

Διονύσης Μάργαρης

Φυσική

Γ' Λυκείου

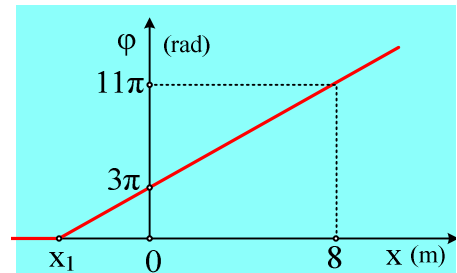


Κύματα

Ασκήσεις 2023-24

1) Ένα άλλο διάγραμμα φάσης

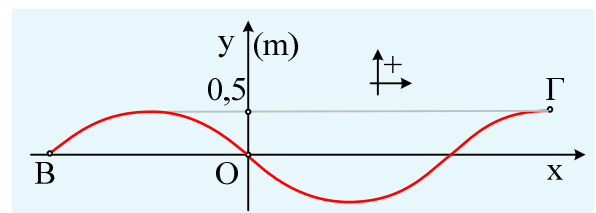
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό πλάτους $A=0,3\text{m}$ και στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της φάσης της απομάκρυνσης των διαφόρων σημείων του μέσου, σε συνάρτηση με την θέση x ($\varphi=f(x)$) τη χρονική στιγμή t_1 .



- i) Το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά (θετική φορά του άξονα) ή προς τα αριστερά;
- ii) Να υπολογίσετε το μήκος του κύματος καθώς και την θέση x_1 , όπου φτάνει το κύμα τη στιγμή t_1 .
- iii) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της φάσης ($\varphi=f(x)$) της απομάκρυνσης, την χρονική στιγμή $t_2=t_1+2T$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης των σημείων του μέσου.
- iv) Αν η περίοδος ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι $T=1\text{s}$, ενώ $t_1=2\text{s}$:
 - α) Να βρεθεί η θέση που φτάνει το κύμα τη στιγμή $t=0$.
 - β) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
 - γ) Να σχεδιάσετε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_3=1\text{s}$.

2) Ένα κύμα σε τμήμα χορδής

Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα μήκους $d=5\text{m}$, μιας ελαστικής χορδής, μεταξύ των σημείων Β και Γ, κάποια χρονική στιγμή την οποία θεωρούμε $t=0$, όταν πάνω της διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, προς τα δεξιά (το κύμα έχει διαδοθεί και πέρα από το σημείο Γ, ενώ η πηγή του είναι κάποιο σημείο αριστερότερα του σημείου Β). Τη στιγμή αυτή το σημείο Γ έχει μηδενική ταχύτητα ταλάντωσης. Αν το σημείο Β, φτάσει για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $0,5\text{m}$ τη χρονική στιγμή $t_1=1,5\text{s}$, μετά τη στιγμή $t=0$, ζητούνται:



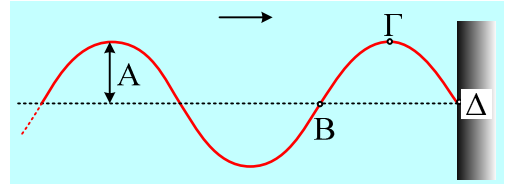
- i) Η ταχύτητα του κύματος και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Β, τη στιγμή $t=0$.
- ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σημείου Β σε συνάρτηση με το χρόνο, από $t=0$, μέχρι τη στιγμή $t_2=2,5\text{s}$.
- iii) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος, με βάση τα παραπάνω δεδομένα, για το παραπάνω τμήμα της

χορδής.

iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος για την ίδια περιοχή, τη χρονική στιγμή t_2 .

