τρίποδο.

i) Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει την ισορροπία του στερεού S;



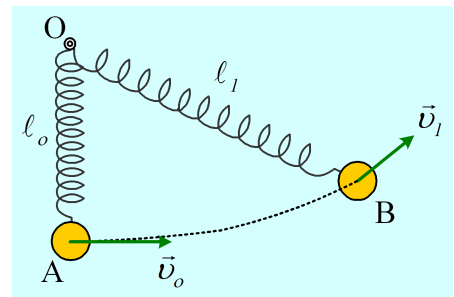
ii) Το κέντρο μάζας O του στερεού S, απέχει από το άκρο του A της ράβδου κατά:

$$\alpha) x = 4l/12, \quad \beta) x = 5l/12, \quad \gamma) x = 6l/12, \quad \delta) x = 7l/12.$$

iii) Μετακινούμε το τρίποδο ώστε το στερεό να στηρίζεται σε σημείο Γ, όπου  $(A\Gamma) = 0,3l$ , οπότε για να εξασφαλιστεί η ισορροπία σε οριζόντια θέση της ράβδου, ασκούμε στο άκρο A μια κατακόρυφη δύναμη  $F_1$ . Να σχεδιάσετε την δύναμη  $F_1$  στο σχήμα, υπολογίζοντας και το μέτρο της.

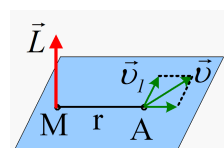
### 8) Καμπυλόγραμμη και όχι κυκλική κίνηση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην θέση A, ηρεμεί μια σφαίρα μάζας 4kg, την οποία θεωρούμε υλικό σημείο, δεμένη στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=50\text{N/m}$ , με φυσικό μήκος  $l_0=3\text{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σημείο O του επιπέδου. Σε μια στιγμή η σφαίρα δέχεται ένα στιγμιαίο κτύπημα αποκτώντας ταχύτητα  $v_0=10\text{m/s}$ , κάθετη στον άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Η σφαίρα ακολουθώντας μια καμπύλη τροχιά, μετά από λίγο περνά από την θέση B, όπου το μήκος του ελατηρίου είναι  $l_1=5\text{m}$ .



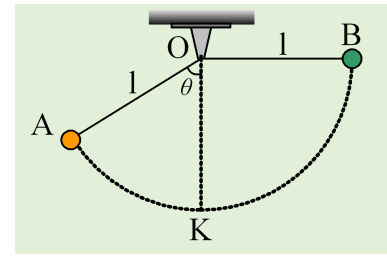
- Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$  της σφαίρας στο σημείο B.
- Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα  $v_1$  με τον άξονα του ελατηρίου.
- Να υπολογισθεί η επιτάχυνση της σφαίρας στις θέσεις A και B.
- Να υπολογισθεί η ακτίνα R ενός κύκλου και να προσδιορισθεί το κέντρο του K, ο οποίος μπορεί να προσεγγίσει την τροχιά της σφαίρας στη θέση B (η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στο B).
- Να εξετάσετε τον ρόλο της επιτάχυνσης στη θέση B, όπως την ερμηνεύει ένας παρατηρητής στο O και ένας άλλος παρατηρητής στο κέντρο K της κυκλικής τροχιάς, του παραπάνω κύκλου.
- Να υπολογισθεί η στροφορμή της σφαίρας και ο ρυθμός μεταβολής της, ως προς το K, τη στιγμή που η σφαίρα περνά από την θέση B.

Δίνεται ότι ένα υλικό σημείο το οποίο κινείται με ταχύτητα  $v$ , ευρισκόμενο σε σημείο A, που απέχει  $r$  από το τυχαίο σημείο M παρουσιάζει ως προς το M, στροφορμή μέτρου  $L=mv_1r$ , όπου  $v_1$  η συνιστώσα της ταχύτητας η κάθετη στην απόσταση  $r$ , με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.



