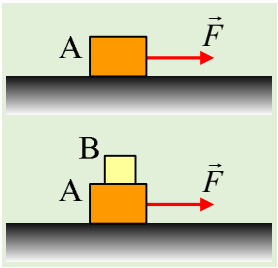
Εφαρμογές του 2ου νόμου του Νεύτωνα



Ένα σώμα Α μάζας M=2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή t=0 δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ με μέτρο F=6N, με αποτέλεσμα να κινηθεί.

i) Να εξηγήσετε γιατί η κίνηση του σώματος θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

ii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και τη μετατόπισή του τη χρονική στιγμή t_1=2s.

iii) Αν την στιγμή t_1 πάψει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, να γίνει το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=4s. Ποια η μετατόπιση του σώματος την στιγμή t_2;

iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα πάνω στο σώμα Α, τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Β, οπότε με την άσκηση της ίδιας δύναμης $\vec{F}$, βλέπουμε τα δυο σώματα να κινούνται μαζί, διανύοντας απόσταση 4m, μέχρι τη στιγμή t_1.

α) Να υπολογιστεί η μάζα m του σώματος Β.

β) Να υπολογιστεί η κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμη $\vec{F}_B$ που επιταχύνει το σώμα Β. Ποιος μπορεί να ασκεί στο σώμα Β, την δύναμη αυτή;

Απάντηση:

Αφού η κίνηση πραγματοποιείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεν θα ασχοληθούμε με κατακόρυφες δυνάμεις (όπως το βάρος) που ασκούνται στα σώματα, παρά μόνο για τις οριζόντιες που καθορίζουν την ευθύγραμμη κίνηση.

i) Μόλις ασκηθεί η δύναμη $\vec{F}$ στο σώμα Α, αυτό θα επιταχυνθεί, αποκτώντας επιτάχυνση, σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

Η επιτάχυνση αυτή του σώματος θα έχει την κατεύθυνση της δύναμης και σταθερό μέτρο, αφού και η ασκούμενη δύναμη έχει σταθερό μέτρο. Αλλά τότε έχουμε ένα σώμα που ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς η κίνησή του θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, στην διεύθυνση της ασκούμενης δύναμης $\vec{F}$.

ii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση (την κατεύθυνση της δύναμης) ως θετική, από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$F = Ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F}{M} = \frac{6}{2}\frac{m}{s^2} = 3\frac{m}{s^2}.$$

Ενώ για την κίνησή του θα ισχύουν οι εξισώσεις για ταχύτητα και μετατόπιση:

$$\upsilon = a_1 t \quad (2) \qquad \text{και} \qquad \Delta x_1 = \frac{1}{2}\, a_1 t^2 \quad (3)$$

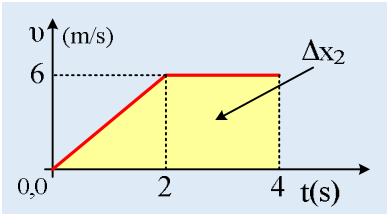
Με αντικατάσταση στην (3), t=2s παίρνουμε:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\, a_1 t^2 = \frac{1}{2}\, 3 \cdot 2^2 m = 6m$$

iii) Τη στιγμή t_1 που σταματά να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ στο σώμα Α, αυτό έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$\upsilon_1 = a_1 t = 3 \cdot 2\ \frac{m}{s} = \ 6\frac{m}{s}.$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι στη διάρκεια της επιταχυνόμενης η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά, ενώ μετά την στιγμή t_1, η συνισταμένη δύναμη στο σώμα μηδενίζεται, αυτό θα κινηθεί πλέον με σταθερή ταχύτητα, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, χαράσσουμε το ζητούμενο διάγραμμα υ-t, όπως στο σχήμα.



Εξάλλου η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμή t_2=4s, είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδόν του κίτρινου τραπεζίου, στο παραπάνω διάγραμμα:

$$\Delta x_2 = \frac{B+\beta}{2}\upsilon = \frac{4+2}{2}6m = 18m$$

Εναλλακτικά, αφού ξέρουμε την μετατόπιση μέχρι τη στιγμή t_1, αρκεί να υπολογίσουμε την μετατόπιση μεταξύ 2s-4s, όπου ισχύει:

$$\Delta x_{12} = \upsilon_1 \cdot \Delta t = 6 \cdot 2m = 12m \ \rightarrow$$

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + \Delta x_{12} = 6m + 12m = 18m$$

iv) Από την στιγμή που τα δυο σώματα κινούνται μαζί, ας ονομάσουμε το σύστημα των δύο σωμάτων σαν ένα σώμα Σ, το οποίο δέχεται την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$ και επιταχύνεται.

