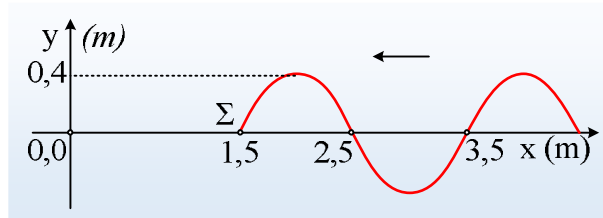


Ένα κύμα οδεύει προς τα αρνητικά του άξονα

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα με ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, προς τα αριστερά. Παίρνοντας έναν προσανατολισμένο άξονα x' με θετική φορά προς τα δεξιά και αρχή ένα σημείο O , τη στιγμή $t=0$, το κύμα φτάνει σε ένα σημείο Σ , στη θέση $x_{\Sigma}=1,5\text{m}$, ενώ τη στιγμή αυτή, το μέσον εμφανίζει τη μορφή που δείχνει το σχήμα.



- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ , σε συνάρτηση με το χρόνο ($y=f(t)$).
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t_1=1,5\text{s}$.
- Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, για την απομάκρυνση ($y=f(t)$) και την ταχύτητα ($v=f(t)$), ενός σημείου B στην θέση $x=1\text{m}$.

Απάντηση:

- Το σημείο Σ στο οποίο φτάνει το κύμα, ξεκινά την ταλάντωσή του από την θέση ισορροπίας του αποκτώντας ταχύτητα προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση του άξονα y), αφού τα σημεία στα δεξιά του, έχουν θετικές απομακρύνσεις. Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση που θα εκτελέσει είναι της μορφής:

$$y_{\Sigma} = A \cdot \eta\mu(\omega t)$$

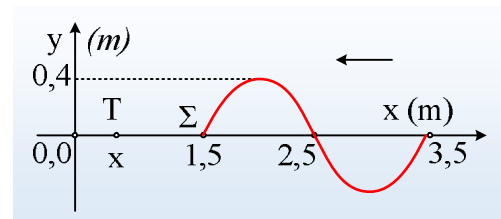
Αλλά με βάση το σχήμα, το κύμα έχει πλάτος $A=0,4\text{m}$ και μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$ και από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής παίρνουμε:

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} \rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2}{2}\text{s} = 1\text{s}$$

Οπότε η παραπάνω εξίσωση της απομάκρυνσης, παίρνει τη μορφή:

$$y_{\Sigma} = 0,4 \cdot \eta\mu(2\pi t) \text{ μονάδες στο S.I. (1)}$$

- Έστω ένα τυχαίο σημείο T , στην θέση x , όπως στο σχήμα. Το κύμα για να φτάσει από το Σ στο T θα χρειαστεί χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{(T\Sigma)}{v} = \frac{1,5-x}{2}$ (S.I.) οπότε η εξίσωση της απομάκρυνσης του τυχαίου σημείου T , θα παίρνει την μορφή:



$$y = 0,4 \cdot \eta\mu[2\pi(t - \Delta t)] = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{1,5 - x}{2} \right) \rightarrow$$

$$y = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \right) \text{ (S.I.)} \quad (2)$$

Σημείωση: Θα μπορούσαμε να πάρουμε το σημείο T, δεξιά του Σ. Τότε θα είχαμε $\Delta t = \frac{x-1,5}{2}$, και:

$$y = 0,4 \cdot \eta\mu [2\pi(t + \Delta t)] = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \right)$$

Η εξίσωση (2) είναι η εξίσωση του κύματος, για το παραπάνω κύμα.

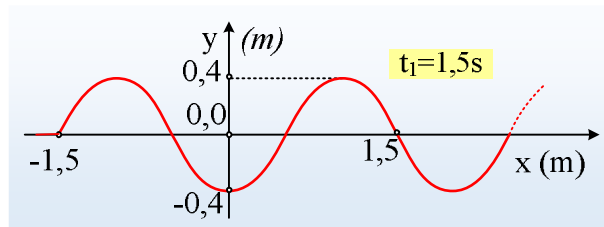
iii) Με αντικατάσταση στην (2) $t=t_1=1,5\text{s}$, παίρνουμε:

$$y = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \right) = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(1,5 + \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \right) \rightarrow$$

$$y = 0,4 \cdot \eta\mu \left(\pi x + \frac{3}{2}\pi \right) = -0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x), \quad (3)$$

$$\mu\epsilon \ x \geq x_{\Sigma} - vt_1 \rightarrow x \geq 1,5\text{m} - 2 \cdot 1,5\text{m} \rightarrow x \geq -1,5\text{m}$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης (3) θα είναι της μορφής:



iv) Με αντικατάσταση στην εξίσωση του κύματος $x=1\text{m}$, παίρνουμε:

$$y_B = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) = 0,4 \cdot \eta\mu \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = -0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t) \quad (4)$$

$$v_B = A\omega \cdot \sigma\upsilon\nu \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = 0,8\pi \cdot \sigma\upsilon\nu \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right) = 0,8\pi \cdot \eta\mu(2\pi t) \quad (5)$$

Ενώ η ταλάντωση του σημείου B ξεκινά τη στιγμή: $t_1 = \frac{d}{v} = \frac{x_{\Sigma} - x_B}{v} = \frac{1,5-1}{2} \text{s} = 0,25\text{s}$

Παρακάτω βλέπετε τις ζητούμενες γραφικές παραστάσεις.

