

Δυναμική ενέργεια. Ένας διάλογος.

Δυο μαθητές της Γ' Λυκείου, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β), συζητούν το θέμα της δυναμικής ενέργειας, προσπαθώντας να βγάλουν άκρη, σε αυτά που διάβασαν τελευταία στο ylikonet.gr.

Ας τους ακούσουμε:

A: Βασίλη πότε λες ότι ένα σώμα θα έχει δυναμική ενέργεια;

B: Νομίζω όταν δέχεται μια συντηρητική δύναμη.

A: Και ποια δύναμη ονομάζεις συντηρητική;

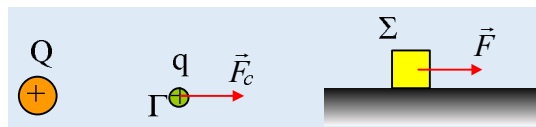
B: Δεν ξέρω την διαφορά, κάτι διάβασα για δυνάμεις πεδίων που συνδέονται με δυναμική ενέργεια και που είναι, να δεις πώς το διάβασα; Πώς τις λένε; Χωρο... τέτοιες!!!

A: Χωροεξαρτώμενες εννοείς...

B: A!!! μπράβο σου! Αλλά αυτά είναι φιλά γράμματα, εγώ προτιμώ ό,τι διδάχτηκα στο σχολείο στην Α' τάξη. Θυμάσαι; Μια δύναμη που το έργο της σε κλειστή διαδρομή είναι μηδενικό. Μια τέτοια δύναμη, είναι κάθε σταθερή δύναμη. Είναι εύκολη η απόδειξη, την διάβασα πρόσφατα.

A: Δηλαδή λες Βασίλη, ότι αν ένα σώμα δέχεται μια σταθερή δύναμη, μπορούμε να δεχτούμε ότι έχει δυναμική ενέργεια;

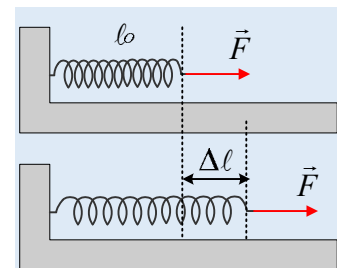
B: Ναι γιατί όχι; Το φορτίο q στο σημείο Γ του ηλεκτρικού πεδίου γιατί έχει δυναμική ενέργεια, ενώ το σώμα Σ στο λείο οριζόντιο επίπεδο, αν δεχτεί μια σταθερή δύναμη F , να μην έχει δυναμική ενέργεια; Αφού μπορώ να αποδείξω ότι κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής το έργο της δύναμης F είναι μηδέν;



A: Άρα αν στο σώμα Σ ασκηθεί μια δύναμη F , τότε αμέσως αυτό έχει αποκτήσει ενέργεια;

B: Νομίζω ναι, όπως και το φορτίο q θα αποκτήσει ακαριαία δυναμική ενέργεια μόλις τοποθετηθεί στο σημείο Γ του ηλεκτρικού πεδίου.

A: Δηλαδή Βασίλη, όταν ασκήσω στο ελατήριο του σχήματος, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, μια σταθερή δύναμη, αποκτά ακαριαία δυναμική ενέργεια ή μήπως πρέπει το ελατήριο να **πάρει** ενέργεια για να **αποκτήσει** δυναμική ενέργεια;

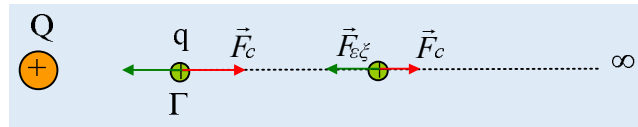


B: Δεν καταλαβαίνω τι θέλεις να πεις. Όλοι ξέρουμε ότι το ελατήριο θα επιμηκυνθεί και τότε θα έχει δυναμική ενέργεια $U = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2$.

A: Αυτό που λέω Βασίλη είναι ότι η δύναμη F του διπλανού σχήματος, θα μετακινήσει το σημείο εφαρμογής της και έτσι θα παράγει έργο. Το έργο της δύναμης αυτής αποθηκεύεται στο ελατήριο με την μορφή της δυναμικής ενέργειας! Το τεντωμένο ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια, επειδή πήρε ενέργεια μέσω έργου της δύναμης F . Δεν προέκυψε από το πουθενά η δυναμική αυτή ενέργεια.

