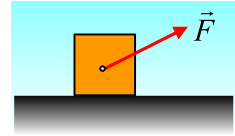


Κίνηση με μια πλάγια δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην θέση Α. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια πλάγια δύναμη \vec{F} , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα μετά από λίγο να φτάνει στην θέση Β, έχοντας ταχύτητα 8m/s.

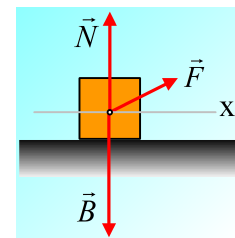


- i) Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση Α, μέχρι τη θέση Β.
- ii) Αν η δύναμη \vec{F} έχει σταθερό μέτρο $F=5\text{N}$, ενώ η απόσταση μεταξύ των θέσεων Α και Β είναι $x=20\text{m}$, να υπολογιστούν η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης F. Πόσο είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου, η οποία ασκείται στο σώμα;
- iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ενώ κρατάμε σταθερό το μέτρο της δύναμης F, αλλά μπορούμε να μεταβάλλουμε την κατεύθυνσή της. Ποια κατεύθυνση πρέπει να επιλέξουμε, αν θέλουμε το σώμα να μεταβεί από το Α στο Β, στον ελάχιστο δυνατό χρόνο; Να βρεθεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα που μπορούμε πετύχουμε, όταν μετακινούμε το σώμα από το Α στο Β, με την επίδραση της δύναμης F.
- iv) Στην παραπάνω περίπτωση, με ποια κινητική ενέργεια το σώμα θα φτάσει στην θέση Β;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στην διάρκεια της οριζόντιας κίνησής του, προς τα δεξιά. Το βάρος \vec{B} και η κάθετη αντίδραση \vec{N} του επιπέδου, δεν παράγουν έργο, αφού είναι κάθετες στην μετατόπιση. Έργο παράγει μόνο η δύναμη \vec{F} . Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, από την θέση Α, μέχρι τη θέση Β, παίρνουμε:



$$K_B - K_A = W_F + W_B + W_N \xrightarrow{W_B=W_N=0}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = W_F \rightarrow W_F = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8^2 \text{ J} = 64 \text{ J}$$

- ii) Αν αναλύσουμε την δύναμη \vec{F} σε δυο συνιστώσες, μια οριζόντια F_x και μια κατακόρυφη F_y , όπως στο σχήμα, τότε μόνο η συνιστώσα F_x παράγει έργο, αφού η άλλη συνιστώσα είναι κάθετη στην μετατόπιση. Οπότε έχουμε:

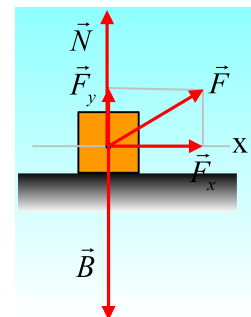
$$W_F = W_{F_x} = F_x \cdot x \rightarrow F_x = \frac{W_F}{x} = \frac{64}{20} \text{ m} = 3,2 \text{ N}$$

Αλλά από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 \rightarrow$$

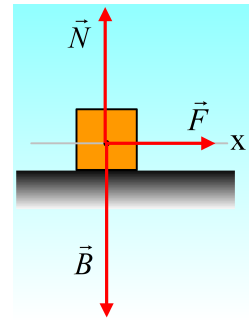
$$F_y = \sqrt{F^2 - F_x^2} = \sqrt{5^2 - 3,2^2} \text{ N} \approx 3,8 \text{ N}$$

Το σώμα εξάλλου, ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:



$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \rightarrow N + F_y - mg = 0 \rightarrow N = mg - F_y = 20N - 3,8N = 16,2N$$

iii) Για να φτάσει το σώμα στον ελάχιστο δυνατό χρόνο στη θέση Β, θα πρέπει να αποκτήσει τη μέγιστη δυνατή επιτάχυνση και αυτό θα συμβεί όταν και η ασκούμενη οριζόντια δύναμη γίνεται μέγιστη. Μέγιστη όμως δύναμη θα έχουμε, όταν η δύναμη F γίνει οριζόντια, οπότε δεν θα δίνει κατακόρυφη συνιστώσα: (Σε κάθε άλλη περίπτωση η προβολή της στην διεύθυνση x είναι μικρότερη από την υποτείνουσα, τα 5N...).



Αλλά τότε στην περίπτωση αυτή το σώμα αποκτά επιτάχυνση ($\Sigma F_y=0$):

$$\Sigma F = ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F}{m} = \frac{5N}{2kg} = 2,5m/s^2$$

Και για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση που θα ακολουθήσει θα έχουμε:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x}{a_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{2,5}}s = \sqrt{16}s = 4s$$

iv) Το σώμα θα φτάσει στην θέση Β, με ταχύτητα:

$$v_1 = a_1 t_1 = 2,5 \cdot 4m/s = 10m/s$$

Έχοντας κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}2 \cdot 10^2 J = 100J$$

Σχόλιο:

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι στην δεύτερη περίπτωση το σώμα απέκτησε μεγαλύτερη κινητική ενέργεια (100J > 64J) πράγμα που θα έπρεπε να περιμένουμε, αφού αν πάρουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. θα έχουμε:

$$K_{B,1} - K_A = W_F + W_B + W_N \xrightarrow{W_B=W_N=0}$$

$$K_1 - 0 = W_F = Fx = 5 \cdot 20J = 100J$$

μιας και τώρα έργο παράγει η δύναμης των 5N και όχι η συνιστώσα της των 3,2N.

dmargaris@gmail.com