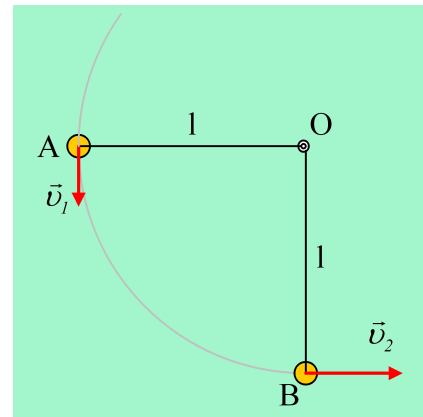


Η μεταβολή της ορμής και μια βολή

Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,4\text{kg}$ διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, δεμένη στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους $l=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O , το οποίο βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος. Σε μια στιγμή η σφαίρα περνά από την θέση A , όπου το νήμα είναι οριζόντιο, όπου η οριζόντια συνιστώσα της επιτάχυνσής της έχει μέτρο $\alpha_x=16\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας στη θέση A .
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα v_2 της σφαίρας στη θέση B , όπου το νήμα γίνεται κατακόρυφο.
- iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας, μεταξύ των θέσεων A και B .
- iv) Αν στη θέση B το νήμα κόβεται και η σφαίρα πέφτει ελεύθερα, με αποτέλεσμα η μεταβολή της ορμής της κατά την πτώση να έχει μέτρο $2\text{kg}\cdot\text{m/s}$, να υπολογιστεί το ύψος h του σημείου O , από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η επιτάχυνση στη διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου που διαγράφει η σφαίρα, δεν είναι άλλη από την κεντρομόλο επιτάχυνσή της. Αλλά τότε από την εξίσωση της κεντρομόλου επιτάχυνσης, παίρνουμε:

$$\alpha_x = \frac{v_1^2}{R} = \frac{v_1^2}{l} \rightarrow v_1 = \sqrt{\alpha_x l} = \sqrt{16 \cdot 1\text{m}} / \text{s} = 4\text{m/s}$$

- ii) Κατά την κίνηση τη σφαίρας από το A στο B η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική.

$$\begin{aligned} K_1 + U_1 &= K_2 + U_2 \xrightarrow{U_2=0} \\ \frac{1}{2} m v_1^2 + mgl &= \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow \\ v_2 &= \sqrt{v_1^2 + 2gl} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1\text{m}} / \text{s} = 6\text{m/s} \end{aligned}$$

- iii) Για την μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων A και B έχουμε:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{p}_2 + (-\vec{p}_1) \rightarrow$$

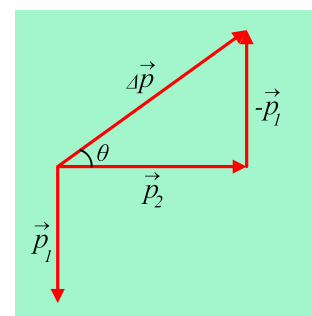
Συνεπώς για το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = m\sqrt{v_1^2 + v_2^2} \rightarrow \\ \Delta p &= 0,4\sqrt{4^2 + 6^2} \text{kgm/s} = 0,4\sqrt{52} \text{kgm/s} \end{aligned}$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου:

$$\epsilon\phi\theta = \frac{|p_1|}{p_2} = \frac{m v_1}{m v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

- iv) Μόλις κοπεί το νήμα, το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, με την επίδραση μόνο του βάρους του. Έτσι στην



οριζόντια διεύθυνση η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα, άρα και σταθερή ορμή. Η ορμή μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπου το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Έτσι ενώ η αρχική ορμή, στη θέση Β είναι μηδενική ($p_{By}=0$), τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, στη θέση Γ, θα έχει ορμή:

$$p_{\Gamma y} = m v_y = m \cdot gt \rightarrow$$

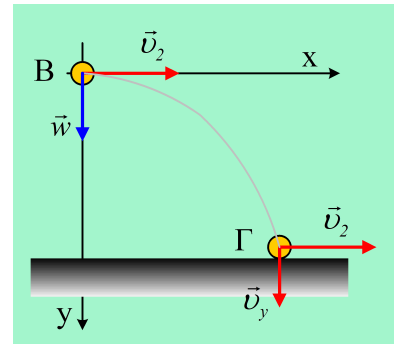
$$\Delta p = \Delta p_y = mgt \rightarrow t = \frac{\Delta p}{mg} = \frac{2}{0,4 \cdot 10} s = 0,5s$$

Αλλά τότε για την κίνηση στον κατακόρυφο άξονα θα έχουμε:

$$y_{\Gamma} = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,5^2 m = 1,25m$$

Συνεπώς το σημείο πρόσδεσης του νήματος, το σημείο Ο, βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$h = l + y_{\Gamma} = 1m + 1,25m = 2,25m$$



dmargaris@gmail.com