Πότε λέμε ότι δυο σχήματα είναι όμοια; Πότε δυο πολύγωνα είναι όμοια;

Δυο σχήματα λέμε ότι είναι όμοια, όταν το ένα είναι σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.

Δυο πολύγωνα με το ίδιο πλήθος πλευρών είναι όμοια, όταν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες.
Για παράδειγμα δυο πεντάγωνα ΑΒΓΔΕ και Α΄Β΄Γ΄Δ΄Ε΄ είναι όμοια όταν:

$Α=Α΄$, $Β=Β΄$, $Γ=Γ΄$, $Δ=Δ΄$, $Ε=Ε΄$ και $\frac{ΑΒ}{Α΄Β΄}=\frac{ΒΓ}{Β΄Γ΄}=\frac{ΓΔ}{Γ΄Δ΄}=\frac{ΔΕ}{Δ΄Ε΄}=\frac{ΕΑ}{Ε΄Α΄}$

Να διατυπωθούν τα κριτήρια ομοιότητας δυο τριγώνων.

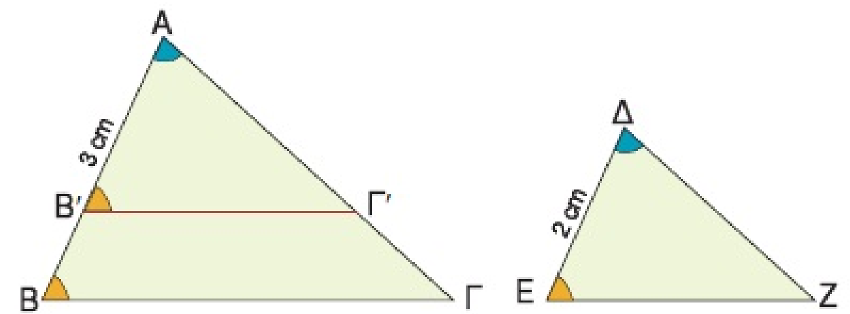
ΚΡΙΤΗΡΙΟ 1^{o} : Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες ίσες μια προς μια, τότε είναι όμοια.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ 2^{o} : Αν δυο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια.

A Όμοια τρίγωνα

Δύο τρίγωνα ΑΒΓ, ΔΕΖ, όπως και δύο πολύγωνα, είναι όμοια, αν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες.

Δηλαδή αν έχουν



$$\frac{AB}{\Delta E} = \frac{A\Gamma}{\Delta Z} = \frac{B\Gamma}{EZ} \quad \text{και} \quad \widehat{A} = \widehat{\Delta}, \quad \widehat{B} = \widehat{E}, \quad \widehat{\Gamma} = \widehat{Z}.$$

Για να είναι λοιπόν δύο τρίγωνα όμοια πρέπει να ισχύουν όλες οι προηγούμενες ισότητες; Ευτυχώς όχι.

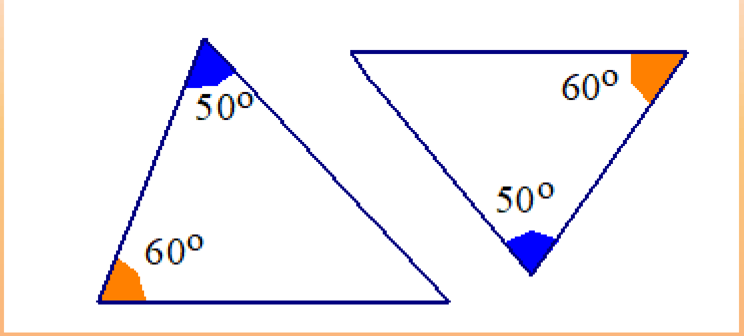
Για παράδειγμα, ας πάρουμε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ που έχουν δύο γωνίες τους ίσες ($\hat{A} = \hat{\Delta}$ και $\hat{B} = \hat{E}$).

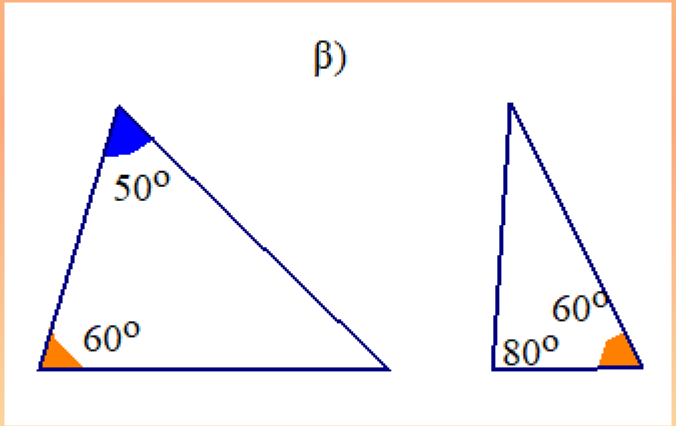
Αν τοποθετήσουμε το τρίγωνο ΔΕΖ πάνω στο ΑΒΓ, ώστε η γωνία $\widehat{\Delta}$ να συμπέσει με την ίση της γωνία $\widehat{A}$, τότε η πλευρά ΕΖ θα συμπέσει με τη Β΄Γ΄ και οι γωνίες $\widehat{B}$, $\widehat{B}'$ θα είναι ίσες. Άρα Β΄Γ΄ // ΒΓ και από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε:

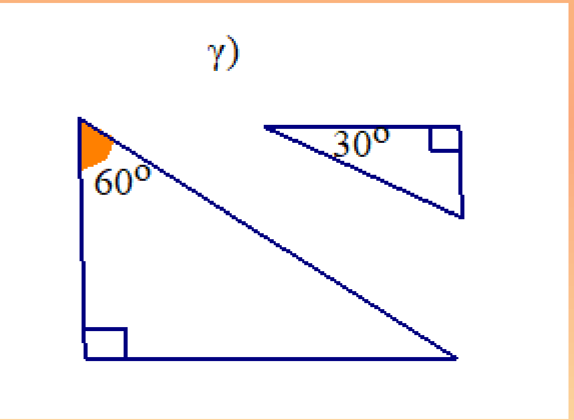
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{A\Gamma'}{A\Gamma} = \frac{2}{3} \quad \text{ή} \quad AB' = \frac{2}{3}\cdot AB \quad \text{και} \quad A\Gamma' = \frac{2}{3}\cdot AB$$

Άρα το τρίγωνο ΑΒ΄Γ΄ είναι ομοιόθετο του ΑΒΓ στην ομοιοθεσία με κέντρο Α και λόγο $\frac{2}{3}$, οπότε ΑΒ΄Γ΄≈ ΑΒΓ. Επειδή τα τρίγωνα ΔΕΖ, ΑΒ΄Γ΄ είναι ίσα, θα είναι και ΔΕΖ ≈ ΑΒΓ. Επομένως

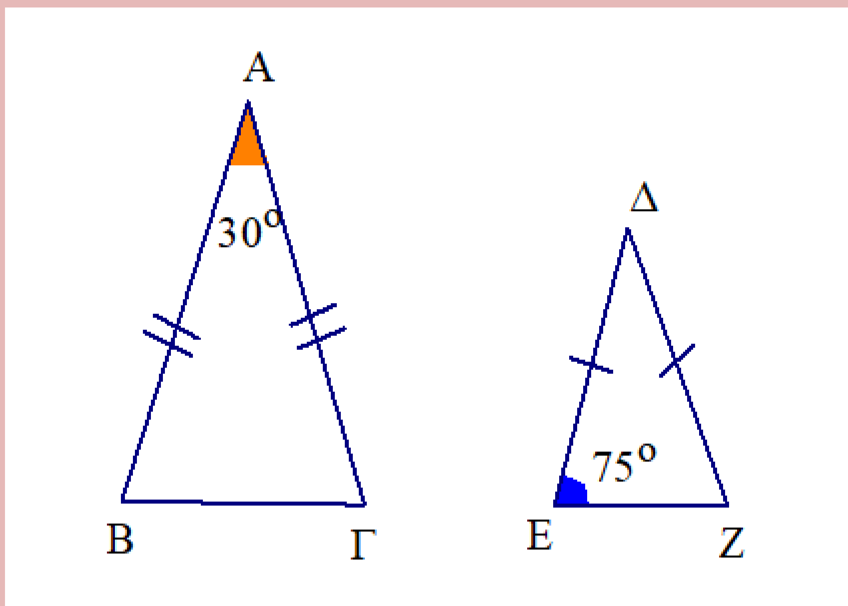
Ποια από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια;







Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια



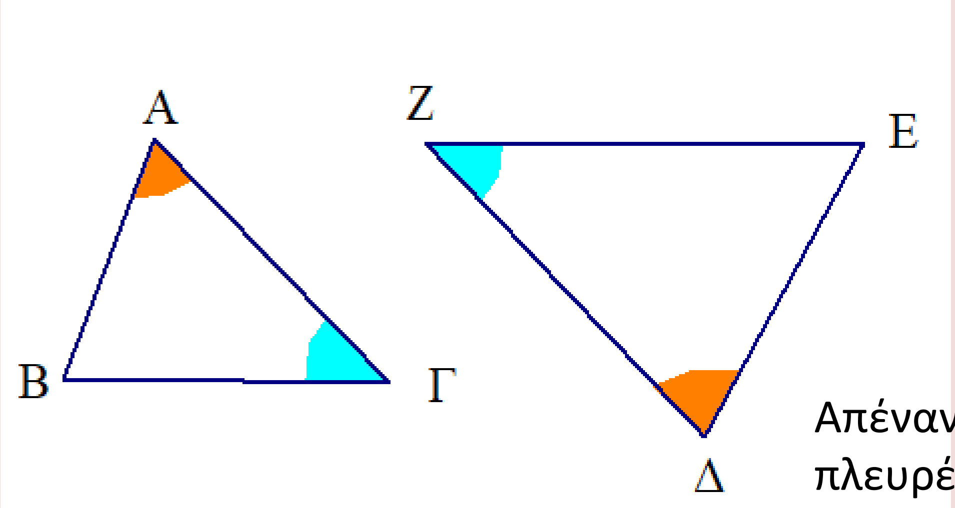
$\hat{B}+\hat{\Gamma}=180° - 30°=150°$

Οπότε Β=Γ=75 °

Ομοίως

$\hat{E}=\hat{Z}=75°$ ΚΑΙ $\hat{\Delta}=180°-° (75°+75°)=30$

3α) Να γράψετε τους ίσους λόγους στα παρακάτω ζεύγη των ομοίων τριγώνων



Απέναντι από ίσες γωνίες είναι οι ομόλογες πλευρές δηλαδή η πλευρά ΑΒ βρίσκεται απέναντι από την γωνία Γ που είναι ίση με την Γωνία Ζ. Άρα στον παρανομαστή θα έχω την πλερά που βρίσκεται απέναντι από την γωνία Ζ δηλαδή ΔΕ

xxx

Κόλπο
Γράφω τα τρίγωνα κατά ίση γωνία Α=Δ Γ=Ζ Β=Ε

ΑΡΑ ΑΒΓ≈ΔΕΖ

$$\frac{AB}{\Delta E}=\frac{A\Gamma}{\Delta Z}=\frac{B\Gamma}{EZ}$$

• Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν μια γωνία του ενός είναι ίση με μια γωνία του άλλου και οι πλευρές που περιέχουν τις ίσες γωνίες είναι ανάλογες.

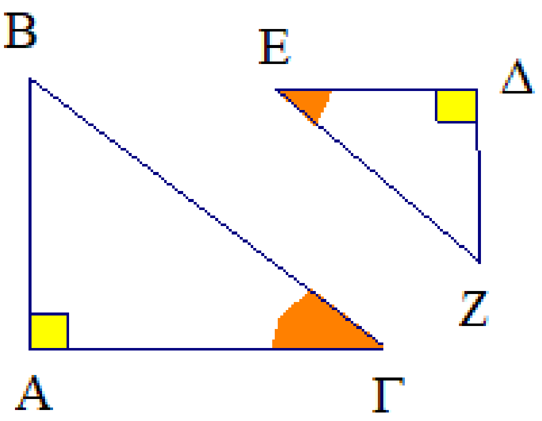
• Σε δύο ορθογώνια τρίγωνα όταν μια οξεία γωνία του ενός είναι ίση με μια οξεία γωνία του άλλου τότε αυτά είναι όμοια.

• Αν $A\hat{B}\Gamma \approx \Delta\hat{E}Z$ με $\hat{A}=\hat{\Delta}$, $\hat{B}=\hat{E}$, $\hat{\Gamma}=\hat{Z}$ τότε για να γράψουμε τις ανάλογες πλευρές εργαζόμαστε ως εξής:

Αφού $\hat{A}=\hat{\Delta}$, $\hat{B}=\hat{E}$, $\hat{\Gamma}=\hat{Z}$ γράφουμε $\begin{cases} A\ ,B\ ,\Gamma \\ \Delta\ ,E\ ,Z \end{cases}$ και σχηματίζουμε τρεις ίσους λόγους οι οποίοι έχουν αριθμητές τα ευθύγραμμα τμήματα με άκρα όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των γραμμάτων Α, Β, Γ και παρονομαστές τα ευθύγραμμα τμήματα με άκρα όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των γραμμάτων Δ, Ε, Ζ δηλ.

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r] & B \arrow[r] & \Gamma \arrow[ll, bend right] \\ \Delta \arrow[r] & E \arrow[r] & Z \arrow[ll, bend left] \end{tikzcd} \qquad \frac{AB}{\Delta E}=\frac{B\Gamma}{EZ}=\frac{\Gamma A}{ZA}.$$

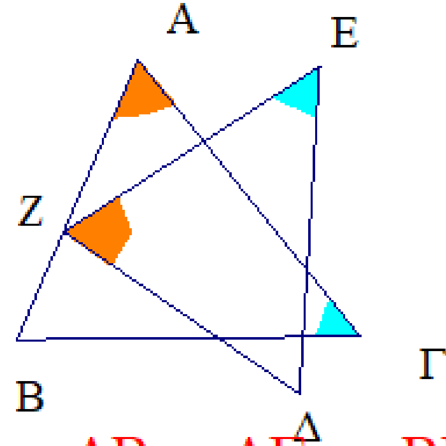
β)



$$\frac{AB}{\Delta Z}=\frac{A\Gamma}{E\Delta}=\frac{B\Gamma}{EZ}$$

ΑΒΓ≈ΔΖΕ

γ)



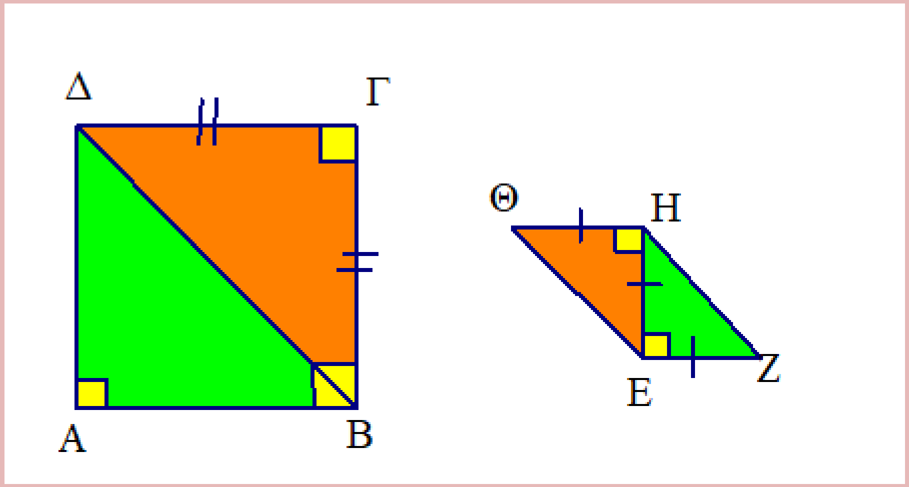
$$\frac{AB}{\Delta Z}=\frac{A\Gamma}{EZ}=\frac{B\Gamma}{E\Delta}$$

ΑΒΓ≈ΖΔΕ

5

α) Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΕΖΗ είναι όμοια.

