

### ΘΕΜΑ 1

Να λυθεί η εξίσωση:  $(x - 2)^2 - (x - 1)(x + 1) = (x + 3)^2 - 6x - 9$

Απ.  $x = -5$  ,  $x = 1$

### ΘΕΜΑ 2

Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

α)  $4x^2 - 18 =$      β)  $x^2 + 10x + 25 =$      γ)  $x^2 + xy + ax + ay =$

Απ. α)  $2x(2x - 9)$  , β)  $(x + 5)^2$  , γ)  $(x + y)(x + a)$

### ΘΕΜΑ 3

Να λυθεί η εξίσωση:  $-x^2 + 5x - 6 = 0$

Απ.  $x = 2$  ,  $x = 3$

### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παράσταση:  $A = (x - 2)^2 + (x + 3)(x - 2) - (x - 4)(x + 4) - 18$

i) Να δείξετε ότι  $A = x^2 - 3x - 4$

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $A = 0$

Απ.  $x = -1$  ,  $x = 4$

### ΘΕΜΑ 5

Να λυθεί η εξίσωση:  $4x^2 + 3x - 1 = 0$

Απ.  $x = -1$  ,  $x = \frac{1}{4}$

### ΘΕΜΑ 6

Να λυθεί η εξίσωση:  $6x^2 - 11x - 2 = 0$

Απ.  $x = -\frac{1}{6}$  ,  $x = 2$

## ΘΕΜΑ 7

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (2x - 1)^2 + x(1 - x) - (x^2 + 3)$

A. Αφού εκτελέσετε τις πράξεις να διατάξετε το  $P(x)$  κατά τις φθίνουσες δυνάμεις και να βρεθεί ο βαθμός του.

B. Να λυθεί η εξίσωση:  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

Απ. A. 2ου B.  $x = -\frac{1}{2}$  ,  $x = 2$

## ΘΕΜΑ 8

Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - 2\beta)(\alpha + 2\beta) + (2\alpha - \beta)^2 - 3(\alpha^2 - \beta^2) - 4\alpha\beta$$

Απ.  $(\alpha - 3\beta)^2$

## ΘΕΜΑ 9 Λυμένο

### **ΘΕΜΑ 1**

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

1.  $4x + 4y$
2.  $-2\alpha + 64$
3.  $8x^4 - 4x^3 + 16x - 8$
4.  $8x(x-3) - 16(3-x)$
5.  $2x^2(x-2) - 4x(2-x)^2$

## ΘΕΜΑ 10 Λυμένο

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

1.  $(2x-4)(x^2-9) - (4x-8)(x-3)^2$
2.  $25\alpha^2 + 20\alpha\beta + 4\beta^2 - 9\gamma^2 + 6\gamma\delta - \delta^2$

ΛΥΣΕΙΣ

$$(2x-4)(x^2-9) - (4x-8)(x-3)^2$$

$$2(x-2)(x-3)(x+3) - 4(x-2)(x-3)^2 = 2(x-2)(x-3)[(x+3)-2(x-3)] =$$

$$2(x-2)(x-3)(x+3-2x+6) = 2(x-2)(x-3)(-x+9)$$

$$25\alpha^2 + 20\alpha\beta + 4\beta^2 - 9\gamma^2 + 6\gamma\delta - \delta^2 = (5\alpha+2\beta)^2 - (9\gamma^2-6\gamma\delta+\delta^2) =$$

$$(5\alpha+2\beta)^2 - (3\gamma-\delta)^2 = [(5\alpha+2\beta)-(3\gamma-\delta)] [(5\alpha+2\beta)+(3\gamma-\delta)] =$$

$$(5\alpha+2\beta-3\gamma+\delta)(5\alpha+2\beta+3\gamma-\delta)$$

### ΘΕΜΑ 11 Λυμένο

Να γίνουν οι πράξεις :  $\frac{\alpha+\beta}{\alpha^2-4} \cdot \frac{4\alpha-8}{\alpha+\beta}$ .

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha^2-4} \cdot \frac{4\alpha-8}{\alpha+\beta} = \frac{(\alpha+\beta) \cdot (4\alpha-8)}{(\alpha^2-4) \cdot (\alpha+\beta)} = \frac{(\alpha+\beta) \cdot 4 \cdot (\alpha-2)}{(\alpha+2) \cdot (\alpha-2) \cdot (\alpha+\beta)} = \frac{4}{\alpha+2},$$

$$\alpha \neq -\beta, \alpha \neq 2$$

### ΘΕΜΑ 12 Λυμένο

Να γίνουν οι πράξεις :  $\frac{x+y}{\omega^2-16} : \frac{x^2-y^2}{\omega+4}$ .

