

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

Γ' Λυκείου

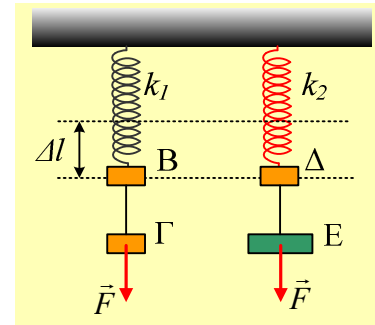


Ταλαντώσεις

Ασκήσεις 2023-24

1) Πλάτη και περίοδοι σε δυο ταλαντώσεις

Στο σχήμα βλέπετε τέσσερα σώματα Β, Γ, Δ και Ε, τα οποία ηρεμούν στο κάτω άκρο δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1 και k_2 , τα οποία έχουν το ίδιο φυσικό μήκος l_0 . Τα σώματα έχουν μάζες $m_B=m_\Gamma=m_\Delta=m$ και $m_E=3m$, ενώ με την άσκηση κατακόρυφης δύναμης μέτρου $F=mg$ στα σώματα Γ και Ε, τα ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος. Κάποια στιγμή καταργώντας την δύναμη F τα δυο συστήματα σωμάτων (Β-Γ και Δ-Ε) εκτελούν αατ.



i) Οι σταθερές των δύο ελατηρίων συνδέονται με την σχέση:

$$\alpha) \frac{k_1}{k_2} = 0,4, \quad \beta) \frac{k_1}{k_2} = 0,5, \quad \gamma) \frac{k_1}{k_2} = 0,6.$$

ii) Για τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων ισχύει:

$$\alpha) A_1 < A_2, \quad \beta) A_1 = A_2, \quad \gamma) A_1 > A_2.$$

iii) Για τις περιόδους των δύο ταλαντώσεων ισχύει:

$$\alpha) T_1 < T_2, \quad \beta) T_1 = T_2, \quad \gamma) T_1 > T_2.$$

iv) Να εξετάσετε αν, κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων, κάποιο από τα νήματα που συνδέει τα σώματα Β-Γ και Δ-Ε χαλαρώσει.

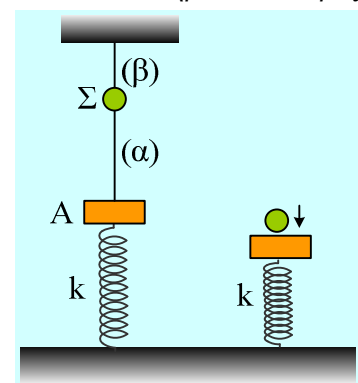
2) Η τάση του νήματος και μια κρούση

Το σώμα Α μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ ηρεμεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=80\text{N/m}$, ενώ συνδέεται με αβαρές κατακόρυφο νήμα (α) με σφαίρα Σ, μάζας $m_2=0,5\text{kg}$. Η σφαίρα κρέμεται στο άκρο δεύτερου νήματος (β), όπως στο σχήμα.

i) Αν η τάση του νήματος (β) είναι 13N , πόση είναι η παραμόρφωση του ελατηρίου;

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα (β).

ii) Τι θα κάνει το νήμα (α), θα παραμείνει τεντωμένο; Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.



Στη συνέχεια το σώμα Α εκτελεί αατ, ενώ η σφαίρα κτυπά το σώμα Α, την στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος Α. Αν η κρούση είναι κεντρική και ελαστική ενώ αμέσως μετά απομακρύνουμε την σφαίρα Σ.

- iii) Να βρεθεί το μήκος του νήματος (α).
- iv) Να υπολογίσετε την μεταβολή της ορμής της σφαίρας, η οποία οφείλεται στην κρούση.
- v) Πόση είναι τελικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος A, μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

3) Δυναμική ενέργεια. Ένας διάλογος.

Δυο μαθητές της Γ' Λυκείου, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B), συζητούν το θέμα της δυναμικής ενέργειας, προσπαθώντας να βγάλουν άκρη, σε αυτά που διάβασαν τελευταία στο ylikonet.gr.

Ας τους ακούσουμε:

A: Βασίλη πότε λες ότι ένα σώμα θα έχει δυναμική ενέργεια;

B: Νομίζω όταν δέχεται μια συντηρητική δύναμη.

A: Και ποια δύναμη ονομάζεις συντηρητική;

B: Δεν ξέρω την διαφορά, κάτι διάβασα για δυνάμεις πεδίων που συνδέονται με δυναμική ενέργεια και που είναι, να δεις πώς το διάβασα; Πώς τις λένε; Χωρο... τέτοιες!!!