3) Ο σχηματισμός του στάσιμου κύματος

Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής διαδίδεται ένα κύμα με πλάτος A και περίοδο T και τη στιγμή $t_0=0$ φτάνει στο σημείο Δ , ενός κατακόρυφου τοίχου, στον οποίο και ανακλάται. Στο σχήμα δίνονται δύο ακόμη σημεία, την παραπάνω στιγμή, το B με απομάκρυνση $y=0$ και το Γ με απομάκρυνση $y=+A$.



i) Να σχεδιάσετε την μορφή της χορδής τις χρονικές στιγμές:

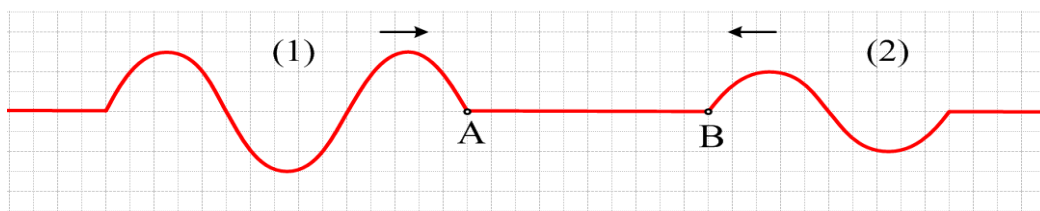
α) $t_1 = T/4$ και β) $t_2 = T/2$.

ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σημείων B και Γ (μέτρο και κατεύθυνση) τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας, χωρίς να εμπλακείτε σε μαθηματικές εξισώσεις για τα κύματα (προσπίπτον και ανακλώμενο).

4) Η συνάντηση δύο κυματομορφών

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται αντίθετα δύο κυματομορφές με το ίδιο μήκος κύματος λ και σε μια στιγμή $t_0=0$, φτάνουν στα σημεία A και B , όπως στο σχήμα.



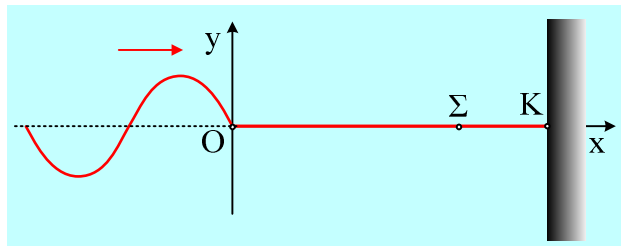
Δίνεται ότι η απόσταση (AB) είναι ίση με το μήκος κύματος των δύο κυματομορφών. Να σχεδιάσετε τη μορφή του μέσου:

i) Τη χρονική στιγμή $t_1=T$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου, όταν σε αυτό φτάσει μια κυματομορφή.

ii) Τη χρονική στιγμή $t_2=2T$.

5) Ένα κύμα σε χορδή, ανακλάται

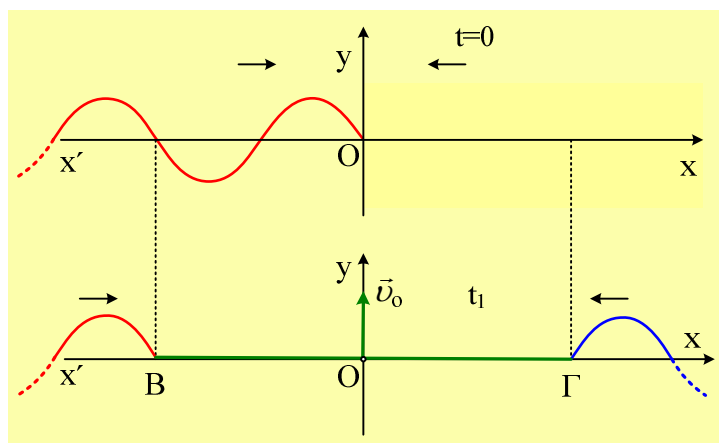
Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής, διαδίδεται χωρίς απώλειες, ένα αρμονικό κύμα με ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, πλάτος $A=0,4\text{m}$ και μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$ το οποίο τη στιγμή $t_0=0$ φτάνει σε ένα σημείο O , το οποίο παίρνουμε σαν αρχή του προσανατολισμένου άξονα $x'x$, με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση. Το σημείο O απέχει κατά 3m από το άκρο K της χορδής, το οποίο έχει προσδεθεί σε κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα, ενώ αρχίζει την ταλάντωσή του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y , προς τα πάνω.