β) Αν δύο πολύγωνα αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό ομοίων τριγώνων, είναι πάντα όμοια ;

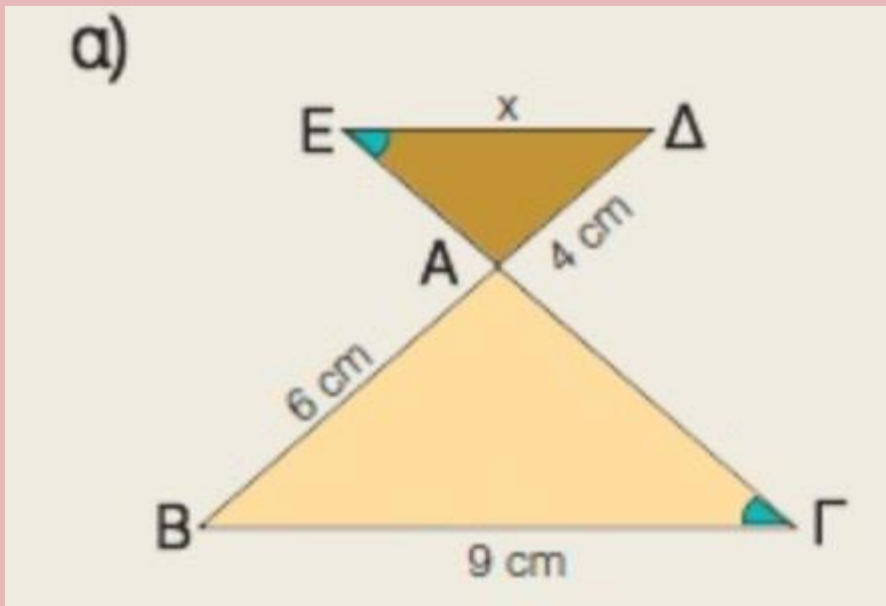


α)
Είναι όμοια διότι είναι ορθογώνια και ισοσκελή
συνεπώς οι οξείες γωνίες τους είναι 45^o η κάθε μία.

β)
Όχι διότι στο πρόβλημά μας έχουμε δύο πολύγωνα που αποτελούνται από όμοια τρίγωνα, εντούτοις τα πολύγωνα δεν είναι όμοια διότι οι γωνίες τους δεν είναι ίσες.

Ασκήσεις

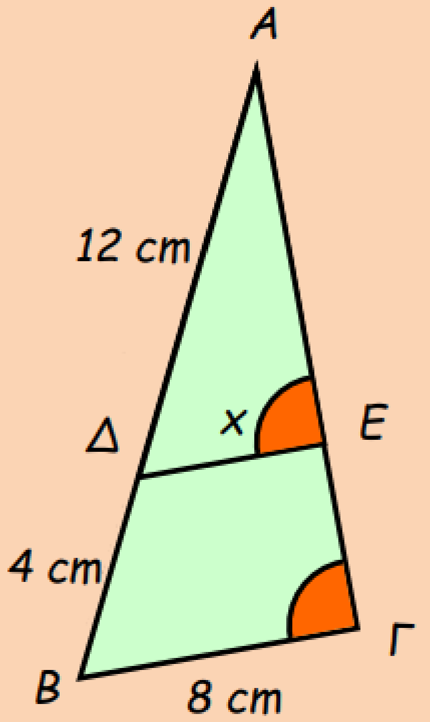
1. Να υπολογίσετε το χ σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:



Στο πρώτο σχήμα τα τρίγωνα ΑΕΔ $\approx \mathrm{A\Gamma B}$ είναι όμοια διότι $E\hat{A}\Delta = B\hat{A}\Gamma$ Ως κατακορυφήν και $\hat{E}=\hat{\Gamma}$ από υπόθεση

(2 γωνίες ίσες θα είναι και οι τρίτες άρα τα τρίγωνα είναι όμοια)

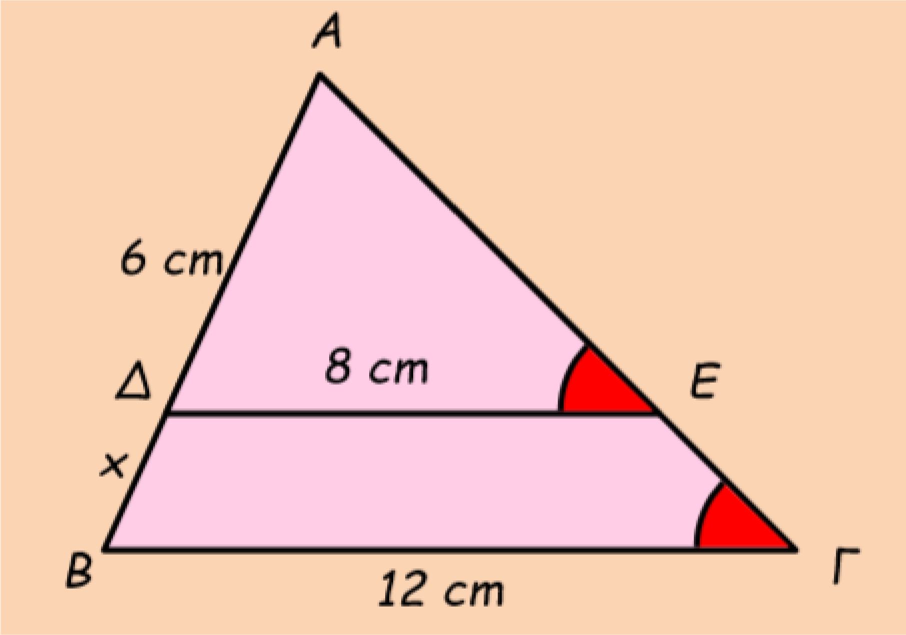
Άρα $\frac{\mathrm{A\Delta}}{\mathrm{AB}}=\frac{\mathrm{E\Delta}}{\mathrm{B\Gamma}} \to \frac{4}{6}=\frac{X}{9} \to$ X=6 cm β)



$\overset{\Delta}{\text{ΑΔΕ}} \approx \overset{\Delta}{\text{ΑΒΕ}}$ αφού Α κοινή και $\hat{\text{Ε}}=\hat{\Gamma}$ από υπόθεση

$$\frac{\text{ΑΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\text{ΔΕ}}{\text{ΒΕ}} \to \frac{12}{16} = \frac{\text{X}}{8} \to 16\text{X} = 12\ 8 \to \text{X} = \frac{12\ 8}{16} \to \text{X} = 6$$

ΣΗΜΈΙΩΣΗ οι γωνίες Δ,Β ΚΑΙ Ε , Γ αφού είναι ίσες σημαίνει πως ΔΕ ΚΑΙ ΒΓ είναι παράλληλες άρα οι γωνίες θα είναι εκτός εντός και επί τα αυτά



$\overset{\Delta}{\text{ΑΔΕ}} \approx \overset{\Delta}{\text{ΑΒΓ}}$

- $\hat{E} = \hat{\Gamma}$
- $\hat{A}$ = κοινη

Ετσι

$\frac{E\Delta}{B\Gamma} = \frac{A\Delta}{AB}$ η $\frac{8}{12} = \frac{6}{x+6}$ η $8(x + 6) = 72$ η $8x + 48 = 72$ η $8x = 24$ η $x = 3$ cm

2.

Δινεται ορθογωνιο τριγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^o$) και $A\Delta$ το υψος του. Να αποδειξετε οτι τα τριγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta\Gamma$ ειναι ομοια. Αν $\Delta B = 4cm$ και $\Delta\Gamma = 9cm$, να βρειτε το μηκος του τμηματος $A\Delta$.