A: Χωροεξαρτώμενες εννοείς...

4) Δυνάμεις και Ενέργειες...

Μια ακόμη προσπάθεια ανάλυσης!

Σε μια πρόσφατη τοποθέτηση σε διπλανή ανάρτηση, μετέφερα κείμενο από τη «Γενική Φυσική Ι» του κ. Χανιά πάνω στις συντηρητικές δυνάμεις, όπου αναλυτικά περιγράφει πώς καταλήγουμε στην δυναμική ενέργεια.

Ας το δούμε:

5) Συντηρητικές δυνάμεις και δυναμική ενέργεια

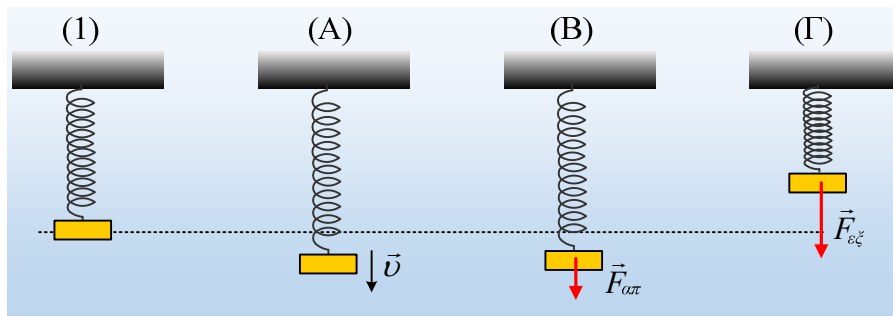
Το πόσο σπουδαία είναι η θεωρητική μηχανική, δεν περιμένετε να το μάθετε από μένα! Αλλά εγώ θα ήθελα να κάνω μια ακόμη προσπάθεια αποσαφήνισης κάποιων πραγμάτων, επί του πρακτέου. Για την διδασκαλία τη Φυσικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση...

Έτσι ας αφήσουμε τους ορισμούς που κυκλοφορούν, τα πολύπλοκα μαθηματικά, που πολλές φορές μας μπερδεύουν, και, ας μιλήσουμε συγκεκριμένα. Ποιες συντηρητικές δυνάμεις διδάσκουμε στο σχολείο;

Αν αφήσουμε στην άκρη τις πυρηνικές, διδάσκουμε τις βαρυτικές δυνάμεις, τις ηλεκτροστατικές και τις δυνάμεις των ελαστικών παραμορφώσεων (δύναμη του ελατηρίου). Αυτές τις τρεις κατηγορίες δυνάμεων ονομάζουμε **διατηρητικές** (συντηρητικές...) και τα έργα αυτών των δυνάμεων συνδέονται με κάποια μορφή δυναμικής ενέργειας. Όταν μιλάμε για μηχανική ενέργεια και για ΑΔΜΕ, μορφές ενέργειας που συνδέονται με αυτές τις δυνάμεις έχουμε. Αν σε ένα σύστημα ασκούνται μόνο τέτοιες δυνάμεις, τότε διατηρείται η μηχανική ενέργεια. Αν σε αυτό υπάρχει διαφωνία, ας διατυπωθεί και ας μην διαβαστεί το κείμενο παρακάτω... Η συζήτηση τελειώνει εδώ.

6) Θέσεις ισορροπίας και τρεις ταλαντώσεις

Στο σχήμα βλέπουμε ένα σώμα να ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου (σχήμα 1).



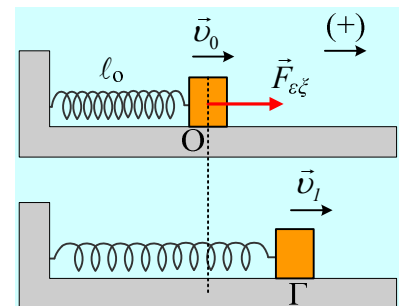
Στο σχήμα (A) το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, στο σχήμα (B), εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με την επίδραση δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{ασ}=-bv$, ενώ στο σχήμα (Γ) εκτός της παραπάνω δύναμης απόσβεσης, δέχεται και αρμονική εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$, με αποτέλεσμα να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, σταθερού πλάτους.