## 9) Η κρούση με μια άγνωστη σφαίρα

Δυο μικρές σφαίρες A και B, αμελητέων διαστάσεων, είναι δεμένες στα κάτω άκρα δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων, με το ίδιο μήκος  $l=2\text{m}$ , τα άλλα άκρα των οποίων έχουν δεθεί σε σταθερό σημείο O. Εκτρέπουμε την σφαίρα A κατά γωνία  $\theta$  (όπου  $\eta\mu\theta=0,8$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,6$ ) και την σφαίρα B στην αντίθετη πλευρά, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα B και μετά από λίγο και την σφαίρα A. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται στην θέση K, όπου τα νήματα γίνονται κατακόρυφα. Η A σφαίρα έχει μάζα  $0,4\text{kg}$  και μετά την κρούση κινείται προς τα αριστερά, με αποτέλεσμα το νήμα εκτρέπεται κατά μια μέγιστη γωνία  $\varphi$ , όπου  $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,75$ . Ζητούνται:



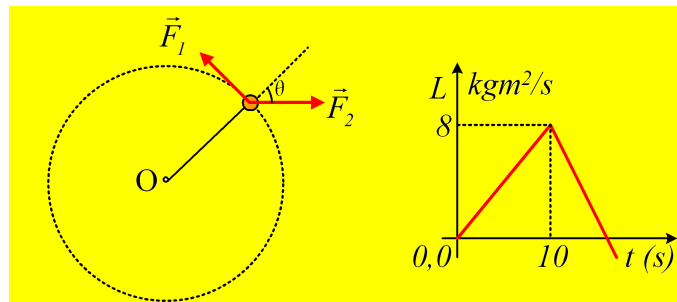
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

- Ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας A, αμέσως μόλις αφηθεί να κινηθεί, ως προς το σημείο O.
- Η στροφορμή της σφαίρας A και ο ρυθμός μεταβολής της, ως προς το O, ελάχιστα πριν την κρούση των δύο σφαιρών.
- Το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας A, ως προς το O, μετά την κρούση.
- Η μεταβολή της στροφορμής ως προς το O της σφαίρας B, η οποία οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

## 10) Δυο δυνάμεις και η στροφορμή του σώματος

Ένα υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, με μάζα  $m=1\text{kg}$ , ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $l=2\text{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο O. Σε μια στιγμή  $t=0$ , στο σώμα ασκούνται δύο οριζόντιες, σταθερού μέτρου δυνάμεις  $F_1=F_2=1\text{N}$ , όπου η  $F_1$  είναι κάθετη στο νήμα, ενώ η  $F_2$  σχηματίζει γωνία  $\theta$ , με την προέκταση του νήματος, με αποτέλεσμα το σώμα να διαγράφει οριζόντιο κύκλο, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η στροφορμή του σώματος, ως προς το κέντρο O της κυκλικής τροχιάς, σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή  $t'=10\text{s}$ , παύει να ασκείται η δύναμη  $F_1$ .



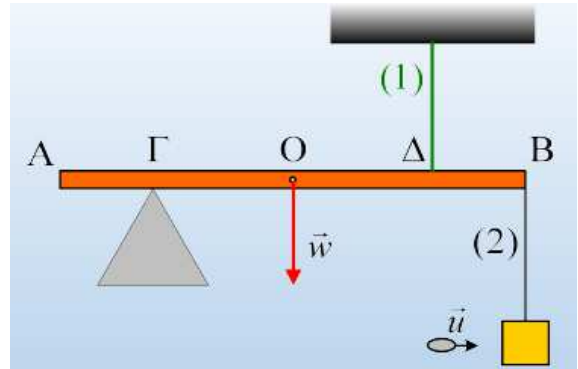
Ζητούνται:

- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του σώματος, ως προς το O, τη χρονική στιγμή  $t_1=5\text{s}$ .
- Να βρεθεί η γωνία  $\theta$ .
- Για την χρονική στιγμή  $t_1=5\text{s}$  να υπολογιστούν:
  - Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στο σώμα.

- β) Η τάση του νήματος.  
 γ) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος.  
 ιν) Να υπολογιστεί η στροφορμή του σώματος, ως προς το O, την χρονική στιγμή  $t_2=14s$ .