Τα τριγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta\Gamma$ ειναι ομοια, αφου

- ειναι ορθογωνια με $A\hat{\Delta}\Gamma = A\hat{\Delta}B = 90^o$
- $\begin{cases} \Gamma\hat{A}\Delta + \hat{\Gamma} = 90^0 \\ \hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^0 \end{cases}$ τοτε $\Gamma\hat{A}\Delta + \cancel{\hat{\Gamma}} = \hat{B} + \cancel{\hat{\Gamma}}$ η $\Gamma\hat{A}\Delta = \hat{B}$

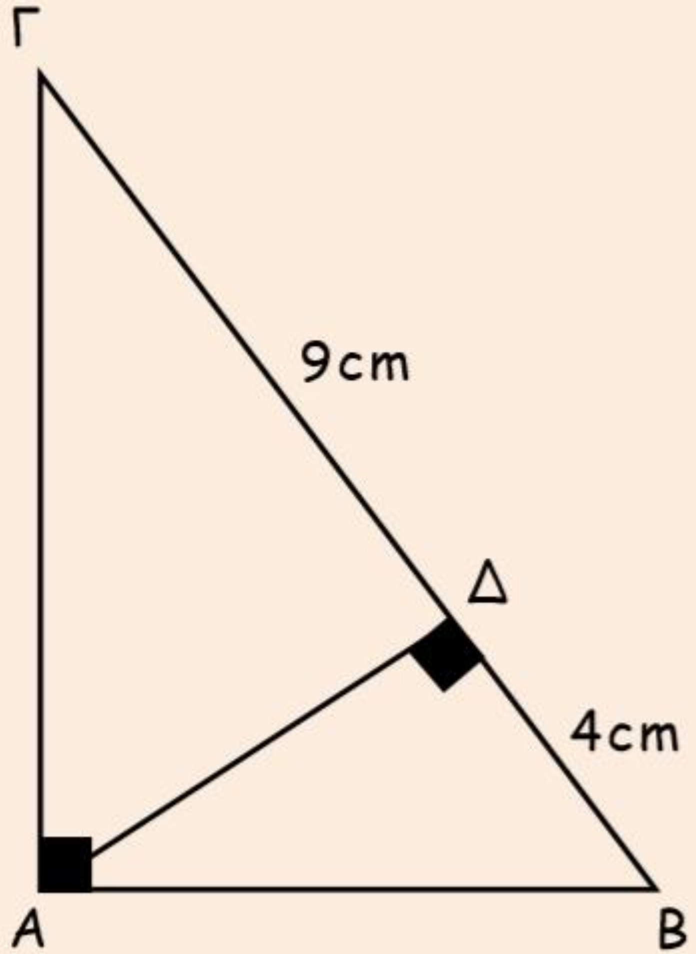
Ετσι ισχυει

$$\frac{\Delta\Gamma}{A\Delta} = \frac{A\Delta}{\Delta B}$$

$$\frac{9}{A\Delta} = \frac{A\Delta}{4}$$

$A\Delta^2 = 36$

$A\Delta = 6$ cm



3.

Στις καθετες πλευρες ΑΒ = 8cm και ΑΓ = 12cm ενος ορθογωνιου τριγωνου ΑΒΓ να παρετε αντιστοιχως τα σημεια Δ και Ε ωστε ΑΔ = 2cm και ΑΕ = 3cm. Να αποδειξετε οτι

α) *ΔΕ // ΒΓ*

β) *Τα τριγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ ειναι ομοια .*

α)

Ειναι

- $\frac{Α\Delta}{ΑΒ} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
- $\frac{ΑΕ}{Α\Gamma} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

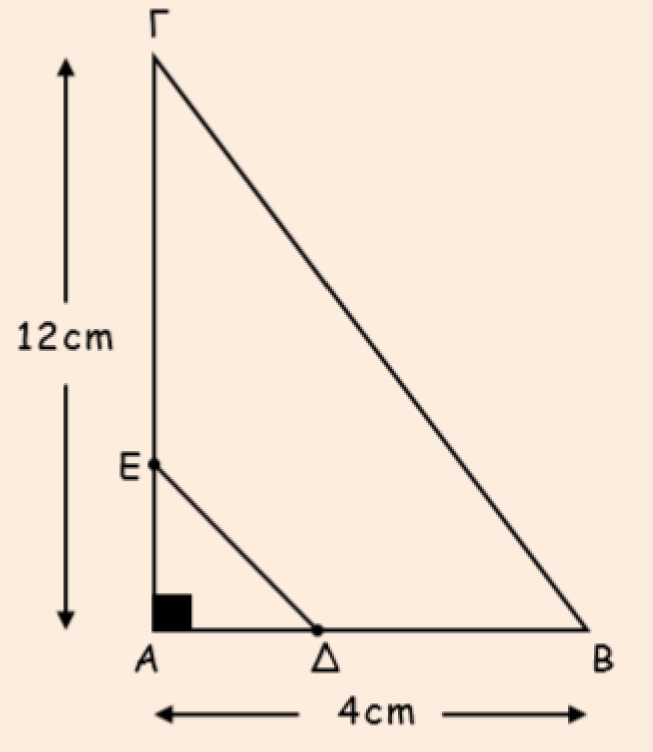
Ετσι

$\frac{Α\Delta}{ΑΒ} = \frac{ΑΕ}{Α\Gamma}$, συνεπως ΔΕ // ΒΓ

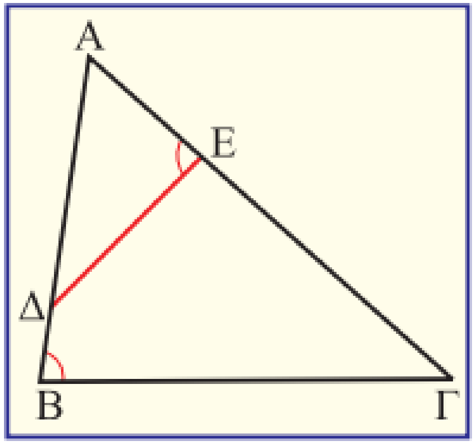
β)

Τα τριγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ ειναι ομοια γιατι

- ορθογωνια ($\hat{A} = 90^0$ κοινη)
- $\hat{\Gamma} = Α\hat{Ε}\Delta$ εντος εναλλαξ (ΕΔ // ΒΓ) .



Στο παρακάτω σχήμα να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $A\Delta E$ είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία των πλευρών τους.



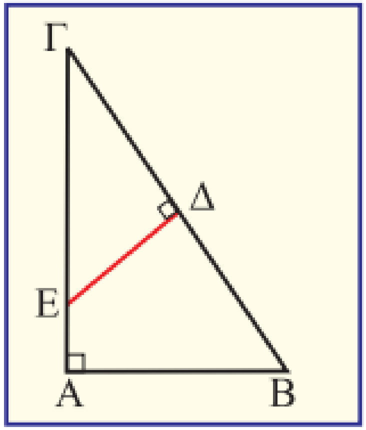
Λύση

Είναι $A\hat{E}\Delta \approx A\hat{B}\Gamma$ διότι : • $\hat{A} = \hat{A}$ (κοινή)

• $\hat{E} = \hat{\Delta}$ (υπόθεση)

οπότε ισχύει και $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{E\Delta}{B\Gamma} = \dfrac{\Delta A}{A\Gamma}$.

Στο διπλανό σχήμα να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\hat{B}\Gamma$, $A\hat{\Delta}E$ είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία των πλευρών τους.



Λύση

Είναι $\Gamma\hat{A}B \approx \Gamma\hat{\Delta}E$ διότι : • $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}$ (κοινή)

• $\widehat{A} = \widehat{\Delta} = 90^0$

οπότε ισχύει και $\dfrac{\Gamma A}{\Gamma\Delta} = \dfrac{AB}{\Delta E} = \dfrac{B\Gamma}{E\Gamma}$.

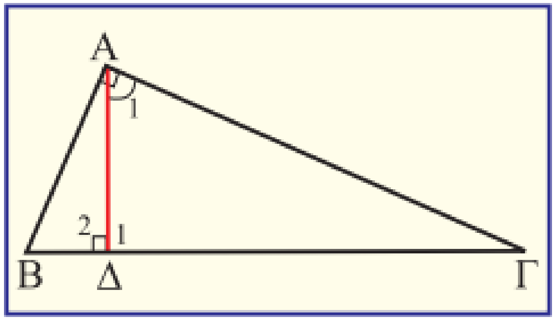
Έστω ΑΔ το ύψος ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ $\left(\hat{A}=90^o\right)$. Να δείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα ΑΒΓ , ΑΔΓ είναι όμοια.

β. Τα τρίγωνα ΑΒΓ , ΑΒΔ είναι όμοια.

γ. Τα τρίγωνα ΑΒΔ , ΑΔΓ είναι όμοια

Σε κάθε περίπτωση να γράψετε τους λόγους των πλευρών των όμοιων τριγώνων.



Λύση

α. Είναι $A\hat{B}\Gamma \approx A\hat{\Delta}\Gamma$ διότι :
- $\hat{\Gamma}=\hat{\Gamma}$ (κοινή)
- $\hat{A}=\widehat{\Delta_1}=90^0$,οπότε ισχύει και $\dfrac{B\Gamma}{A\Gamma}=\dfrac{A\Gamma}{A\Delta}=\dfrac{A\Gamma}{\Gamma\Delta}$.

