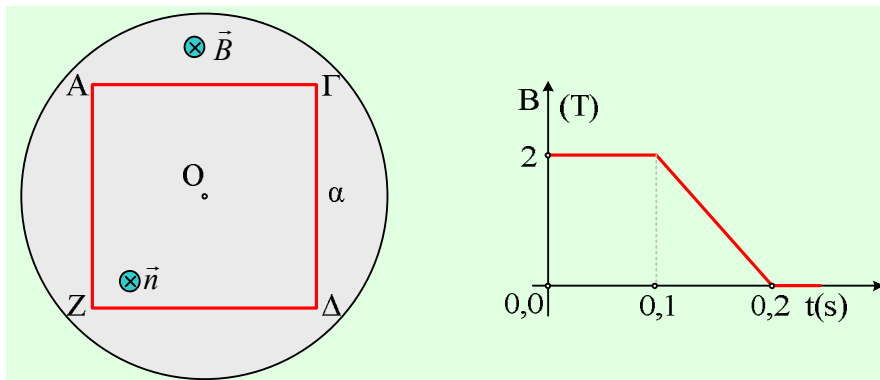
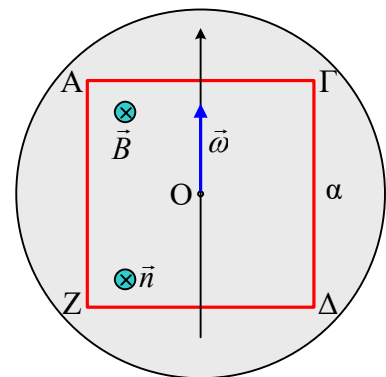


Το πλαίσιο σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

Ένα τετράγωνο μεταλλικό πλαίσιο ΑΓΔΖ πλευράς $a=0,1\text{m}$, με αντίσταση $R=0,4\Omega$, συγκρατείται στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα. Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε μια κυκλική τομή του ομογενούς μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς και το πλαίσιο, με το κέντρο του τετραγώνου να ταυτίζεται με το κέντρο O του κύκλου, ενώ η κάθετη στο πλαίσιο έχει την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου, σε συνάρτηση με τον χρόνο



- Να βρεθεί η μέση ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο από 0-0,2s.
- Να υπολογιστεί η στιγμιαία ΗΕΔ στο πλαίσιο τη στιγμή $t_1=0,15\text{s}$, καθώς και η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
- Να βρεθεί η δύναμη Laplace (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκείται στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου, καθώς και η ροπή της ως προς το κέντρο O του τετραγώνου, την παραπάνω χρονική στιγμή. Ποια η αντίστοιχη στιγμιαία ισχύς της δύναμης αυτής;
- Αν τη στιγμή $t_0=0$ αρχίζαμε να περιστρέφουμε το πλαίσιο, γύρω από τον άξονα y , ο οποίος συνδέει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΖΔ με γωνιακή ταχύτητα, όπως στο σχήμα, μέτρου $\omega=100\text{rad/s}$, να υπολογιστούν τη στιγμή $t_2=(\pi/200)\text{s}$, η δύναμη Laplace που ασκείται στην πλευρά ΑΖ, η ροπή της, ως προς το κέντρο O του τετραγώνου, καθώς και η ισχύς της.



Απάντηση:

- Η μέση ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, στο χρονικό διάστημα που μας δίνεται, είναι ίση:

$$\bar{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{\tau} - \Phi_0}{t_{\tau} - t_0} = -\frac{0 - Ba^2}{t_{\tau} - 0} = -\frac{-2 \cdot 0,1^2}{0,2} \text{V} = 0,1 \text{V}$$

- Στο χρονικό διάστημα 0,1s-0,2s η κλίση στο διάγραμμα B-t παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου παραμένει σταθερός, ίσος και με τον αντίστοιχο μέσο ρυθμό στο διάστημα αυτό. Έτσι για την στιγμιαία ΗΕΔ τη στιγμή t_1 θα έχουμε:

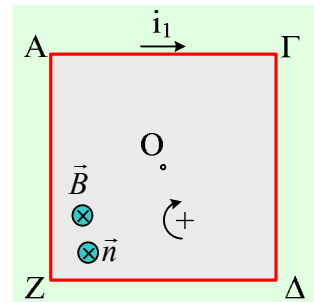
$$E_l = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -\left(\frac{dB}{dt}\right)A = -\frac{\Delta B}{\Delta t}a^2 \rightarrow$$

$$E_l = -\frac{0-2}{0,1} \cdot 0,1^2 V = 0,2V \rightarrow$$

Οπότε το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_1 , όπου:

$$i_1 = \frac{E_l}{R} = \frac{0,2}{0,4} A = 0,5 A$$

Προφανώς η ΗΕΔ αυτή και η αντίστοιχη ένταση του ρεύματος παραμένουν σταθερές στο διάστημα 0,1s-0,2s. Εξάλλου θεωρώντας θετική την ένταση του μαγνητικού πεδίου και την κάθετη στο πλαίσιο, με βάση τον δεξιόστροφο κοχλία, έχουμε ορίσει και μια θετική φορά περιστροφής. Έτσι βρίσκοντας και θετική την ένταση του ρεύματος, αυτή θα έχει φορά από το Α στο Γ, όπως στο σχήμα.