B: Λογικό ακούγεται, αλλά τότε λες ότι κάθε φορά που μιλάμε για δυναμική ενέργεια, πριν να υπάρξει αυτή, κάποια δύναμη μετέφερε μέσω έργου ενέργεια στο σώμα;

A: Αυτό ακριβώς λέω Βασίλη. Για σκέψου. Το φορτίο q πώς βρέθηκε στο σημείο Γ , σε απόσταση r από ένα ακλόνητο φορτίο Q ; Κάποιος το μετέφερε από το άπειρο ασκώντας του μια δύναμη $F_{εξ}$, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να το φέρει με μηδενική ταχύτητα στο Γ . Ας βρούμε το έργο της:



Θ.Μ.Κ.Ε. $\infty \rightarrow \Gamma$:

$$K_{\Gamma} - K_{\infty} = W_{F_{εξ}} + W_{F_c} \rightarrow 0 - 0 = W_{F_{εξ}} + q(V_{\infty} - V_{\Gamma}) \rightarrow$$

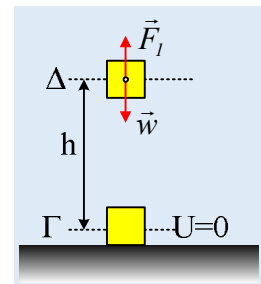
$$W_{F_{εξ}} = qV_{\Gamma} = K_c \frac{Qq}{r}$$

Σου θυμίζει κάτι η τελευταία σχέση;

Τόση είναι η δυναμική ενέργεια του φορτίου q , όταν έρθει στο σημείο Γ ! Όση ενέργεια απαιτήθηκε να δοθεί στο φορτίο, μέσω της εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, για να τοποθετηθεί στο σημείο Γ .

B: Το ίδιο ισχύει και στο βαρυτικό πεδίο;

A: Ναι. Για να μην πάρουμε το ανομοιογενές πεδίο, οπότε θα έχουμε τα ίδια βήματα όπως και στο ηλεκτροστατικό πεδίο, ας μιλήσουμε για το ομογενές, όπου το σώμα βρίσκεται στο έδαφος, όπου θεωρούμε $U=0$. Ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή δύναμη F_1 και το ανεβάζουμε σε ύψος h , όπως στο σχήμα, από τη θέση Γ στη θέση Δ όπου και σταματά.



Θ.Μ.Κ.Ε. $\Gamma \rightarrow \Delta$:

$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_{F_1} + W_w \rightarrow 0 - 0 = W_{F_1} - mgh \rightarrow$$

$$W_{F_1} = mgh = U_{\Delta}$$

B: Το κατάλαβα...

A: Αν το κατάλαβες, τώρα θέλω να μου πεις πόση δυναμική ενέργεια έχει το σώμα στη θέση Δ :

B: Μα τι με ρωτάς; Το έχεις γράψει παραπάνω $U_{\Delta} = mgh$!!!

A: Εγώ Βασίλη, βλέπω ένα σώμα σε ύψος h , το οποίο δέχεται μια δύναμη F_1 με μέτρο $F_1 = mg$ και το βάρος $w = mg$. Φαντάζομαι ότι η μετακίνηση από το Γ στο Δ έγινε με την επίδραση της F_1 , η οποία ας την πάρουμε τώρα σταθερή, με ταχύτητα πολύ μικρή. Αφού η δύναμη F_1 είναι σταθερή, είναι συντηρητική δύναμη, οπότε της αποδίδω δυναμική ενέργεια. Μπορώ να το κάνω;

B: Αυτό είπα πριν και μου έφερεις αντίρρηση...

A: Και πόση είναι η δυναμική ενέργεια του σώματος στη θέση Δ , λόγω της συνισταμένης δύναμης Βασίλη;

B: Δεν ξέρω...