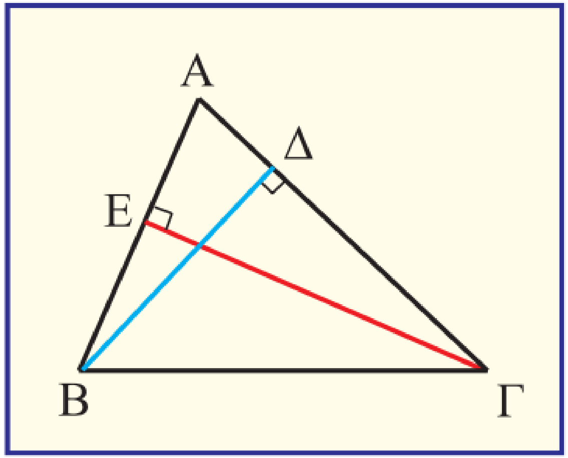
β. Είναι $\Gamma\hat{A}B \approx \Gamma\hat{\Delta}E$ διότι :
- $\hat{B}=\hat{B}$ (κοινή)
- $\hat{A}=\hat{\Delta}_2=90^0$,οπότε ισχύει και $\dfrac{B\Gamma}{AB}=\dfrac{A\Gamma}{A\Delta}=\dfrac{AB}{B\Delta}$.

γ. $\left.\begin{array}{l}\text{στο } A\hat{B}\Gamma : \hat{B}=90^o-\hat{\Gamma} \\ \text{στο } A\hat{\Delta}\Gamma : \hat{A}_1=90^o-\hat{\Gamma}\end{array}\right\}$ Άρα $\hat{B}=\hat{A}_1$ (1)

Είναι $A\hat{B}\Delta \approx A\hat{\Delta}\Gamma$ διότι :
- $\hat{\Delta}_1=\hat{\Delta}_2=90^0$
- $\hat{B}=\hat{A}_1$ (λόγω (1)) ,οπότε ισχύει και $\dfrac{AB}{A\Gamma}=\dfrac{A\Delta}{\Gamma\Delta}=\dfrac{B\Delta}{A\Delta}$.

Δίνεται τρίγωνο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και ΒΔ, ΓΕ τα ύψη του. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Delta}$, $\overset{\triangle}{A\Gamma E}$ είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες των πλευρών τους.

Λύση

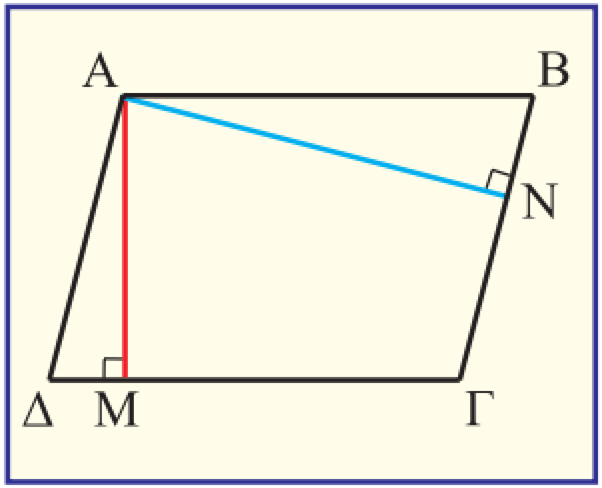


$A\overset{\triangle}{B}\Delta \approx A\overset{\triangle}{\Gamma}E$ διότι :

$$\left.\begin{aligned} &\bullet \hat{A} = \hat{A}\ (\text{κοινή}) \\ &\bullet \hat{\Delta} = \hat{E} = 90^0 \end{aligned}\right\} \text{Άρα} \quad \frac{A\Delta}{AE} = \frac{\Delta B}{E\Gamma} = \frac{BA}{\Gamma A}$$

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και ΑΜ, ΑΝ κάθετες στις πλευρές ΓΔ, ΒΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $\mathrm{AM}\cdot\mathrm{AB}=\mathrm{AN}\cdot\mathrm{A\Delta}$.

Λύση



$\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{N} \approx \mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{M}$ διότι :

$$\left.\begin{array}{l}\hat{\mathrm{N}}=\hat{\mathrm{M}}=90^0\\ \hat{\mathrm{B}}=\hat{\Delta}\ (\text{απέναντι γωνίες παραλ / μου})\end{array}\right\}\text{Άρα}$$

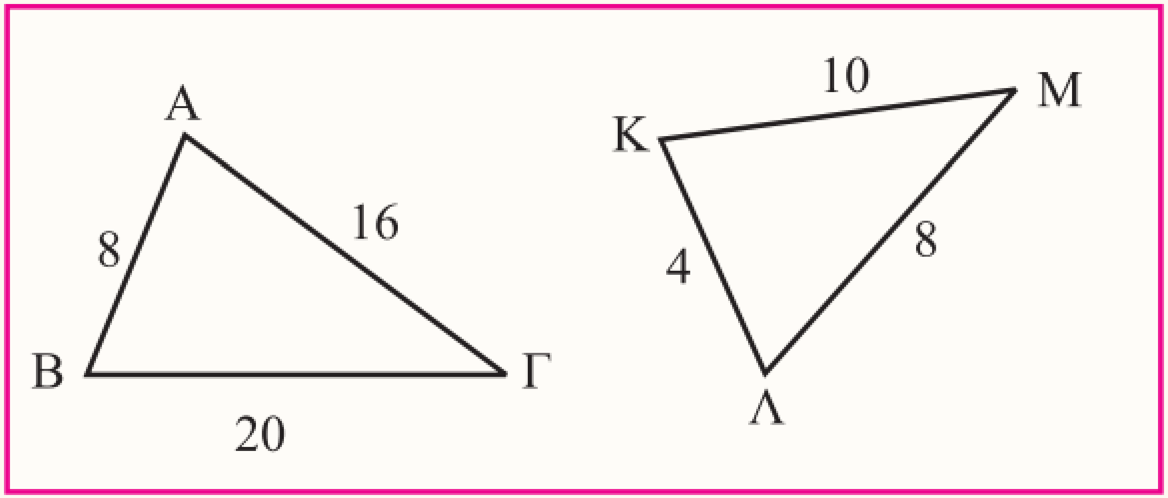
$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A\Delta}}=\frac{\mathrm{BN}}{\Delta\mathrm{M}}=\frac{\mathrm{NA}}{\mathrm{MA}}$$

Απο την $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A\Delta}}=\dfrac{\mathrm{NA}}{\mathrm{MA}}$ παίρνουμε $\mathrm{AM}\cdot\mathrm{AB}=\mathrm{AN}\cdot\mathrm{A\Delta}$.

Επίλυση Ασκήσεων

Άσκηση 1

Εξηγήστε γιατί τα παρακάτω τρίγωνα είναι όμοια και γράψτε τα ζεύγη των ίσων γωνιών.



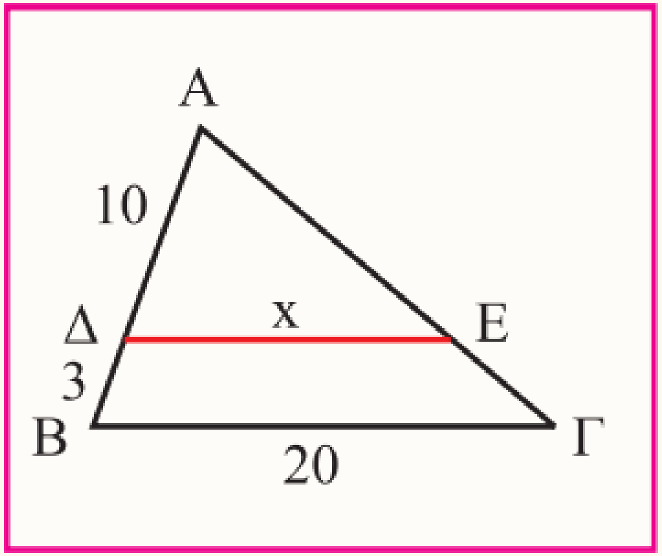
Προσέξτε τους λόγους των πλευρών

$$\frac{ΑΒ}{ΚΛ} = \frac{ΑΓ}{ΛΜ} = \frac{ΒΓ}{ΚΜ} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = \frac{20}{10} = 2$$