### 11) Η ράβδος σε ισορροπία και η πλάκα σε κίνηση

Η ομογενής ράβδος AB, μήκους 5m και βάρους 200N ισορροπεί σε οριζόντια θέση, ενώ στηρίζεται σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου  $(AG)=1m$  και κρέμεται στο άκρο Δ κατακόρυφου νήματος (1), όπου  $(\Delta B)=1m$ . Μια πλάκα μάζας  $m_1=1,8kg$  κρέμεται στο άκρο του νήματος (2) μήκους 2m, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί στο άκρο B της ράβδου.



- ι) Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από το τρίποδο, κατά την παραπάνω ισορροπία.

Σε μια στιγμή μια σφαίρα μάζας  $m_2=0,2kg$ , η οποία κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u=40m/s$  σφηνώνεται στην πλάκα, δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα Σ, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων.

- ii) Να υπολογιστεί η ορμή και η στροφορμή, ως προς το άκρο B της ράβδου, του συσσωματώματος Σ, αμέσως μετά την κρούση.  
 iii) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος (1), καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του Σ ως προς το B, αμέσως μετά την κρούση,

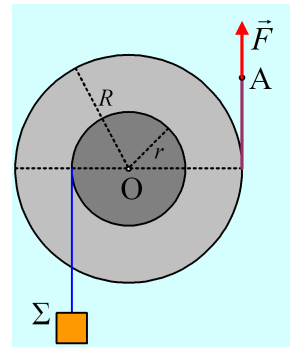
Μετά από λίγο το σώμα Σ φτάνει σε μια θέση E, με μηδενική ταχύτητα, ενώ η ράβδος διαρκώς ισορροπεί. Για την στιγμή αυτή:

- iv) Να υπολογιστεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του Σ, ως προς το άκρο B της ράβδου.  
 ν) Να βρεθεί η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί το τρίποδο στην ράβδο.

Δίνεται  $g=10m/s^2$ .

### 12) Ταχύτητες και επιταχύνσεις σε μια τροχαλία

Η διπλή ομογενής τροχαλία του σχήματος, ακτίνας  $R=0,4m$ , κινείται κατακόρυφα με την επίδραση μιας κατάλληλης κατακόρυφης δύναμης F, η οποία ασκείται στο άκρο A νήματος, το οποίο έχουμε τυλίξει, στο αυλάκι της. Η τροχαλία φέρει ομόκεντρη κυκλική προεξοχή ακτίνας  $r = 0,2m$  στην οποία έχουμε τυλίξει ένα δεύτερο νήμα, στο κάτω άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ. Σε μια στιγμή  $t_1$ , το άκρο A του νήματος, στο οποίο ασκείται η δύναμη F, έχει ταχύτητα μέτρου  $v_A=1,8m/s$ , με κατεύθυνση προς τα πάνω, ενώ το σώμα Σ ανεβαίνει επίσης κατακόρυφα, με ταχύτητα μέτρου  $v_Σ=0,6m/s$ .





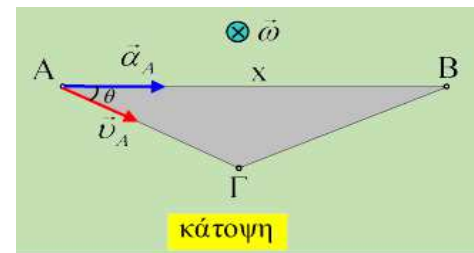
- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου O της τροχαλίας, καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της, γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το O.

Την παραπάνω στιγμή, το σημείο A έχει κατακόρυφη επιτάχυνση μέτρου  $a_A=32\text{m/s}^2$ , με φορά προς τα πάνω, ενώ το σώμα Σ, κατακόρυφη επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω, μέτρου  $a_\Sigma=13\text{m/s}^2$ .

- ii) Να υπολογιστούν η επιτάχυνση του κέντρου O, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.  
iii) Να βρεθεί ένα σημείο Γ, της οριζόντιας διαμέτρου της τροχαλίας, το οποίο την στιγμή  $t_1$  έχει μηδενική κατακόρυφη επιτάχυνση. Στη συνέχεια να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου Γ.

