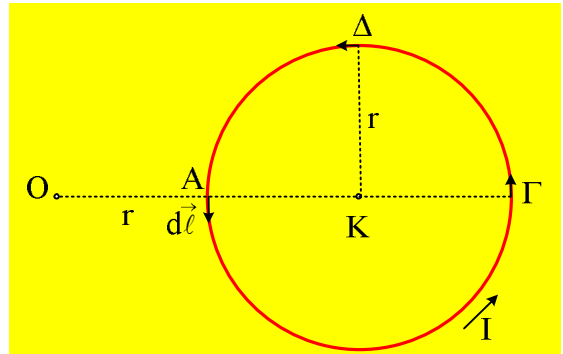


Ένας κυκλικός αγωγός και τρία στοιχειώδη $d\ell$.

Δίνεται ένας κυκλικός αγωγός κέντρου K και ακτίνας r , στο επίπεδο της σελίδας, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , όπως στο σχήμα.



- i) Να σχεδιάσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός, στο κέντρο του K και στο σημείο O του επιπέδου, στην προέκταση της ακτίνας KA , όπου $(OA)=r$.

Δίνονται τρία στοιχειώδη τόξα $d\ell$, με αρχή τα σημεία A , Γ και Δ , όπου η ακτίνα $K\Delta$ είναι κάθετη στη διάμετρο $A\Gamma$, όπως στο σχήμα.

- ii) Εξαιτίας του τόξου $d\ell$ στο A , στο σημείο O δημιουργείται μαγνητικό πεδίο έντασης dB_1 .

α) Να σχεδιάσετε στο σχήμα την ένταση dB_1 , καθώς και την ένταση dB_2 που δημιουργεί στο σημείο O , το αντίστοιχο τόξο στο Γ (αντιδιαμετρικό του A).

β) Για τα μέτρα των δύο παραπάνω στοιχειωδών εντάσεων, ισχύει:

$$\text{a) } dB_1 < 8dB_2, \quad \text{b) } dB_1 = 8 dB_2, \quad \text{c) } dB_1 > 8 dB_2.$$

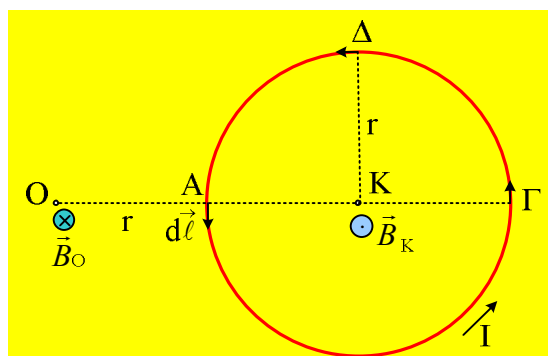
- iii) Αφού σημειώσετε την ένταση dB_3 που δημιουργεί στο σημείο O το αντίστοιχο τόξο $d\ell$ που βρίσκεται στο σημείο Δ , να βρείτε την σωστή σχέση για το μέτρο τις, σε σχέση με το μέτρο τις έντασης dB_2 :

$$\text{a) } dB_3 < dB_2, \quad \text{b) } dB_3 = dB_2, \quad \text{c) } dB_3 > dB_2.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις τις.

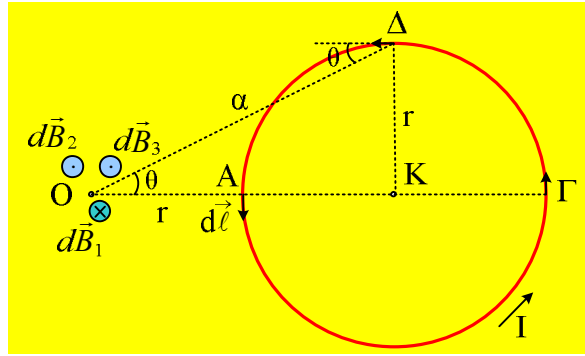
Απάντηση:

- i) Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού η ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο του αγωγού με φορά τις τα έξω, τις στο σχήμα. Αλλά αν σκεφτούμε ότι οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές*, τότε αν στο εσωτερικό του κυκλικού αγωγού οι δυναμικές γραμμές «εξέρχονται» από την σελίδα στο εξωτερικό του οι δυναμικές γραμμές θα «εισέρχονται» στην σελίδα, με αποτέλεσμα οι δυο εντάσεις να έχουν την κατεύθυνση που φαίνεται στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα.