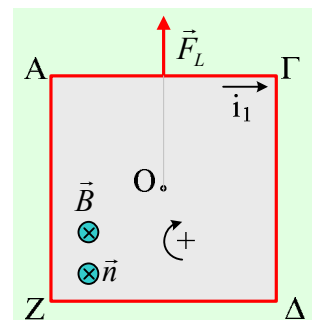


Εναλλακτικά στηριζόμενοι στον κανόνα του Lenz, αφού μειώνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου, το επαγωγικό ρεύμα στο πλαίσιο θα έχει τέτοια φορά, ώστε να αντιτίθεται στην μείωση αυτή. Έτσι η φορά του θα είναι αυτή του παραπάνω σχήματος, αφού τότε δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με ένταση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα, ίδια με την ένταση του πεδίου του σωληνοειδούς, η οποία μειώνεται.

- iii) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η δύναμη Laplace στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου, είναι κάθετη σε αυτήν και έχει την κατεύθυνση του σχήματος, ενώ ασκείται στο μέσον της πλευράς, έχοντας μέτρο:

$$F_L = B \cdot i_1 \cdot l = 1 \cdot 0,5 \cdot 0,1 N = 0,05 N$$

Με βάση τα παραπάνω χαρακτηριστικά της δύναμης, ο φορέας της περνά από το κέντρο Ο του τετραγώνου, συνεπώς έχει μηδενική ροπή, ως προς το Ο, αφού $\tau = F \cdot d = 0$.



Αλλά και η ισχύς της δύναμης αυτής είναι μηδενική, αφού το πλαίσιο δεν κινείται και η δύναμη Laplace δεν παράγει έργο.

- iv) Αφού τη στιγμή $t=0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στην ένταση του μαγνητικού πεδίου, με αποτέλεσμα να έχουμε μέγιστη ροή, η οποία μεταβάλλεται αρμονικά, αφού η περιστροφή γίνεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Συνεπώς η συνάρτηση της ροής υπακούει στην εξίσωση:

$$\Phi = BA \cdot \sigma \nu \omega t = Ba^2 \cdot \sigma \nu \omega t$$

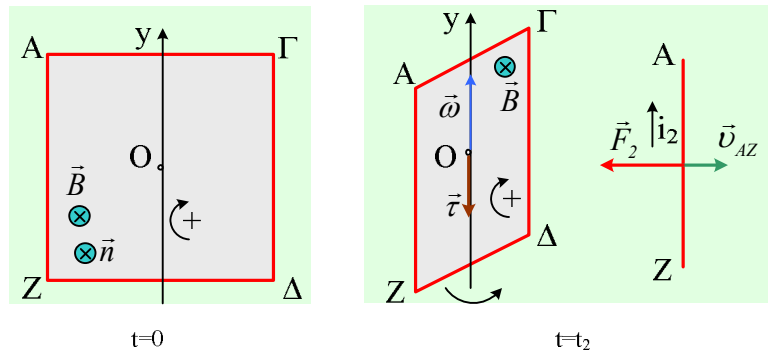
Αλλά τότε στο πλαίσιο εμφανίζεται μια εναλλασσόμενη τάση της μορφής:

$$v = Ba^2 \omega \cdot \eta \mu \omega t = 2 \cdot 0,1^2 \cdot 100 \cdot \eta \mu(100t) = 2 \cdot \eta \mu(100t) \text{ (S.I.)}$$

Τότε όμως τη στιγμή t_2 το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα με ένταση:

$$i_2 = \frac{v}{R} = \frac{2 \cdot \eta \mu\left(100 \cdot \frac{\pi}{200}\right)}{0,4} A = 5 \eta \mu\left(\frac{\pi}{2}\right) A = 5 A$$

θετική ένταση, άρα με φορά από το Α στο Γ. Αξίζει εξάλλου να παρατηρήσουμε ότι το πλαίσιο έχει στραφεί κατά γωνία $\pi/2$, οπότε το επίπεδό του είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα, ή σε προβολή στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο δεξιό σχήμα, όπου έχουν σημειωθεί η ταχύτητα και η δύναμη Laplace στην πλευρά ΑΖ..



Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι ίσο:

$$F_2 = Bi_2l = 2 \cdot 5 \cdot 0,1 \text{ N} = 1 \text{ N}$$

Ενώ η ροπή της, πάνω στον άξονα περιστροφής με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\tau = \tau_2 = F_2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 1 \cdot \frac{0,1}{2} \text{ Nm} = 0,05 \text{ Nm}$$

Ενώ η ισχύς της, της στιγμή αυτή, είναι ίση:

$$P = F_2 \cdot v_{AZ} \cdot \cos 180^\circ = -F_2 \cdot \omega \frac{\alpha}{2} = -1 \cdot 100 \cdot \frac{0,1}{2} \text{ W} = -5 \text{ W}$$

dmargaris@gmail.com