### 13) Μια τριγωνική πλάκα κινείται.

Σε μια παγωμένη λίμνη κινείται μια οριζόντια τριγωνική πλάκα ABΓ. Σε μια στιγμή  $t_0$  η κορυφή A της πλάκας έχει ταχύτητα με κατεύθυνση προς την κορυφή Γ, μέτρου  $v_A=1\text{m/s}$  και επιτάχυνση με κατεύθυνση προς την κορυφή B, μέτρου  $a_A=2\text{m/s}^2$ . Αν η πλάκα έχει κατακόρυφη γωνιακή ταχύτητα, όπως στο σχήμα, μέτρου  $\omega=2\text{rad/s}$  και γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $a_{\gamma\omega\nu}=1\text{rad/s}^2$ , αντίθετης φοράς από την γωνιακή ταχύτητα, να βρεθούν για την στιγμή  $t_0$ :

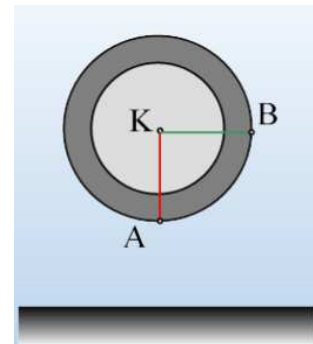


- i) Η ταχύτητα της κορυφής B.  
ii) Η επιτάχυνση του B.

Δίνεται το μήκος της πλευράς (AB)= $x=0,5\text{m}$  και η γωνία  $BA\Gamma=\theta=30^\circ$ .

### 14) Ένας τροχός σε οριζόντια βολή

Ένας τροχός ακτίνας  $R=0,8\text{m}$  εκτοξεύεται οριζόντια (προς τα δεξιά στο σχήμα) από ορισμένο ύψος, με το επίπεδό του κατακόρυφο, ενώ στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Στην διάρκεια της πτώσης του, το επίπεδό του παραμένει στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο (στο σχήμα, στο επίπεδο της σελίδας), ενώ το κέντρο του K (και κέντρο μάζας του) έχει σταθερή επιτάχυνση  $g$ . Σε μια στιγμή  $t_1$ , το σημείο A, στο άκρο μιας κατακόρυφης ακτίνας, έχει κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου  $3\text{m/s}$  και κατακόρυφη επιτάχυνση μέτρου  $10\text{m/s}^2$ . Για την στιγμή αυτή  $t_1$ , ζητούνται:



- i) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού και ο ρυθμός μεταβολής της.  
ii) Η ταχύτητα του κέντρου K του τροχού.  
iii) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου B, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του τροχού.

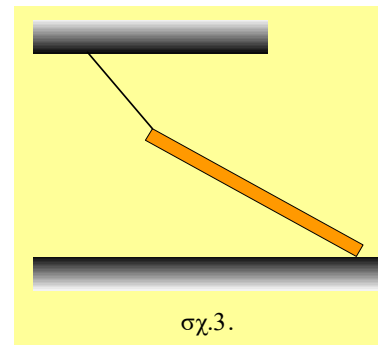
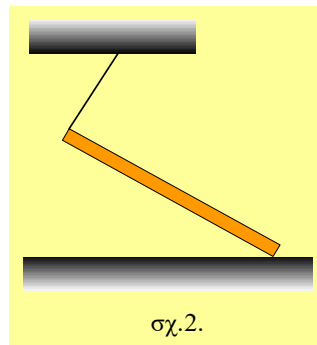
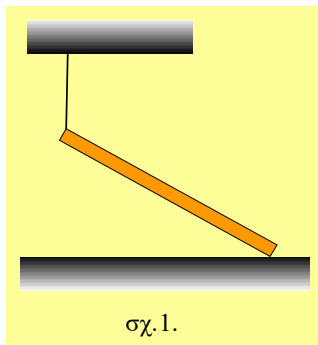
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 15) Ισορροπία και λείο ή μη επίπεδο

Μια ομογενής ράβδος είναι δεμένη στο ένα της άκρο με νήμα, ενώ στηρίζεται σε οριζόντιο επίπεδο.

- i) Στο σχ. 1. η ράβδος ισορροπεί, οπότε:

- α) Το οριζόντιο επίπεδο είναι οπωσδήποτε λείο.  
 β) Το οριζόντιο επίπεδο, μπορεί να είναι λείο.



ii) Και στο σχ. 2. η ράβδος ισορροπεί.