- ii) Με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε τις στοιχειώδεις εντάσεις dB_1 , dB_2 και dB_3 του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν στο σημείο O , τα τρία στοιχειώδη τόξα μήκους $d\ell$ με αρχή τα σημεία A , Γ και Δ ,

αντίστοιχα.



- α) Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα τρία διανύσματα για τις στοιχειώδους εντάσεις του μαγνητικού πεδίου, εξαιτίας των τριών dl .
- β) Από τον νόμο των Biot-Savart για το μέτρο τις έντασης dB_1 ισχύει:

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r_1^2} \eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \quad (1)$$

Το αντίστοιχο μέτρο για την ένταση dB_2 θα έχουμε:

$$dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r_2^2} \eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(3r)^2} = \frac{1}{9} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} = \frac{1}{9} dB_1 \quad (2) \rightarrow$$

$$dB_1 = 9dB_2$$

Σωστό το c).

- iii) Το σημείο O απέχει από το Δ απόσταση α, όπου από (Π.Θ), βλέπε παραπάνω σχήμα:

$$\alpha^2 = (AK)^2 + (KA)^2 \rightarrow \alpha^2 = (2r)^2 + r^2 = 5r^2$$

Εξάλλου το τμήμα dl στο σημείο Δ, είναι κάθετο στην ακτίνα ΚΔ, άρα παράλληλο με την ΑΓ (...και την ΟΓ), οπότε η γωνία θ που σχηματίζει με την ΔΟ, είναι ίση και με την γωνία ΔΟΚ, οπότε:

$$\eta\mu\theta = \frac{(KA)}{(OA)} = \frac{r}{a}$$

Αλλά τότε από τον νόμο των Biot-Savart για το μέτρο της έντασης dB_3 θα έχουμε:

$$dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{\alpha^2} \eta\mu\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{5r^2} \cdot \frac{r}{a} \rightarrow$$

$$dB_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{5r^2} \cdot \frac{r}{r\sqrt{5}} = \frac{1}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} = \frac{\sqrt{5}}{25} dB_1 \quad (3)$$

Για να συγκρίνουμε τα μέτρα των δύο εντάσεων από τις σχέσεις (2) και (3) θα πρέπει να συγκρίνουμε το

$\frac{1}{9}$ και το $\frac{\sqrt{5}}{25}$, για το ποιος αριθμός είναι μεγαλύτερος. Εδώ το $\frac{1}{9} > \frac{\sqrt{5}}{25}$. Πράγματι υψώνοντας στο

τετράγωνο θα έχουμε:

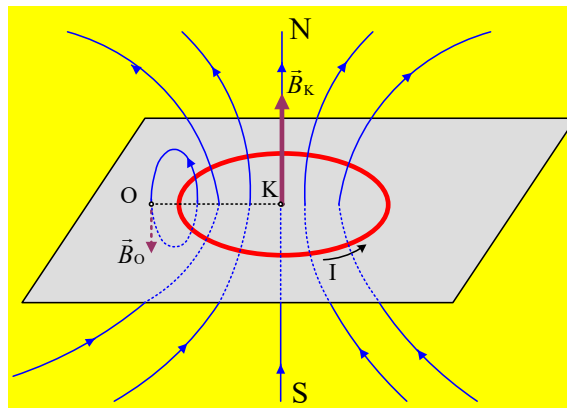
$$\frac{1}{9^2} > \frac{5}{625} \rightarrow \frac{1}{81} > \frac{1}{125}, \text{ αφού } 125 > 81!$$

Άρα $dB_2 > dB_3$ και σωστό το α).

Σχόλιο*:

Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί το μαγνητικό πεδίο ενός οριζώντιου κυκλικού αγωγού, παρόμοιο με το μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη με δυο πόλους.

Γι' αυτό άλλωστε και ο κυκλικός αγωγός ονομάζεται και **μαγνητικό δίπολο!**



Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι δυναμικές γραμμές «κόβουν» κάθετα το οριζόντιο επίπεδο σε όλα τα σημεία του οριζοντίου επιπέδου.

Έτσι στο κέντρο K η ένταση B_K είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, όπως και σε όλα τα εσωτερικά σημεία του κύκλου, ενώ αντίθετα στα σημεία εκτός του κύκλου (και στο O) η ένταση είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.

dmargaris@gmail.com