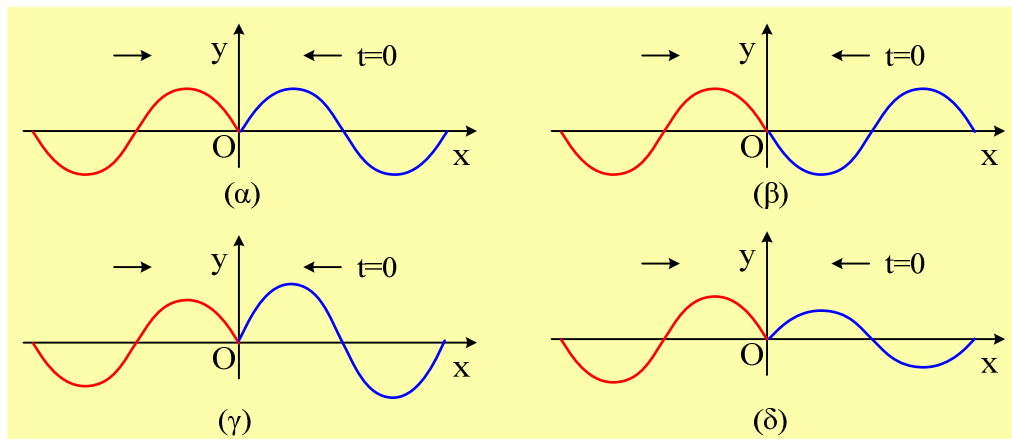
- i) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O, σε συνάρτηση με το χρόνο, καθώς και την εξίσωση του κύματος $y_1=f(x,t)$, για το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά.
- ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης, εξαιτίας του παραπάνω κύματος, του σημείου Σ στην θέση $x_1=2,5\text{m}$.
- iii) Αφού βρείτε την εξίσωση $y=f(t)$ για την απομάκρυνση του άκρου K της χορδής εξαιτίας του ανακλώμενου κύματος, να βρείτε την εξίσωση $y_2=f(x,t)$ για το κύμα το οποίο ανακλάται στο K.
- iv) Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ, εξαιτίας του κύματος το οποίο διαδίδεται προς τα αριστερά, καθώς και την εξίσωση $y=f(t)$ της απομάκρυνσής του, λόγω συμβολής των δύο κυμάτων.
- v) Αφού βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται πάνω στην χορδή, να σχεδιάσετε την μορφή της στην περιοχή μεταξύ των σημείων O και K, τη χρονική στιγμή $t=2,25\text{s}$. Να υπολογίσετε την παραπάνω στιγμή την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ.

6) Από την συμβολή σε αντίστροφη πορεία

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται αντίθετα δύο αρμονικά κύματα, με το ίδιο μήκος κύματος, αλλά με πλάτη που δεν γνωρίζουμε. Την στιγμή $t=0$ τα δυο κύματα αρχίζουν να συμβάλλουν στο σημείο O, το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή του προσανατολισμένου άξονα x' . Ένα εμπόδιο μας εμποδίζει να δούμε το κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά τη στιγμή $t_0=0$, ενώ τη στιγμή t_1 η μορφή του μέσου, είναι αυτή του δεύτερου σχήματος, όπου το σημείο O έχει ταχύτητα ταλάντωσης προς τα πάνω.



- i) Αν αφαιρούσαμε το εμπόδιο και βλέπαμε τη στιγμή t_0 και το κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά, ποια εικόνα θα είχαμε;

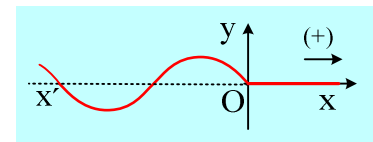


Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας, εξηγώντας γιατί απορρίπτονται τα υπόλοιπα σχήματα.

- ii) Μπορείτε να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα σημεία που έχουν μηδενική ταχύτητα και τα σημεία τα οποία έχουν ταχύτητα ταλάντωσης μέγιστου πλάτους; Δώστε σύντομες επεξηγήσεις.