- α) Το οριζόντιο επίπεδο μπορεί να είναι λείο.  
 β) Το οριζόντιο επίπεδο, δεν είναι λείο.

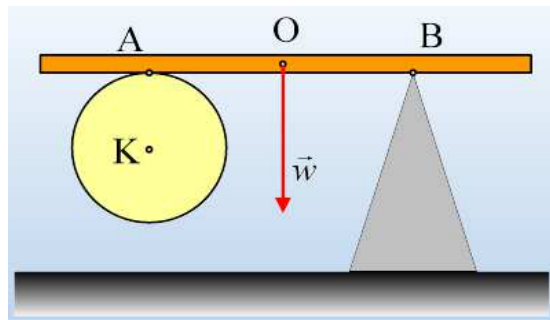
iii) Στο σχ. 3. φαίνεται η ράβδος όταν αφήνεται ελεύθερη στη θέση του σχήματος, ενώ το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.

- α) Η ράβδος θα ισορροπήσει.  
 β) η ράβδος θα κινηθεί προς τα αριστερά.

Ποια από τις δύο προτάσεις (σε κάθε περίπτωση) είναι η σωστή; Να δοθούν και σύντομες δικαιολογήσεις.

### 16) Μια ισορροπία πάνω σε κύλινδρο και τρίποδο

Μια ομογενής λεπτή ράβδος με μήκος 8m και βάρος 140N, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε κύλινδρο στο σημείο A και σε τρίποδο στο σημείο B, όπου  $(AO)=(OB)=2m$ , με O το μέσον της ράβδου. Η ράβδος εμφανίζει με τον κύλινδρο συντελεστές τριβής  $\mu_{s,1}=\mu_1=0,8$  και με το τρίποδο  $\mu_{s,2}=\mu_2=0,6$ . Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος συνδέει τα κέντρα K και K' των δύο βάσεων και αρχικά παραμένει ακίνητος.

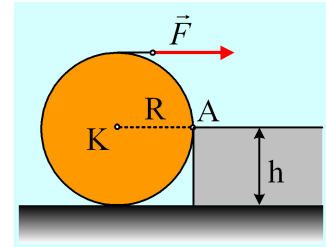


- i) Βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο στα σημεία στήριξης.  
 ii) Σε μια στιγμή θέτουμε σε περιστροφή τον κύλινδρο με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα  $\omega=1\text{rad/s}$ .  
 α) Να αποδείξετε ότι η ράβδος δεν θα συνεχίσει να ισορροπεί.  
 β) Μήπως μεταβάλλοντας την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου, εξασφαλίζαμε την παραπάνω ισορροπία;  
 iii) Ποια η μέγιστη απόσταση  $OB'=x$ , στην οποία μπορεί να τοποθετηθεί το τρίποδο, ώστε η ράβδος να ισορροπεί, όταν θέτουμε σε περιστροφή τον κύλινδρο; Στην περίπτωση της μέγιστης αυτής απόστασης

να υπολογιστούν οι τριβές που ασκούνται στην ράβδο, στα σημεία στήριξης.

### 17) Άνο ισορροπίες σε επαφή με σκαλοπάτι

Γύρω από τον ομογενή κύλινδρο του σχήματος ακτίνας  $R$  και βάρους  $w$ , τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια οριζόντια δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος ισορροπεί σε επαφή με σταθερό σκαλοπάτι ύψους  $h=R$ .



i) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού:

α) να εξηγήσετε γιατί το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο κύλινδρος στο σκαλοπάτι έχει μέτρο:

$$\beta_1) F'_1 < F, \quad \beta_2) F'_1 = F, \quad \beta_3) F'_1 > F.$$

ii) Αν το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, τότε:

α) Να εξηγήσετε γιατί δεν μπορεί και το σκαλοπάτι να είναι λείο.

β) Η κάθετη αντίδραση του επιπέδου που ασκείται στον κύλινδρο έχει μέτρο:

$$\beta_1) N < w, \quad \beta_2) N = w, \quad \beta_3) N > w.$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)