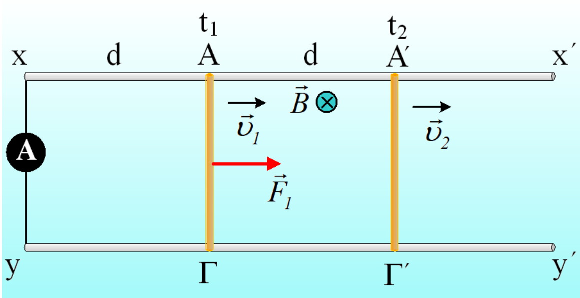
Κίνηση πάνω σε αγωγούς με αντίσταση



Δύο οριζόντιοι ομογενείς ευθύγραμμοι αγωγοί xx΄και yy΄παρουσιάζουν την ίδια αντίσταση R, ενώ στα άκρα τους xy, συνδέεται ένα ιδανικό αμπερόμετρο, με καλώδια μηδενικής αντίστασης. Ένας τρίτος ευθύγραμμος αγωγός ΑΓ, κινείται οριζόντια, όπως στο σχήμα, σε επαφή με τους δύο προηγούμενους αγωγούς, με την επίδραση οριζόντιας μεταβλητής δύναμης F, χωρίς τριβές. Στο χώρο υπάρχει ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο, ενώ ο αγωγός ΑΓ, έχει μάζα 0,2kg και αμελητέα αντίσταση. Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη I=3A.

Σε μια στιγμή t_1 ο αγωγός ΑΓ απέχει από το αμπερόμετρο κατά d, έχει ταχύτητα υ_1=1m/s και επιτάχυνση α_1=1m/s^2, ίδιας κατεύθυνσης με την δύναμη F, ενώ το μέτρο της δύναμης είναι F_1=2N.

Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

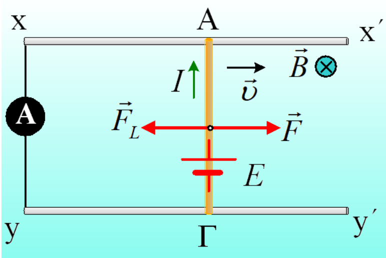
i) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΑΓ, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F_1.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στους αγωγούς xx΄και yy΄.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αγωγού ΑΓ, σε μια επόμενη στιγμή t_2, όπου έχει μετακινηθεί κατά (ΑΑ΄)=d.

iv) Να υπολογισθεί η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα τη στιγμή t_2, καθώς και η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός ΑΓ, από το μαγνητικό πεδίο.

Απάντηση:



i) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΑΓ, μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$\frac{dW_F}{dt} = P_{F_1} = F_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu 0^\circ = F_1\upsilon_1 = 2\cdot 1\,{}^{J}\!/_{s} = 2\,{}^{J}\!/_{s}.$$

ii) Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d(\Sigma W)}{dt} = (\Sigma F)\cdot\upsilon_1\sigma\upsilon\nu 0^\circ = ma\cdot\upsilon_1 = 0{,}2\cdot 1\cdot 1\,{}^{J}\!/_{s} = 0{,}2\,{}^{J}\!/_{s}.$$

Αλλά τότε με βάση τη διατήρηση της ενέργειας:

$$\frac{dW_F}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dQ}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dW_F}{dt} - \frac{dK}{dt} = 2\,{}^{J}\!/_{s} - 0{,}2\,{}^{J}\!/_{s} = 1{,}8\,{}^{J}\!/_{s}$$

iii) Για την σταθερή ένδειξη του αμπερομέτρου, τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, έχουμε:

$$I = \frac{E_1}{R_1} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{B\upsilon_1\ell}{R_1} = \frac{B\upsilon_2\ell}{R_2} \quad (1)$$

Αλλά αν η αντίσταση ανά μονάδα μήκους R^* των αγωγών xx΄ και yy΄, τότε για τις αντιστάσεις R_1 και R_2 θα ισχύει $R_1=2R^*\cdot d$ και $R_2=2R^*\cdot 2d=4R^*\cdot d=2R_1$, οπότε από την σχέση (1) παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{R_1} = \frac{\upsilon_2}{2R_1} \rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 = 2\,{}^{m}\!/_{s}$$

iv) Η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα (την οποία υπολογίσαμε στο ερώτημα ii), στηριζόμενοι στην διατήρηση της ενέργειας), για την χρονική στιγμή t_2, γράφεται και:

$$P_2 = I^2 R_2 = I^2 \cdot 2R_1 = 2I^2 \cdot R_1 = 2P_1 = 3{,}6W$$

Η παραπάνω ηλεκτρική ισχύς αφαιρείται από τον αγωγό ΑΓ, μέσω του έργου της δύναμης Laplace, όπου, με βάση το σχήμα στο i) ερώτημα:

$$\frac{dW_{F_L}}{dt} = P_{FL} = F_L\upsilon_2\sigma\upsilon\nu 180° = -F_L\upsilon_2 = -3{,}6W \rightarrow$$

$$F_L = -\frac{P_{FL}}{\upsilon_2} = -\frac{-3{,}6W}{2\,{}^{m}\!/_{s}} = 1{,}8N$$

dmargaris@gmail.com