A: Αν υποθέσουμε ότι το σώμα έχει δυναμική ενέργεια, εξαιτίας της ασκούμενης δύναμης F_1 , για σκέψου έναν τρόπο να μπορέσουμε να πάρουμε την δυναμική αυτή ενέργεια.

B: Θα το σκεφτώ.

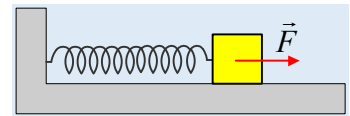
.....

Πέρασαν οι μέρες, οι μαθητές ξέχασαν τα παραπάνω και μελετούσαν την εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Προσπάθησαν να λύσουν την παρακάτω άσκηση:

Άσκηση:

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$, είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=200\text{N/m}$ και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με $\omega=15\text{rad/s}$, με την επίδραση περιοδικής αρμονικής δύναμης της μορφής $F=F_0 \cdot \eta \mu(15t+\phi_0)$, ενώ ταυτόχρονα δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\text{av}}=-bv$.



Αν το πλάτος ταλάντωσης είναι $A=0,4\text{m}$, ζητούνται:

- Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 , όπου το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0,4\text{m}$.
- Τη στιγμή t_1 παύει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F . Πόση θερμική ενέργεια θα παραχθεί στη συνέχεια εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης, μέχρι το σώμα να ηρεμήσει στην θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου;

Λύσεις:

Οι δυο μαθητές έγραψαν:

Ο μαθητής A:

- Η θέση ισορροπίας, είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, οπότε τη στιγμή t_1 το ελατήριο έχει επιμήκυνση x και δυναμική ενέργεια:

$$U = \frac{1}{2} k (\Delta \ell)^2 = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,4^2 \text{ J} = 16 \text{ J}$$

Αυτή είναι η μοναδική δυναμική ενέργεια που έχουμε στο σύστημα, αφού η μόνη συντηρητική δύναμη που ασκείται στο σώμα, είναι η δύναμη του ελατηρίου.

- Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη του διεγέρτη, το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, οπότε όλη η ενέργεια ταλάντωσης θα αφαιρεθεί από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης. Έτσι η θερμική ενέργεια, θα είναι ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου:

$$Q_{\theta} = U = 16 \text{ J}.$$

Ο μαθητής B:

- Το σώμα εκτελεί αατ και όταν βρίσκεται στη θέση πλάτους έχει ενέργεια ταλάντωσης:

$$E = U_{\text{max}} = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot x^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 15^2 \cdot 0,4^2 \text{ J} = 36 \text{ J}$$

- Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη του διεγέρτη, το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, οπότε όλη η

ενέργεια ταλάντωσης θα αφαιρεθεί από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης. Έτσι η θερμική ενέργεια, θα είναι ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου:

$$Q_{\theta}=U=36J.$$

Τελικά ποιο είναι το σωστό; Ποιος μαθητής έχει δίκιο; 16J ή 36J θα είναι η θερμική ενέργεια κατά την φθίνουσα ταλάντωση;

Μήπως έχει δίκιο ο μαθητής Β, όπου ακούστηκε να λέει, αφού προβληματίστηκε για λίγο, ότι:

Β: Ναι, έκανα λάθος, αφού 36J είναι η δυναμική ενέργεια για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη του διεγέρτη και 16J, μόλις πάψει η δύναμη αυτή.

Α: Και πού πήγαν βρε Βασίλη τα υπόλοιπα 20J; Χάνεται μαγικά η ενέργεια; Πώς αφαιρέθηκαν από το σύστημα;

Εσείς που φτάσατε μέχρι το σημείο αυτό το διάβασμα, τι λέτε; Μπορεί ένα σώμα να αποκτά και να χάνει μηχανική ενέργεια ακαριαία, χωρίς αυτή η μεταφορά να συνοδεύεται από παραγωγή έργου;

Μπορούμε να «αποδίδουμε» δυναμική ενέργεια αυθαίρετα, σε δυνάμεις χωρίς να εξετάζεται αν πράγματι είναι συντηρητικές; Και ποιες δυνάμεις από αυτές που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι πράγματι συντηρητικές;

Για την μεταφορά:

Διονύσης Μάργαρης

dmargaris@gmail.com