7) Δύο εγκάρσια κύματα συμβάλλουν

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο τη στιγμή $t_0=0$ φτάνει σε ένα σημείο O , το οποίο παίρνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα xx' , με την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική. Το κύμα αυτό περιγράφεται από την εξίσωση:



$$y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu(2\pi t - \pi x) \text{ (S.I.)}$$

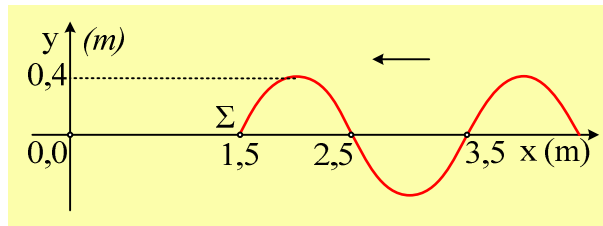
- i) Να υπολογιστούν η ταχύτητα και το μήκος κύματος, για το κύμα αυτό.
 ii) Να βρεθεί η ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου Σ , στη θέση $x=-1\text{m}$ σε συνάρτηση με το χρόνο, εξαιτίας του κύματος αυτού. Ποια η ταχύτητα του Σ τη στιγμή $t_1=2\text{s}$;

Στο ίδιο μέσο διαδίδεται ένα δεύτερο κύμα προς τα αριστερά και την στιγμή t_0 , έχει φτάσει στο σημείο B . Από την συμβολή των δύο κυμάτων δημιουργείται ένα στάσιμο κύμα, ενώ τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στην περιοχή $-1 \leq x \leq 4\text{m}$, με δεσμό στη θέση $x=-1\text{m}$.

- iii) Να βρεθεί η θέση του σημείου B , καθώς και η εξίσωση του 2^{ου} κύματος, το οποίο διαδίδεται προς τα αριστερά.
 iv) Ποια η εξίσωση του στάσιμου κύματος, που δημιουργείται από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.
 v) Να σχεδιάσετε την μορφή μιας περιοχής του μέσου με $-3\text{m} \leq x \leq 5\text{m}$, τη χρονική στιγμή t_1 .

8) Ένα κύμα οδεύει προς τα αρνητικά του άξονα

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα με ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, προς τα αριστερά. Παίρνοντας έναν προσανατολισμένο άξονα $x'x$ με θετική φορά προς τα δεξιά και αρχή ένα σημείο O , τη στιγμή $t=0$, το κύμα φτάνει σε ένα σημείο Σ , στη θέση $x_2=1,5\text{m}$, ενώ τη στιγμή αυτή, το μέσον εμφανίζει τη μορφή που δείχνει το σχήμα.



- i) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ , σε συνάρτηση με το χρόνο ($y=f(t)$).
- ii) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
- iii) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t_1=1,5s$.
- iv) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, για την απομάκρυνση ($y=f(t)$) και την ταχύτητα ($v=f(t)$), ενός σημείου B στην θέση $x=1m$.

9) Διαμήκες κύμα και ανάκλαση

Ας δούμε κάποιες όψεις για τα διαμήκη κύματα. Ποια είναι η εξίσωση για την μελέτη τους και τι συμβαίνει κατά την ανάκλασή τους σε σταθερό άκρο (στο κλειστό άκρο ενός σωλήνα);

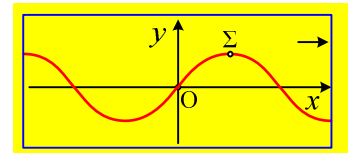
Οι απόψεις είναι δύο:

- 1) Υπάρχει διαφορά φάσεως ίση με π , όπως και στις χορδές.
- 2) Δεν παρουσιάζεται διαφορά φάσης.

Ας δούμε το θέμα αναλυτικότερα λοιπόν....