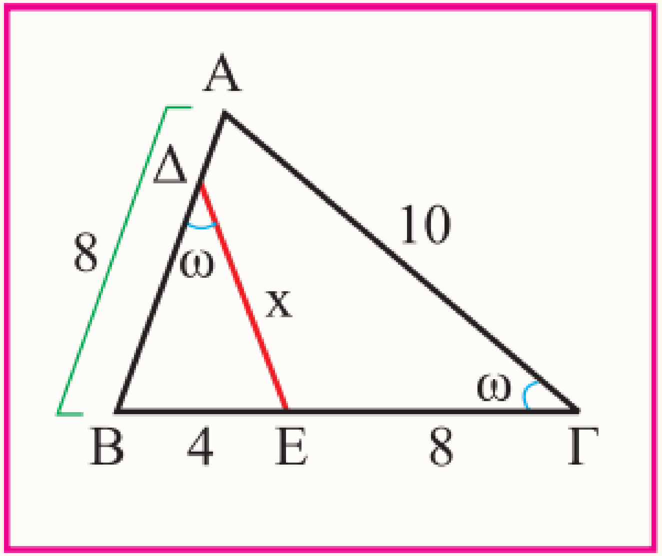
Άσκηση 2

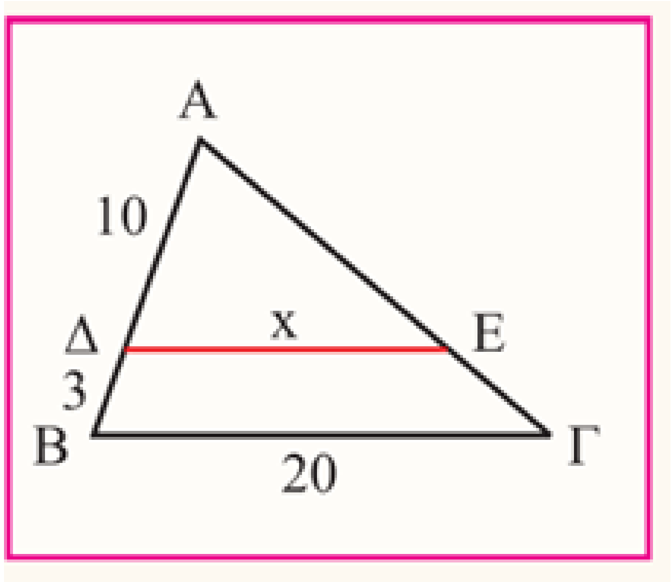
Βρείτε τον x στις παρακάτω περιπτώσεις:

α.



β.





Άσκηση 2 α

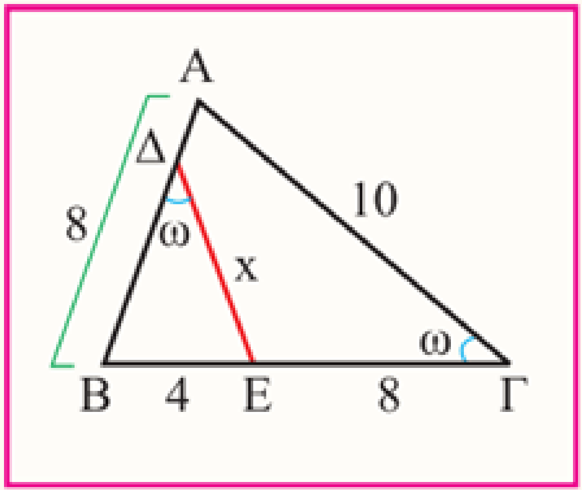
$\mathrm{AB\Gamma} \approx \mathrm{A\Delta E}$ αφού η Α γων κοινή Δγων = Β γων εκτός εντός και επί τα αυτά

Αρα

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A\Delta}} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AE}} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{\Delta E}} = \frac{13}{10} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AE}} = \frac{20}{\chi} \rightarrow$$

$$\frac{\cancel{13}\chi}{\cancel{13}} = \frac{10\ \cdot 20}{13} \rightarrow \chi = \frac{200}{13}$$

β.



Δ γων=Γ γων = ω β γων κοινή άρα Ε γων=Α γων

$$\mathrm{AB\Gamma} \approx \mathrm{EB\Delta}$$

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{EB}} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{E\Delta}} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{B\Delta}} \rightarrow \frac{\mathrm{AB}}{4} = \frac{10}{\chi} = \frac{12}{8} \rightarrow$$

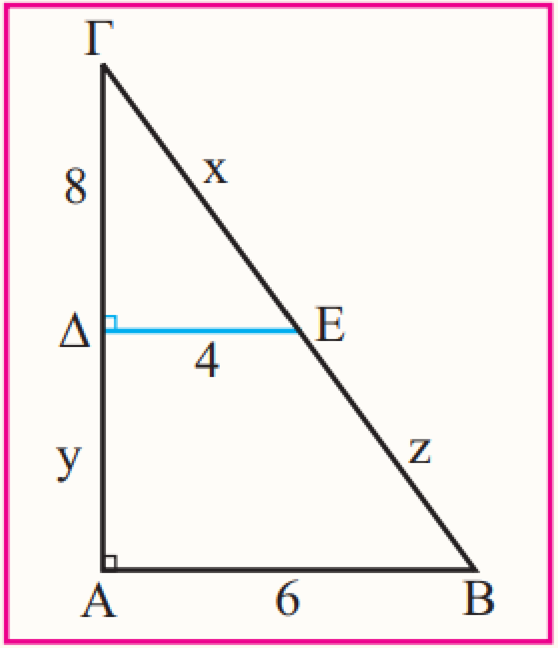
$$\frac{\cancel{8}\cdot \mathrm{AB}}{\cancel{8}} = \frac{4\cdot 12}{8} \rightarrow \mathrm{AB} = 6$$

$$\frac{6 = \mathrm{AB}}{4} = \frac{10}{\chi} \rightarrow \frac{\cancel{6}\cdot \chi}{\cancel{6}} = \frac{4\cdot 10}{6} \rightarrow \chi = \frac{20}{3}$$

Άσκηση 1

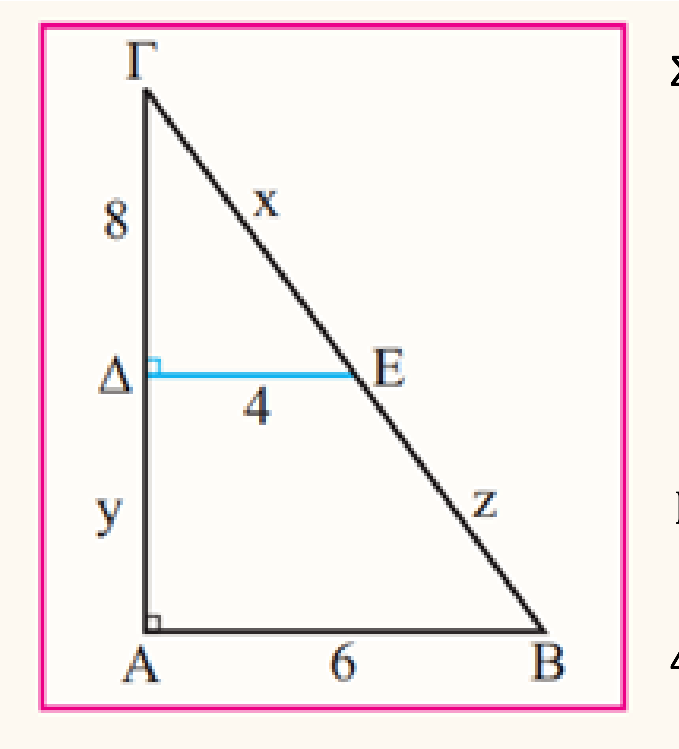
α. Να εξηγήσετε γιατί δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν από μια οξεία γωνία ίση είναι όμοια.

β.