- Στο σχήμα (A) η δύναμη επαναφοράς έχει φορά προς τα πάνω, ενώ το σώμα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα, όταν περνά από την θέση (1).
- Στο σχήμα (B) το σώμα κινείται προς τα πάνω, ενώ αποκτά μέγιστη ταχύτητα κατά μέτρο, όταν περνά από την θέση (1), θέση στην οποία τελικά θα σταματήσει.
- Στο σχήμα (γ) το σώμα αποκτά μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα, όταν περνά από την θέση (1), στην οποία η εξωτερική δύναμη έχει μέτρο $F_{εξ}=0$.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.

7) Η δύναμη και η ισχύς της σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας m , εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=25\text{ m (S.I.)}$, με την επίδραση μιας περιοδικής εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, ενώ πάνω του ασκείται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{ασ}=-bv$. Μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων $t=0$, η εξίσωση της απομάκρυνσης ικανοποιεί την εξίσωση $x=A\cdot\eta\mu(6t)$ (S.I.), με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά.



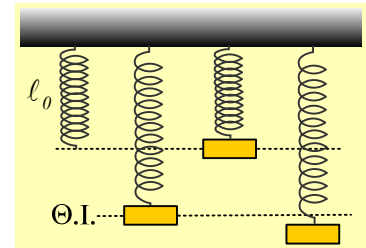
- Κάποια στιγμή t_1 το σώμα περνά από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (και θέση $x=0$), κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή αυτή:
 - Η εξωτερική δύναμη είναι μηδενική.
 - Η εξωτερική δύναμη έχει θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα και μέτρο ανάλογο της σταθεράς απόσβεσης b .
 - Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης είναι ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής ιδιοσυχνότητας ταλάντωσης
- Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=-A$, η εξωτερική δύναμη μηδενίζεται.

iii) Μια άλλη στιγμή t_2 το σώμα περνά από την θέση Γ, έχοντας απομάκρυνση x_1 , κινούμενο προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή αυτή η δύναμη απόσβεσης έχει μέτρο ίσο με το 4% του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου. Στη θέση αυτή η εξωτερική δύναμη προσφέρει ενέργεια στο σώμα με ρυθμό ανάλογο της ταχύτητας v_1 , στην θέση αυτή.

Να χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

8) Ας δούμε λίγο και μια φθίνουσα ταλάντωση

Ένα σώμα Σ μάζας 2kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , προκαλώντας του επιμήκυνση 0,4m, όπως στο σχήμα. Ανεβάζουμε το σώμα κατακόρυφα κατά 0,4m και σε μια στιγμή $t_0=0$, το αφήνουμε να εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης τη μορφής $F_{απ}=-b\cdot v=-0,2v$ (μονάδες στο S.I.).



i) Να υπολογισθεί η αρχική ενέργεια ταλάντωσης, καθώς και η αρχική επιτάχυνση του σώματος.

Σε μια στιγμή t_1 το σώμα έχει επιμηκύνει το ελατήριο κατά 0,5m, έχοντας ταχύτητα μέτρου $|v_1|=1\text{m/s}$.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης απόσβεσης από την στιγμή t_0 μέχρι τη στιγμή t_1 .

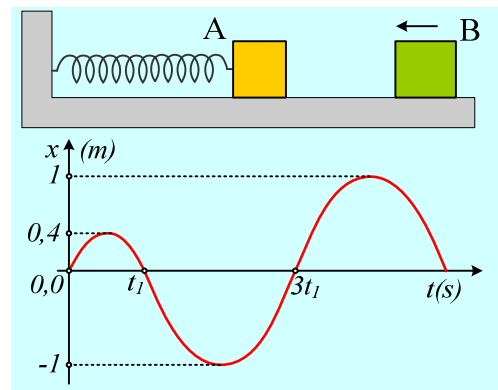
iii) Για την στιγμή t_1 να υπολογιστούν:

- A) Η επιτάχυνση του σώματος.
- B) Οι ρυθμοί μεταβολής:
 - a) της δυναμικής ενέργειας,
 - b) της κινητικής ενέργειας και
 - c) της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

9) Μια κρούση μεταξύ δύο ταλαντώσεων

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, ταλαντώνεται ένα σώμα Α μάζας $m_1=1\text{kg}$, ενώ ένα δεύτερο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα πλησιάζοντας προς το Α σώμα, όπως στο σχήμα. Λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων και ορίζοντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, χαράξαμε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Α σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας το διάγραμμα του διπλανού σχήματος, όπου την στιγμή $t_1=\pi/10\text{ s}$ τα δύο σώματα συγκρούστηκαν κεντρικά. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:



i) Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί η παραπάνω κρούση είναι πλαστική;

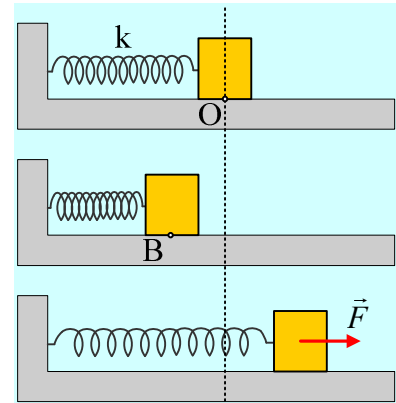
ii) Να υπολογιστεί η σταθερά του ιδανικού ελατηρίου, με το οποίο συνδέεται το Α σώμα.