10) Γράφοντας εξίσωση για ένα κύμα, χωρίς τέλος

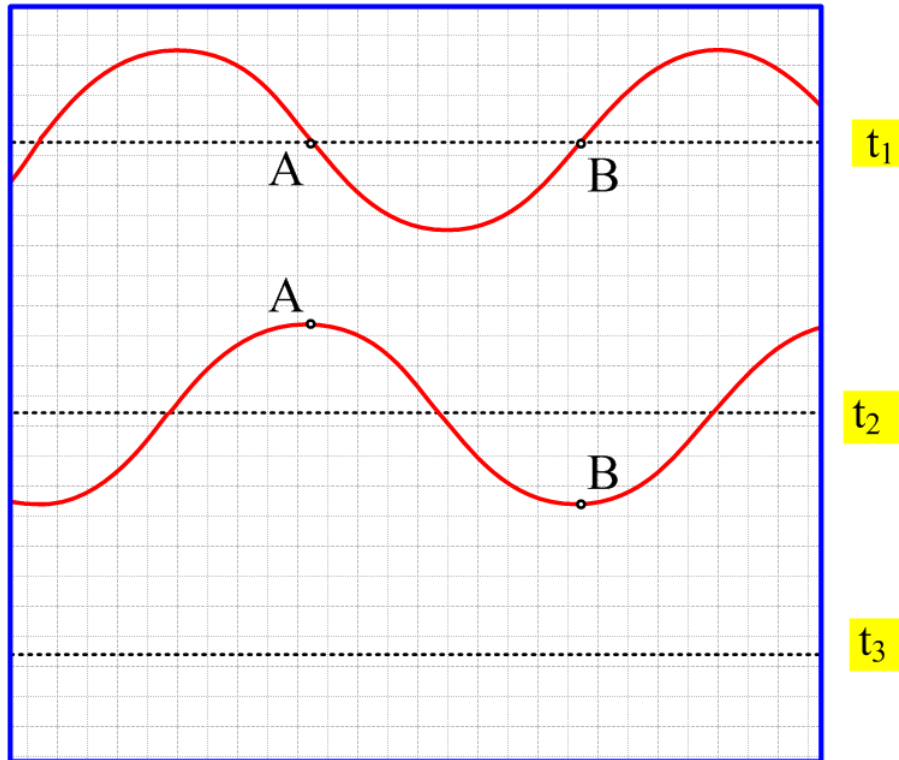
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, πολύ μεγάλου μήκους, διαδίδεται από αριστερά προς τα δεξιά (θετική φορά) ένα αρμονικό κύμα, πλάτους $A=0,4m$ και μήκους κύματος $\lambda=2m$, με ταχύτητα $v=2m/s$. Στο διπλανό σχήμα βλέπετε μια μικρή περιοχή του κύματος (το οποίο έχει διαδοθεί πολύ πέρα του δεξιού άκρου του σχήματος). Για να γράψουμε εξίσωση για το κύμα αυτό, παίρνουμε ένα σύστημα αξόνων x,y με αρχή το σημείο O και θεωρούμε επίσης τη στιγμή που έχουμε το παραπάνω στιγμιότυπο, ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$).



- i) Με βάση τις παραπάνω παραδοχές, να βρεθεί η εξίσωση του κύματος, για το παραπάνω κύμα.
- ii) Ποια η φάση της απομάκρυνσης των σημείων O και Σ τη στιγμή $t_0=0$;
- iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης του σημείου Σ , σε συνάρτηση με το χρόνο ($\varphi=f(t)$).
- iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,25s$, για την ίδια περιοχή του μέσου.
- v) Να παραστήσετε επίσης γραφικά την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, από t_0 έως t_1 .

11) Προς τα πού οδεύει το κύμα;

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα και στο σχήμα βλέπουμε δύο στιγμιότυπα, για μια περιοχή του μέσου, όπου έχει διαδοθεί το κύμα, τα οποία διαφέρουν χρονικά, κατά $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{4} T$.



- i) Το κύμα αυτό διαδίδεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- ii) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τις ταχύτητες των σημείων A και B, στα δύο παραπάνω στιγμιότυπα.
Ποια η διαφορά φάσης $\Delta\phi_{AB} = \phi_A - \phi_B$ των δύο σημείων;
- iii) Να σχεδιάσετε πάνω το στιγμιότυπο του κύματος στην ίδια περιοχή, για την στιγμή $t_3 = t_2 + \frac{1}{2} T$.

dmargaris@gmail.com