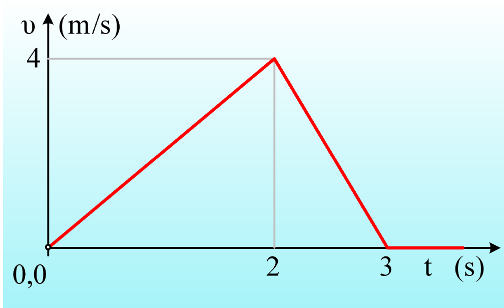
Μετά την επιτάχυνση το σώμα επιβραδύνεται



Ένα σώμα μάζας m=2kg ηρεμεί σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή t=0, δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F, μέχρι την στιγμή t΄=2s, όπου η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στα χρονικά διαστήματα από 0-2s και από 2s-3s.

ii) Ποιες οι αντίστοιχες μετατοπίσεις, στα παραπάνω χρονικά διαστήματα;

iii) Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει κινητική ενέργεια K_1=2,25J, για πρώτη φορά και ποια χρονική στιγμή t_2 έχει ταχύτητα μέτρου $υ_2$= 2,8m/s για δεύτερη φορά;

iv) Να υπολογιστεί η μέση ισχύς της τριβής, για όσο χρόνο το σώμα κινείται, καθώς και το έργο της δύναμης F.

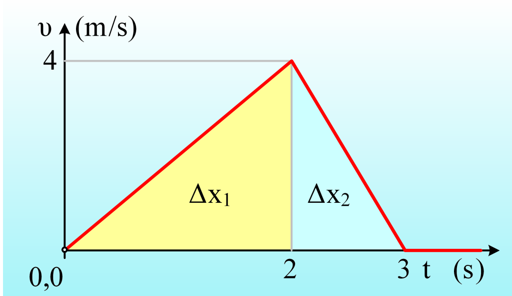
Απάντηση:

i) Η κλίση στο διάγραμμα υ-t μας δίνει την επιτάχυνση. Στην περίπτωσή μας οι δυο κλίσεις παραμένουν σταθερές, συνεπώς και οι δύο επιταχύνσεις είναι σταθερές:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon' - \upsilon_o}{t' - t_o} = \frac{\upsilon'}{t'} = \frac{4}{2} m/s^2 = 2\, m/s^2 \text{ και}$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_\tau - \upsilon'}{t_\tau - t'} = \frac{0-4}{3-2} = -\frac{4}{1} m/s^2 = -4\, m/s^2$$

ii) Σε διάγραμμα υ-t, το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος. Έτσι το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση από 0-2s, ενώ το εμβαδόν του γαλάζιου, την αντίστοιχη μετατόπιση από 2s-3s.



Έτσι υπολογίζουμε:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\beta\upsilon = \frac{1}{2} 2\cdot 4m = 4m \text{ και}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}\beta\upsilon = \frac{1}{2} 1\cdot 4m = 2m$$

iii) Για την κινητική ενέργεια τη στιγμή t_1 έχουμε:

$$K_1 = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 \rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2,25}{2}}\, m/s = \sqrt{2,25}\, m/s = 1,5\, m/s$$

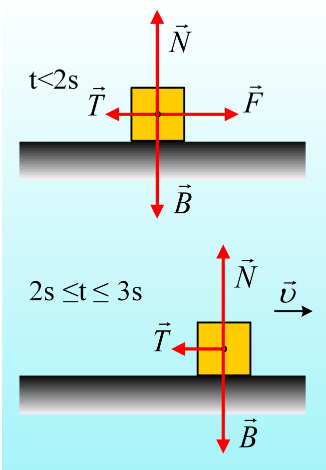
Αλλά η ταχύτητα του σώματος υπακούει στην εξίσωση:

$$\upsilon = \alpha t \to t_1 = \frac{\upsilon_1}{\alpha_1} = \frac{1,5}{2}s = 0,75s$$

Εξάλλου το σώμα αποκτά ταχύτητα υ_2 για δεύτερη φορά, στο χρονικό διάστημα 2s-3s. Αντικαθιστώντας τις τιμές στην εξίσωση της ταχύτητας (για το διάστημα από 2s-3s), θα πάρουμε:

$$\upsilon = \upsilon' + \alpha_2 \Delta t \xrightarrow{\mu.(S.I.)} 2,8 = 4 - 4\Delta t \to 4\Delta t = 4 - 2,8 \to$$
$$\Delta t = 0,3s \to t_2 - t' = 0,3s \to t_2 = 2s + 0,3s \to$$
$$t_2 = 2,3s$$

iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στα δυο παραπάνω χρονικά διαστήματα. Για t ≥ t΄ το σώμα επιταχύνεται (επιβραδύνεται, αν θέλουμε να μιλήσουμε για το μέτρο της ταχύτητας) μόνο από την ασκούμενη τριβή. Οπότε εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε:



$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \to -T = ma_2 \to T = -ma_2 = -2\cdot(-4)N = 8N$$

όπου T το μέτρο της τριβής ολίσθησης, που ασκείται στο σώμα.

Αλλά τότε το έργο της τριβής για όλη τη διάρκεια της κίνησης είναι ίσο:

$$W_T = T\cdot\Delta x_{o\lambda}\cdot\sigma\upsilon\nu 180^\circ = -T\left(\Delta x_1 + \Delta x_2\right) \to$$
$$W_T = -8\cdot\left(4+2\right)J = -48J$$

Έτσι για την μέση ισχύ της τριβής, θα έχουμε:

$$P_T = \frac{W_T}{\Delta t} = \frac{-48J}{3s} = -16W$$

Παίρνοντας εξάλλου το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για όλη τη διάρκεια της κίνησης, παίρνουμε:

$$K_\tau - K_{\alpha\rho} = W_F + W_T + W_B + W_N \xrightarrow{W_B = W_N = 0}$$
$$0 - 0 = W_F + W_T \to$$
$$W_F = -W_T = +48J$$

Σχόλιο:

Για το τελευταίο ερώτημα θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την δύναμη F:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \to F - T = ma_1 \to F = 8N + 2\cdot 2N = 12N \to$$
$$W_F = F\cdot\Delta x_1\cdot\sigma\upsilon\nu 0^\circ = 12\cdot 4J = 48J$$

dmargaris@gmail.com