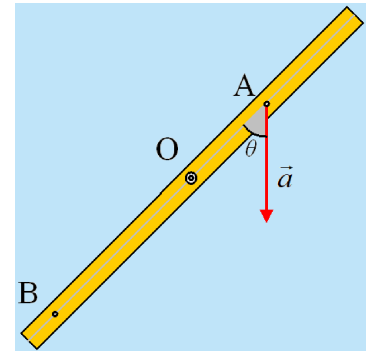


Οι επιταχύνσεις δύο σημείων μιας ράβδου

Μια ράβδος στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της O , διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t=0$, το σημείο A της ράβδου έχει επιτάχυνση που σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα της ράβδου, όπως στο σχήμα. Για τη στιγμή αυτή:



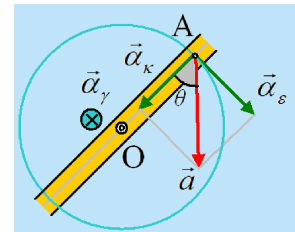
- i) Η ράβδος έχει γωνιακή επιτάχυνση ή όχι;
- ii) Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σημείου B . Αν η επιτάχυνση αυτή σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα της ράβδου, ισχύει:

$$\alpha) \varphi < \theta, \quad \beta) \varphi = \theta, \quad \gamma) \varphi > \theta.$$

- iii) Αν $(OB)=2(OA)$ και η επιτάχυνση του σημείου A , έχει μέτρο 1m/s^2 , να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου B .

Απάντηση:

- i) Αν αναλύσουμε την επιτάχυνση a του σημείου A , παίρνουμε μια συνιστώσα πάνω στον άξονα της ράβδου, με κατεύθυνση προς τον άξονα περιστροφής, η οποία ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση και είναι υπεύθυνη για την αλλαγή στην διεύθυνση της ταχύτητας του σημείου A και μια κάθετη στην ακτίνα OA , συνεπώς εφαπτόμενη στον κύκλο που διαγράφει το σημείο A , ως την ονομάσουμε επιτρόχια επιτάχυνση, υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας του σημείου. Για να έχει αυτήν την κατεύθυνση η επιτρόχια επιτάχυνση, σημαίνει ότι η ράβδος έχει γωνιακή επιτάχυνση, πάνω στον άξονα με φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα, ενώ για τα μέτρα τους ισχύει:



$$\alpha_\epsilon = \frac{d|v|}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \alpha_\gamma r$$

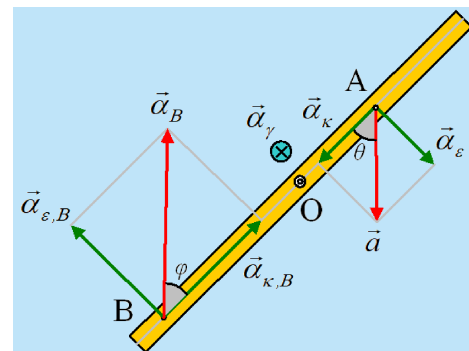
όπου $r=(OA)$, η ακτίνα του κύκλου που διαγράφει το σημείο A .

Ας προσθέσουμε στα παραπάνω, ότι για το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης ισχύει $\alpha_\kappa = \omega^2 r$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου, όπου δεν έχουμε κάποιο δεδομένο για την φορά περιστροφής της ράβδου, συνεπώς και για την φορά της γωνιακής ταχύτητας.

- ii) Αν πάμε τώρα αντίστροφα, το σημείο B θα έχει επίσης κεντρομόλο και επιτρόχια επιτάχυνση, όπως στο σχήμα. Έστω R η απόσταση του σημείου B από τον άξονα περιστροφής στο O . Για τα μέτρα των δύο συνιστωσών επιτάχυνσης, έχουμε:

$$\alpha_{\epsilon,B} = \alpha_\gamma R \quad \text{και} \quad \alpha_{\kappa,B} = \omega^2 R$$

Για την γωνία φ που σχηματίζει η επιτάχυνση του σημείου B , με τον άξονα της ράβδου, έχουμε:



$$\varepsilon\varphi\phi = \frac{\alpha_{\varepsilon,B}}{\alpha_{\kappa,B}} = \frac{\alpha_{\gamma}R}{\omega^2 R} = \frac{\alpha_{\gamma}}{\omega^2} = \frac{\alpha_{\gamma}r}{\omega^2 r} = \varepsilon\varphi\theta$$

Σωστό το β).

iii) Ας στηριχθούμε στο παραπάνω ερώτημα για τις γωνίες θ και φ , λαμβάνοντας υπόψη ότι $(OB)=2(OA)$ ή $R=2r$, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \sigma\upsilon\nu\theta &= \sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow \frac{\alpha_{\kappa}}{\alpha} = \frac{\alpha_{\kappa,B}}{\alpha_B} \rightarrow \\ \alpha_B &= \alpha \frac{\alpha_{\kappa,B}}{\alpha_{\kappa}} = \alpha \frac{\omega^2 R}{\omega^2 r} = \alpha \frac{R}{r} = 2\alpha \rightarrow \\ \alpha_B &= 2 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

dmargaris@gmail.com