α) Εφαρμόζοντας για το σώμα Σ τον 2ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\vec{F} = m_{o\lambda}\vec{\alpha} \rightarrow F = (M+m)a_2 \quad (4)$$

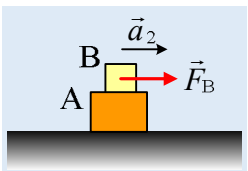
Αλλά και πάλι το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε:

$$\Delta x_\Sigma = \frac{1}{2}\, a_2 t^2 \ \rightarrow \ a_2 = \frac{2 \cdot \Delta x_\Sigma}{t^2} = \ \frac{2 \cdot 4}{2^2}\ \frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

Έτσι επιστρέφοντας στην (4) βρίσκουμε:

$$F = (M+m)a_2 \rightarrow M + m = \frac{F}{a_2} \ \rightarrow \ m = \frac{F}{a_2} - M = \frac{6}{3}kg - 2kg = 1kg$$

β) Αφού το σώμα Β επιταχύνεται προς τα δεξιά, η συνισταμένη δύναμη F_B που δέχεται, είναι επίσης οριζόντια με κατεύθυνση προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα και μέτρο:



$$F_B = ma_2 = 1 \cdot 2N = 2N$$

Το σώμα Β έρχεται σε επαφή μόνο με το σώμα Α, άρα μόνο το Α σώμα μπορεί να ασκεί την παραπάνω

δύναμη, την απαραίτητη για την επιτάχυνση του πάνω σώματος. Αν το μυαλό μας πάει σε δύναμη από απόσταση, ας σκεφτούμε, εδώ έχουμε τέτοια δύναμη και τι κατεύθυνση έχει;

Σχόλιο.

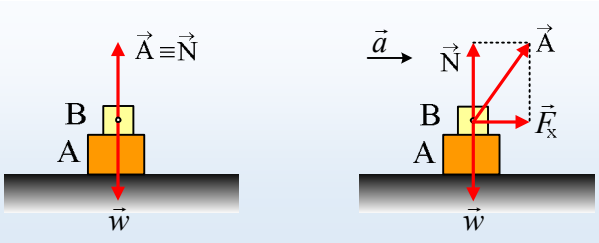
Για να δούμε λίγο αναλυτικότερα το τελευταίο ερώτημα. Αν σχεδιάζαμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β, αυτές θα είναι δύο. Το βάρος, δύναμη κατακόρυφη και μια ακόμη δύναμη από το σώμα Α πάνω στο οποίο στηρίζεται. Ποια είναι η κατεύθυνση της δύναμης αυτής;

Η κατεύθυνση της δύναμης από το σώμα Α, ας την ονομάσουμε δύναμη αντίδρασης $\vec{A}$, εξαρτάται από το τι κάνει το σώμα Β.

Έτσι αν το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί, τότε για να εξασφαλίζεται η ισορροπία του Β σώματος θα πρέπει:

$$\vec{A} + \vec{w} = 0 \rightarrow \vec{A} = -\vec{w}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι οι δυο δυνάμεις είναι αντίθετες και, (βλέπε το πρώτο σχήμα παρακάτω), αφού το βάρος είναι κατακόρυφο, κατακόρυφη είναι και η αντίδραση $\vec{A}$. Στην περίπτωση αυτή, συνήθως μιλάμε για την δύναμη στήριξης ή την κάθετη αντίδραση του επιπέδου, την οποία και την συμβολίζουμε με $\vec{N}$.



Αν όμως το σώμα επιταχύνεται, όπως στο δεξιό σχήμα, τότε η αντίδραση $\vec{A}$ του επιπέδου δεν είναι κατακόρυφη, αλλά πλάγια! Αναλύοντας τώρα την αντίδραση σε δύο συνιστώσες, μια κατακόρυφη και μια οριζόντια, η κατακόρυφη συνιστώσα, είναι η δύναμη στήριξης $\vec{N}$, ενώ η οριζόντια συνιστώσα $\vec{F}_x$, εξασφαλίζει την οριζόντια επιτάχυνση του σώματος Β.

Η διδασκαλία της τριβής παρακάτω, θα ερμηνεύσει την συνιστώσα F_x, ως δύναμη τριβής…

dmargaris@gmail.com