Στο παραπάνω σχήμα να βρείτε τα μήκη x, y, z

Άσκηση 2 β



Στο ΓΔΕ τριγ εφατμόζω ΠΘ

$$8^2 + 4^2 = \chi^2$$

$$\to 64 + 16 = \chi^2$$

$$\to \chi = \sqrt{80} \to \chi = 4\sqrt{5}$$

$$\Gamma\Delta\mathrm{E} \approx \Gamma\mathrm{AB} \to \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma\mathrm{A}} = \frac{\Gamma\mathrm{E}}{\Gamma\mathrm{B}} = \frac{\Delta\mathrm{E}}{\mathrm{AB}} \to \frac{8}{\psi + 8} = \frac{4\sqrt{5}}{z + 4\sqrt{5}} = \frac{4}{6} \to$$

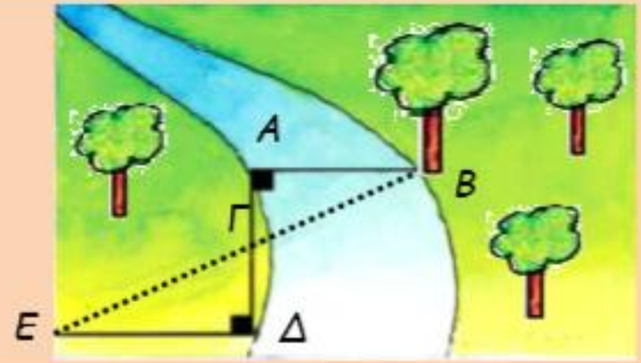
4(ψ+8)=48→ $\psi + 8 = 12 \to \psi = 4$

$4\ (z + 4\sqrt{5})$ =$4 \cdot 6\sqrt{5} \to 4z = 4 \cdot 6\sqrt{5}$-$16\sqrt{5}$

$$z = \frac{8\sqrt{5}}{4} \to z = 2\sqrt{5}$$

4.

Να βρειτε το πλατος ΑΒ του ποταμου
αν ΑΓ = 12 m, ΓΔ = 28,8m , ΕΔ = 60m
και $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^o$



Τα τριγωνα ΑΒΓ και ΔΕΓ ειναι ομοια γιατι

- $A\hat{\Gamma}B = E\hat{\Gamma}\Delta$ (κατακορυφην)
- $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^o$

Ετσι

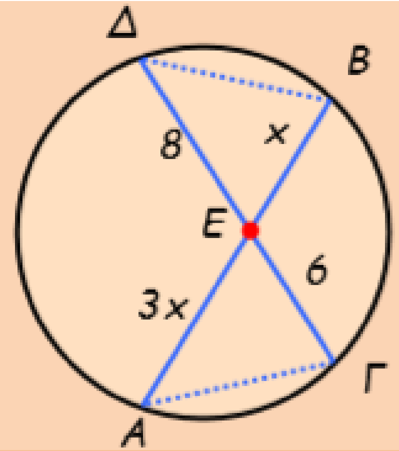
$$\frac{AB}{E\Delta} = \frac{A\Gamma}{\Gamma\Delta}$$ η

$$\frac{AB}{60} = \frac{12}{28{,}8}$$ η

ΑΒ = 25 m

5.

Να αποδειξετε οτι τα τριγωνα ΑΕΓ και ΒΕΔ ειναι ομοια και να υπολογισετε το x.



Τα τριγωνα ειναι ομοια γιατι

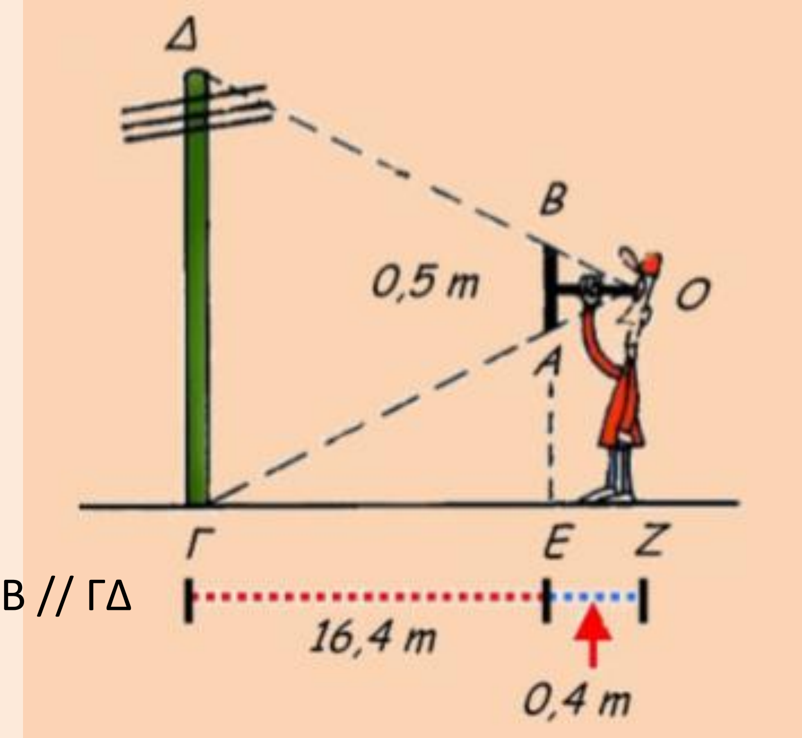
Η γωνία Α βαίνει στο τόξο ΒΓ όμοίως γωνία Δ βαίνει στο τοξο ΒΓ   Αρα Α=Δ
Η γωνία Β βαίνει στο τόξο ΑΔ όμοίως γωνία Γ βαίνει στο τοξο ΒΓ   Αρα Β=Γ

Αρα Το τρίγωνο ΑΕΓ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΔΕΒ

$\frac{\mathrm{ΑΕ}}{\mathrm{ΔΕ}}=\frac{\mathrm{ΑΓ}}{\mathrm{ΔΒ}}=\frac{\mathrm{ΕΓ}}{\mathrm{ΕΒ}}\rightarrow \frac{3\chi}{8}=\frac{\mathrm{ΑΓ}}{\mathrm{ΔΒ}}=\frac{6}{\chi}\rightarrow 3\chi^2=48 \rightarrow \chi^2=\frac{48}{3}\rightarrow \chi=\sqrt{16}\rightarrow \chi=4$

6.

Μπροστα στο ματι μας και σε αποσταση 0,4m κραταμε κατακορυφα ενα ραβδι $AB = 0{,}5$ m. Αν μετακινηθουμε και σταθουμε σε ενα σημειο Ζ τετοιο ωστε οι ευθειες ΟΑ , ΟΒ να καταληγουν στη βαση και στην κορυφη της κεραιας ενος ραδιοφωνικου σταθμου, διαπιστωνουμε οτι η αποσταση μας απο την κεραια $ΓΖ = 16{,}8$m . Μπορειτε να υπολογισετε το υψος της κεραιας ;



- Τα τριγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ ειναι ομοια, γιατι
- $\hat{\Delta} = \hat{B}$ (εντος εκτός και επί τα αυτά) αφου ΑΒ // ΓΔ (καθετες στην ιδια ευθεια ΓΖ)
- $\hat{O}$ κοινη

Ετσι

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{OA}{O\Gamma} \quad \eta \quad \frac{0{,}5}{\Gamma\Delta} = \frac{OA}{O\Gamma} \qquad (1)$$

Τα τριγωνα ΓΟΖ και ΓΑΕ ειναι ομοια, γιατι

- ειναι ορθογωνια
- $\hat{\Gamma}$ κοινη.

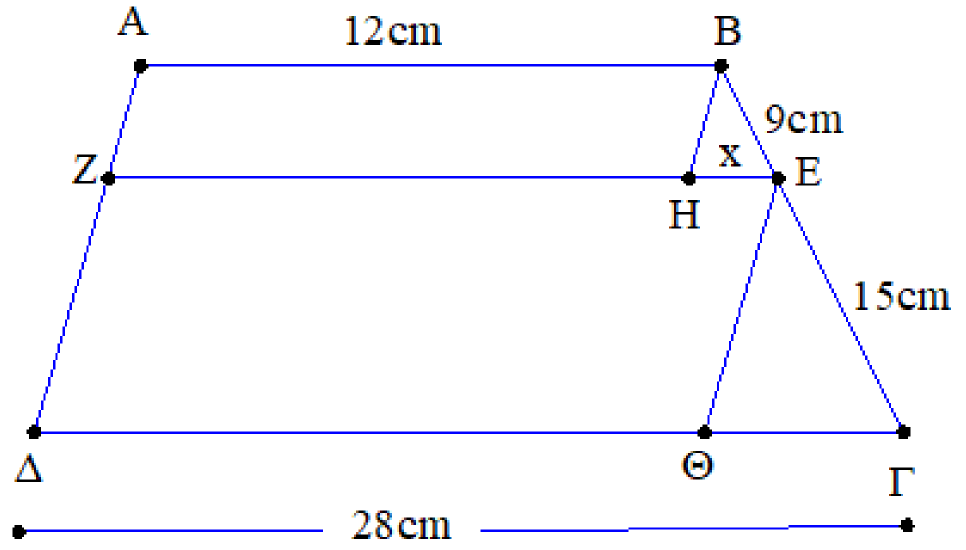
Ετσι

$$\frac{\Gamma A}{O\Gamma} = \frac{\Gamma E}{\Gamma Z} \quad \eta \quad \frac{O\Gamma - OA}{O\Gamma} = \frac{16{,}4}{16{,}8} \quad \eta \quad \frac{O\Gamma}{O\Gamma} - \frac{OA}{O\Gamma} = \frac{164}{168} \quad \eta \quad 1 - \frac{OA}{O\Gamma} = \frac{41}{42} \quad \eta \quad \frac{OA}{O\Gamma} = \frac{1}{42} \qquad (2)$$

Απ'τις (1) και (2) :

$$\frac{0{,}5}{\Gamma\Delta} = \frac{1}{42} \quad \eta \quad \Gamma\Delta = 21 \text{ m} .$$

7.
Στο τραπεζιο ΑΒΓΔ ειναι ΕΖ // ΔΓ , ΒΗ // ΑΔ και ΕΘ // ΑΔ .
Να αποδειξετε οτι τα τριγωνα ΒΗΕ , ΕΘΓ ειναι ομοια και να υπολογισετε το x .



