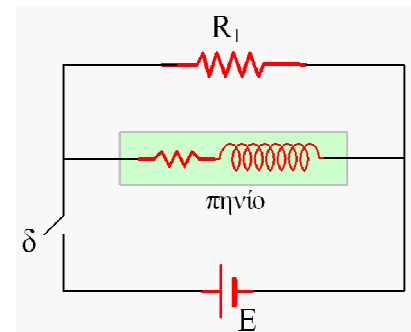


## Αυτεπαγωγή και μη ιδανικό πηνίο

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται  $E=20V$  ( $r=0$ ),  $R_1=10\Omega$ , ενώ το πηνίο είναι μη ιδανικό, με αντίσταση  $R=2\Omega$  και αυτεπαγωγή  $L=0,2H$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\delta$ .



i) Να βρεθεί η ισχύς της πηγής  $E$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη.

ii) Μετά από λίγο τη στιγμή  $t_1$  η ισχύς της πηγής γίνεται ίση με  $P_1=120W$ .

Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο, καθώς και η τάση στα άκρα του.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου.

iii) Σε μια άλλη στιγμή  $t_2$  η ισχύς που αποθηκεύεται στο πηνίο, είναι το 50% της συνολικής ισχύος του πηνίου.

α) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο;

β) Να βρεθεί η ισχύς της πηγής και ο ρυθμός μεταβολής της ισχύος αυτής.

iv) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ισχύος της πηγής σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνοντας και χαρακτηριστικές τιμές για την ισχύ αυτή.

### Απάντηση:

Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, οι κλάδοι του κυκλώματος θα διαρρέονται από ρεύματα, όπως έχουν σημειωθεί στο διπλανό σχήμα.

i) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το πηνίο θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, ξεκινώντας από την τιμή  $i_{\pi 0}=0$ , οπότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, είναι ίση με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει και τον αντιστάτη  $R_1$ :

$$i = i_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{20V}{10\Omega} = 2A \rightarrow$$

$$P_E = Ei = 20V \cdot 2A = 40W$$

ii) Τη στιγμή  $t_1$  η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

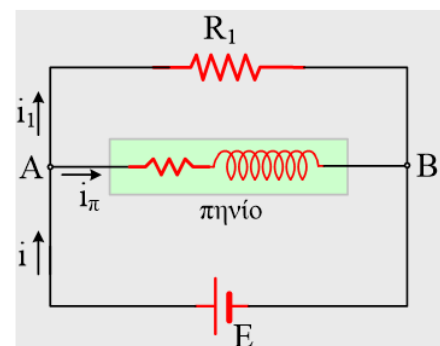
$$P_E = Ei \rightarrow i = \frac{P_{E,t}}{E} = \frac{120W}{20V} = 6A$$

Ενώ η αντίσταση  $R_1$  συνεχίζει να διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης  $i_1=2A$ , όπως και πριν. Γιατί; Γιατί η τάση  $V_{AB}=V_{\pi 0\lambda}=E$ , ίση με την ΗΕΔ της πηγής, είναι σταθερή.

α) Η παραπάνω τάση  $V_{AB}=E=20V$ , είναι και η τάση στα άκρα του πηνίου, ενώ από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο A, παίρνουμε:

$$i = i_1 + i_{\pi,l} \rightarrow i_{\pi,l} = i - i_1 = 6A - 2A = 4A$$

Ενώ από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff παίρνουμε:



$$V_{AB} = E = i_{\pi,1}R - L \frac{di}{dt} \rightarrow E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} = -E + i_{\pi,1}R \rightarrow$$

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} = -20V + 4A \cdot 2\Omega = -12V$$

β) Η ισχύς που καταναλώνει το πηνίο, κατά ένα μέρος μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στην αντίστασή του και το υπόλοιπο αποθηκεύεται στο εσωτερικό του, σαν ενέργεια μαγνητικού πεδίου:

$$P_{\pi\eta\nu} = P_R + P_L \quad (1)$$

$$\rightarrow V_{AB}i_{\pi,1} = i_{\pi,1}^2R + \frac{dW_L}{dt}$$

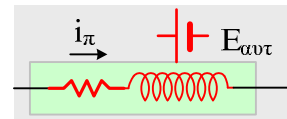
$$\frac{dW_L}{dt} = i_{\pi,1}(V_{AB} - i_{\pi,1}R) = |E_{\text{επ}}| \cdot i_{\pi,1} = 12V \cdot 4A = 48 \text{ J/s}$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν αντιμετωπίσουμε την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή σαν μια «πηγή» με ισχύ:

$$P_L = E_{\text{αυτ}} \cdot i_{\pi,1} = -12V \cdot 4A = -48W$$

όπου αρνητική ισχύς, σημαίνει ότι τελικά η «πηγή» αυτή δεν προσφέρει αλλά αφαιρεί ενέργεια από το κύκλωμα, την οποία αποθηκεύει με την μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου,

οπότε και  $\frac{dW_L}{dt} = 48 \text{ J/s}$ .



Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι στην περίπτωση μας το πηνίο-«πηγή» διαρρέεται από ρεύμα αντίθετης φοράς, από αυτό που η ίδια η «πηγή» τείνει να δώσει. Για το λόγο αυτό και η αρνητική ισχύς!

iii) Για την στιγμή  $t_2$  από την σχέση (1) παίρνουμε:

$$P_{\pi\eta\nu} = P_R + P_L \xrightarrow{P_R=P_L} P_{\pi\eta\nu} = 2P_R \rightarrow V_{AB}i_{\pi,2} = 2i_{\pi,2}^2R \rightarrow$$

$$E = 2i_{\pi,2}R \rightarrow V_R = |V_L| = \frac{E}{2} = 10V \rightarrow$$

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} = -10V \quad (2)$$

$$\text{Ενώ } E = 2i_{\pi,2}R \rightarrow i_{\pi,2} = \frac{E}{2R} = \frac{20}{2 \cdot 2} A = 5A$$

α) Από την (2) βρίσκουμε:

$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di}{dt} = -10V \rightarrow \frac{di_{\pi}}{dt} = \frac{10V}{0,2H} = 50 \text{ A/s}$$

β) Για την ισχύ της πηγής, αφού διαρρέεται από ρεύμα με ένταση  $i_2 = i_1 + i_{\pi,2} = 2A + 5A = 7A$  θα έχουμε:

$$P_{E,2} = E \cdot i_2 = 20V \cdot 7A = 140W$$

Ενώ η παραπάνω ένταση θα μεταβάλλεται με ρυθμό ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, μιας και η ένταση  $i_1$  παραμένει σταθερή. Θα έχουμε δηλαδή:

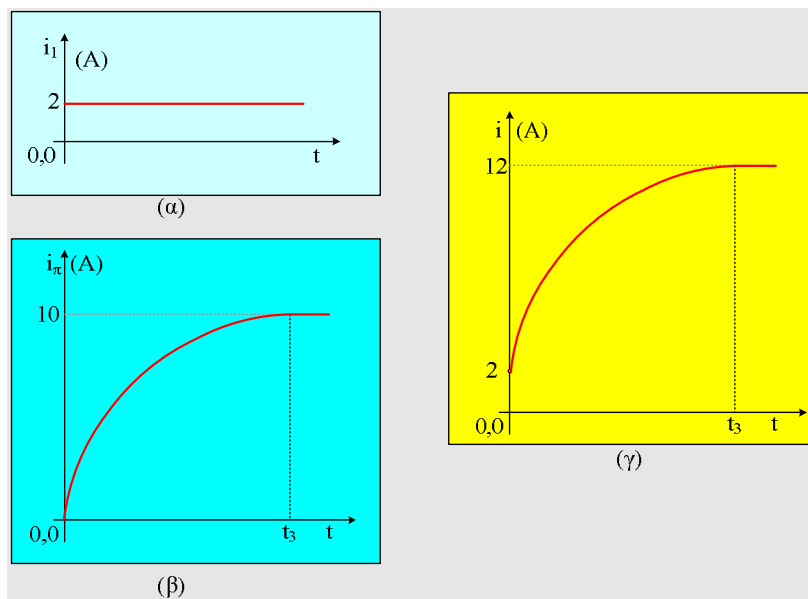
$$\frac{di_2}{dt} = \frac{d(i_1 + i_\pi)}{dt} = \frac{di_\pi}{dt} = 50 \text{ A/s} \rightarrow$$

$$\frac{dP_E}{dt} = \frac{d(Ei_2)}{dt} = E \frac{di_\pi}{dt} = 20 \cdot 50 \text{ W/s} = 1.000 \text{ W/s}$$

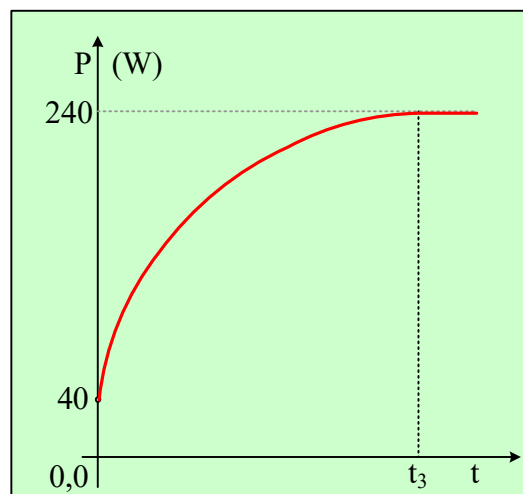
iv) Η ένταση του ρεύματος  $i_1$  που διαρρέει την αντίσταση  $R_1$  παραμένει σταθερή, ενώ η ένταση  $i_\pi$  του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο αυξάνεται από την τιμή μηδέν, σε μια μέγιστη:

$$i_{\pi, \max} = \frac{E}{R} = \frac{20V}{2\Omega} = 10A$$

Έτσι αν κάνουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις, θα πάρουμε τις καμπύλες (α) και (β) στο παρακάτω σχήμα. Λαμβάνοντας υπόψη τον 1ο κανόνα του Kirchhoff, χαράσσουμε την καμπύλη  $i=f(t)$  στο διάγραμμα (γ), δεξιά στο σχήμα.



όπου θεωρούμε ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, έχει σταθεροποιηθεί τη στιγμή  $t_3$ . Αλλά τότε η ισχύς της πηγής  $P=E \cdot i$ , θα έχει την ίδια μορφή με το διάγραμμα (γ), όπως στο σχήμα:



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)