- iii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος A ελάχιστα πριν την κρούση, καθώς και η κοινή ταχύτητα των σωμάτων μετά την κρούση.
- iv) Αφού υπολογιστεί η αρχική απόσταση (για $t=0$) των δύο σωμάτων, να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος B σε συνάρτηση με το χρόνο, για $t \geq 0$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

10) Με την άσκηση δύναμης, μια δεύτερη ταλάντωση

Ένα σώμα μάζας 1 kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=40\text{ N/m}$, στην θέση O. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά κατά $d_1=0,2\text{ m}$, φέρνοντάς το στην θέση B και σε μια στιγμή $t_0=0$ το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Την στιγμή $t_1=0,5\text{ s}$, ασκείται στο σώμα μια σταθερή συντηρητική οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{ N}$, με φορά προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική:

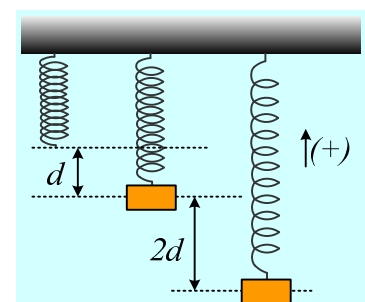


- i) Να αποδείξετε ότι για όσο χρόνο ασκείται στο σώμα η δύναμη F , αυτό εκτελεί ΑΑΤ, βρίσκοντας την θέση ισορροπίας και το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.
- ii) Αφού βρείτε την χρονική στιγμή που το σώμα θα αρχίσει, για πρώτη φορά, να κινείται προς τα αριστερά, να εξετάσετε αν θα επιστρέψει στην αρχική θέση B, από την οποία ξεκίνησε.
- iii) Να βρείτε την συνάρτηση $x=f(t)$ της θέσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η αρχή του άξονα είναι η αρχική θέση ισορροπίας O του σώματος.
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης μέχρι την στιγμή $t_2=1,5\text{ s}$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

11) Έχουμε καταλάβει τα βασικά στις Ταλαντώσεις;

Ένα σώμα ισορροπεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθερά k , το οποίο κρέμεται από το ταβάνι, επιμηκύνοντάς το κατά d . Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $2d$ και σε μια στιγμή $t=0$, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Με δεδομένο ότι η προς τα πάνω κατεύθυνση θεωρείται θετική, να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας σύντομες δικαιολογήσεις.



- i) Η μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με $2kd^2$.

Σε μια στιγμή t_1 , όπου $3T/4 < t_1 < T$ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l=2d$. Για τη στιγμή αυτή:

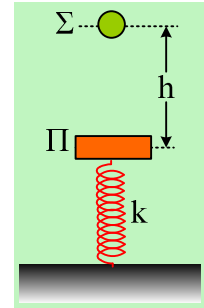
- ii) Οι αλγεβρικές τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι αρνητικές.
- iii) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με $U_1=2kd^2$.
- iv) Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με $K_1=1,5 kd^2$.

Αναφερόμενοι τώρα στο ελατήριο:

ν) Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με $U_{\max}=4,5 \text{ kd}^2$.

12) Η θέση της κρούσης και δύο ταλαντώσεις

Μια σφαίρα (Σ) μάζας $m_1=1\text{kg}$ συγκρατείται σε ύψος $h=1,4\text{m}$, πάνω από μια πλάκα (Π), μάζας $m_2=2\text{kg}$, η οποία ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=50\text{N/m}$, όπως στο σχήμα. Θέτουμε την πλάκα σε κατακόρυφη ταλάντωση πλάτους A_1 και στη συνέχεια, κάποια στιγμή ($t_0=0$) αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα να πέσει κατακόρυφα και να συγκρουσθεί την στιγμή $t_1=0,6\text{s}$, με την πλάκα. Αν η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική και η σφαίρα, μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα πάνω μέτρου 4m/s , να βρεθούν:

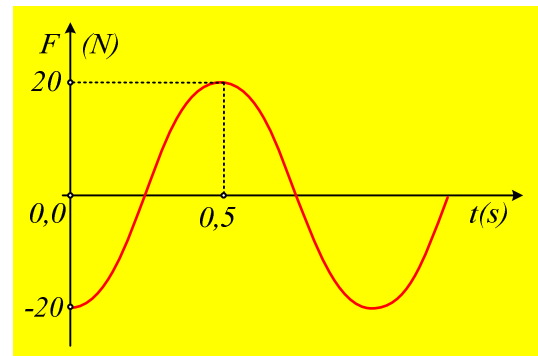


- Η απομάκρυνση της πλάκας την στιγμή της κρούσης.
- Το πλάτος της ταλάντωσης A_1 , πριν την κρούση.
- Το νέο πλάτος της ταλάντωσης της πλάκας, μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

13) Γνωρίζοντας την δύναμη επαναφοράς

Ένα σώμα μάζας 1kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης επαναφοράς, η οποία μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διπλανό σχήμα. Να βρεθούν:



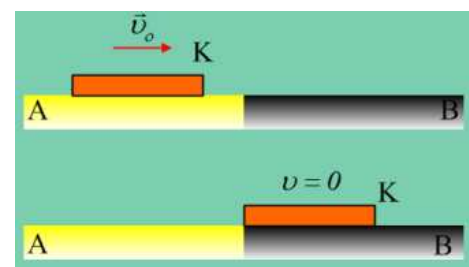
- Το πλάτος και η ορμή του σώματος την στιγμή $t_1=0,25\text{s}$.
- Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=f(t)$).
- Το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη στιγμή $t_1=0,25\text{s}$ έως την στιγμή $t_2=0,5\text{s}$.

iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογισθεί ο ρυθμός μεταβολής της (της δυναμικής ενέργειας) την στιγμή t_2 .

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

14) Το δοκάρι φτάνει σε τραχύ έδαφος

Ένα ομογενές δοκάρι μήκους $l=4\text{m}$ κινείται, όπως στο σχήμα, σε λείο οριζόντιο επίπεδο A με σταθερή ταχύτητα v_0 . Σε μια στιγμή (έστω $t=0$) το άκρο K του δοκαριού, εισέρχεται σε οριζόντιο επίπεδο B, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$. Το αποτέλεσμα είναι το δοκάρι να επιβραδύνεται και να σταματά την στιγμή που ολοκληρώνεται η είσοδός του στο επίπεδο B.



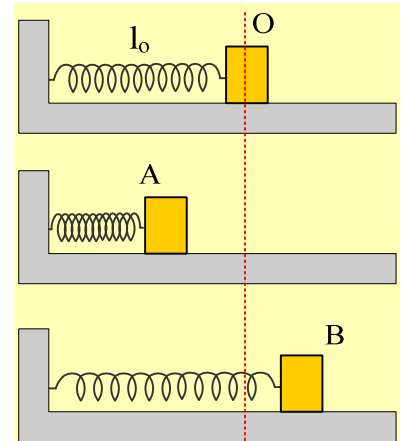
- Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα v_0 του δοκαριού καθώς και το χρονικό διάστημα που διαρκεί η είσοδος

του στο επίπεδο Β.

- ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το δοκάρι κινείται με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, στο επίπεδο Α. Να βρεθεί το μήκος l_1 του δοκαριού, που μπαίνει στο επίπεδο Β. Πόσο χρόνο επιβραδύνεται τώρα το δοκάρι; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

15) Κίνηση στο άκρο ελατηρίου και μια κρούση

Ένα σώμα Σ μάζας $m=0,2\text{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του (θέση Ο). Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά $d_1=0,4\text{m}$, φέρνοντάς το στην θέση Α και το αφήνουμε να κινηθεί. Παρατηρούμε ότι το σώμα κινείται προς τα δεξιά και φτάνει μέχρι την θέση Β, όπου η απόσταση $(OB)=d_2=0,3\text{m}$. Στην θέση Β μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σώματος.



- Να αποδείξετε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο και να υπολογίσετε την τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.
- Να κάνετε την γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος, στην διάρκεια της παραπάνω κίνησης, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.
- Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης;
- Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην θέση Β, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Σ' μάζας $0,5\text{kg}$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $u=2,8\text{m/s}$. Να υπολογιστεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Σ , την στιγμή που φτάνει ξανά στην θέση Α.

dmargaris@gmail.com