- Τα τριγωνα ΒΗΕ και ΕΘΓ ειναι ομοια, γιατι
  - $Z\hat{E}B = \Delta\hat{\Gamma}E$ (εντος και επι ταυτα) αφου ΕΖ // ΔΓ
  - $H\hat{B}E = \Theta\hat{E}\Gamma$ (εντος και επι ταυτα) αφου ΒΗ // ΕΘ (παραλληλες στην ιδια ευθεια ΑΔ)

  Ετσι (*)

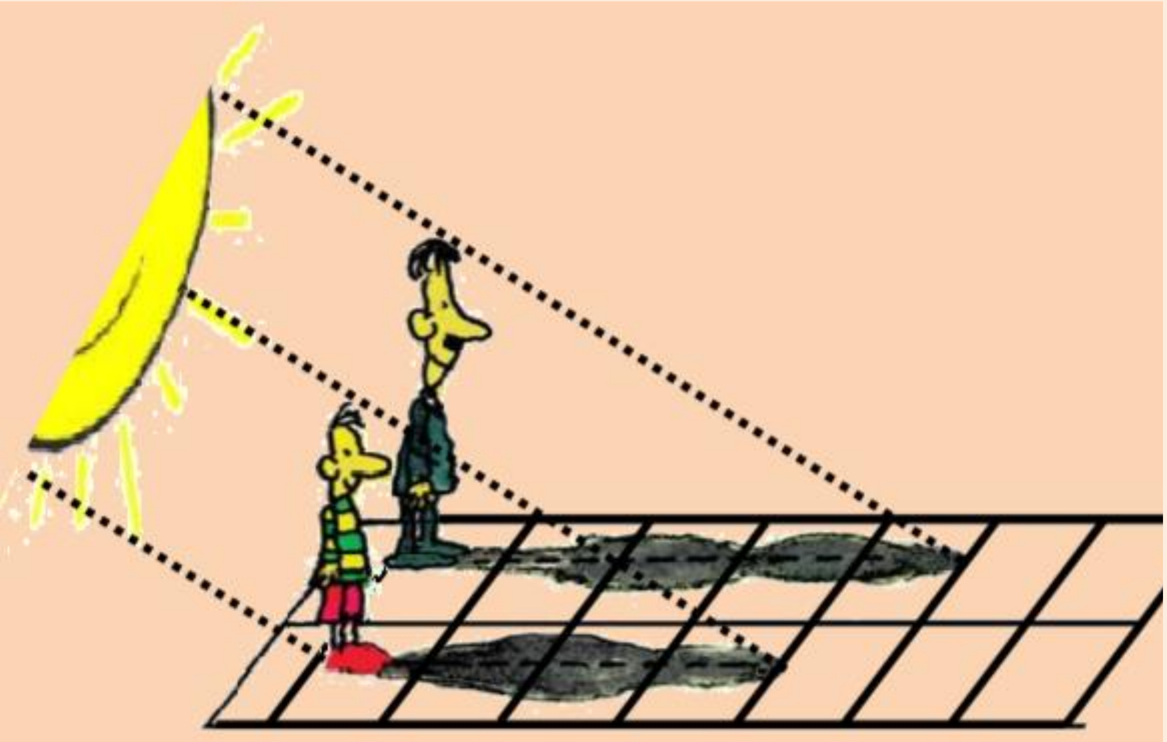
$$\frac{HE}{\Theta\Gamma} = \frac{BE}{E\Gamma} \quad \text{η} \quad \frac{x}{16-x} = \frac{9}{15} \quad \text{η} \quad 15x = 144 - 9x \quad \text{η} \quad 24x = 144 \quad \text{η} \quad x = 6 \text{ cm} .$$

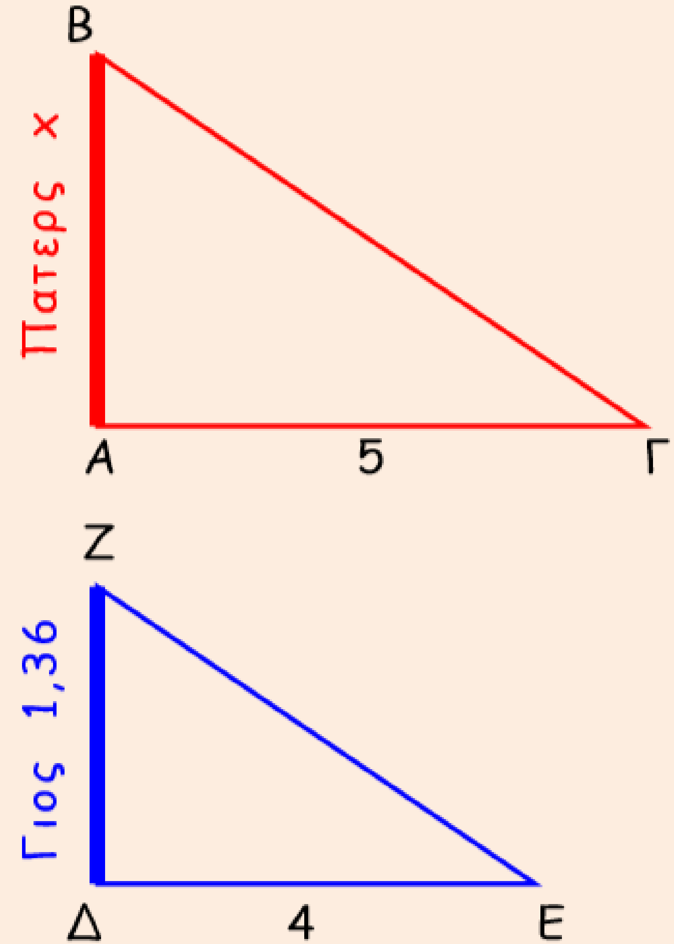
(*)
Απ' τα παραλληλογραμμα ΑΒΗΖ και ΖΕΘΔ ειναι :

- ΑΒ = ΖΗ οποτε ΖΕ = 12 + x

  Ομως
  ΖΕ = ΔΘ οποτε ΔΘ = 12 + x
  αρα
  ΘΓ= ΔΓ - ΔΘ = 28 - 12- x = 16 - x

ΣΗΜΕΙΩΣΗ(Β ΤΡΌΠΟΣ)
ΘΓ= ΔΓ – ΔΘ = 28 – 12– x = 16 – x





8.
Ο γιος εχει υψος 1,36 m, ποιο ειναι το υψος του

Τα τριγωνα ΑΒΓ και ΔΖΕ ειναι ομοια γιατι

- $\widehat{A} = \widehat{\Delta} = 90^\circ$
- γων ΔΖΕ =γων ΑΒΓ (οξειες γωνιες με πλευρες παραλληλες) ή ως εντός εκτός και επί τα αυτά.

Ετσι

$$\frac{AB}{Z\Delta} = \frac{A\Gamma}{\Delta E} \quad \eta \quad \frac{x}{1{,}36} = \frac{5}{4} \quad \eta \quad x = 1{,}36 \cdot \frac{5}{4} \quad \eta \quad AB = 1{,}70 \text{ m}$$

Δηλαδη το υψος του πατερα ειναι 1, 70 m