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{\omega^2-16} : \frac{x^2-y^2}{\omega+4} &= \frac{x+y}{\omega^2-16} \cdot \frac{\omega+4}{x^2-y^2} = \frac{(x+y)(\omega+4)}{(\omega+4)(\omega-4)(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{1}{(\omega-4)(x-y)} \quad x \neq -y, \omega \neq -4 \end{aligned}$$

### ΘΕΜΑ 13 Λυμένο

Να γίνουν οι πράξεις :  $\frac{\alpha^2+14\alpha+49}{\alpha^2-16} \cdot \frac{\alpha^2-\alpha-12}{\alpha+7} : \frac{\alpha^2-9}{\alpha+4}$

$$\alpha^2+14\alpha+49=(\alpha+7)^2$$

$$\alpha^2-\alpha-12=\alpha^2-4\alpha+3\alpha-12=\alpha(\alpha-4)+3(\alpha-4)=(\alpha-4)(\alpha+3)$$

$$\alpha^2-16=(\alpha-4)(\alpha+4)$$

$$\alpha^2-9=(\alpha-3)(\alpha+3)$$

$$\frac{\alpha^2+14\alpha+49}{\alpha^2-16} \cdot \frac{\alpha^2-\alpha-12}{\alpha+7} : \frac{\alpha^2-9}{\alpha+4} = \frac{(\alpha+7)^2 \cdot (\alpha-4) \cdot (\alpha+3)}{(\alpha-4) \cdot (\alpha+4) \cdot (\alpha+7)} : \frac{(\alpha-3) \cdot (\alpha+3)}{\alpha+4} =$$

$$\frac{(\alpha+7)^2 \cdot (\alpha-4) \cdot (\alpha+3)}{(\alpha-4) \cdot (\alpha+4) \cdot (\alpha+7)} \cdot \frac{\alpha+4}{(\alpha-3)(\alpha+3)} =$$

$$\frac{(\alpha+7)^2 \cdot (\alpha-4) \cdot (\alpha+3) \cdot (\alpha+4)}{(\alpha-4) \cdot (\alpha+4) \cdot (\alpha+7) \cdot (\alpha-3) \cdot (\alpha+3)} =$$

$$\frac{\alpha+7}{\alpha-3}, \quad \alpha \neq 4, \alpha \neq -7, \alpha \neq -3, \alpha \neq -4$$

### ΘΕΜΑ 14 Λυμένο

Να γίνουν οι πράξεις :

$$\left(1 - \frac{4xy}{x^2 + 4y^2}\right) \left(\frac{x+4y}{x-y} + \frac{x}{y}\right)$$

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{2}{3-3x} + \frac{5x+3}{6x^2-6} = \frac{3}{2(x+1)} + \frac{2}{3(1-x)} + \frac{5x+3}{6(x^2-1)} =$$

$$\frac{3}{2(x+1)} - \frac{2}{3(x-1)} + \frac{5x+3}{6(x+1)(x-1)} \quad \text{ΕΚΠ}=6(x+1)(x-1)$$

$$\frac{3 \cdot 3(x-1)}{6(x+1)(x-1)} - \frac{2 \cdot 2(x+1)}{6(x+1)(x-1)} + \frac{5x+3}{6(x+1)(x-1)} =$$

$$\frac{9(x-1) - 4(x+1) + 5x+3}{6(x+1)(x-1)} = \frac{9x-9-4x-4+5x+3}{6(x+1)(x-1)} = \frac{10x-10}{6(x+1)(x-1)} =$$

$$\frac{10(x-1)}{6(x+1)(x-1)} = \frac{10}{6(x+1)}, \quad x \neq 1$$

### ΘΕΜΑ 15 Λυμένο

Να γίνουν οι πράξεις :

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{2}{3-3x} + \frac{5x+3}{6x^2-6}$$

$$\left(1 - \frac{4xy}{x^2 + 4y^2}\right) \cdot \left(\frac{x+4y}{x-y} + \frac{x}{y}\right) = \left(\frac{x^2 + 4y^2}{x^2 + 4y^2} - \frac{4xy}{x^2 + 4y^2}\right) \cdot \left(\frac{(x+4y)y}{(x-y)y} + \frac{x(x-y)}{y(x-y)}\right) =$$

$$\frac{x^2 + 4y^2 - 4xy}{x^2 + 4y^2} \cdot \frac{xy + 4y^2 + x^2 - xy}{(x-y)y} = \frac{(x^2 + 4y^2 - 4xy) \cdot (x^2 + 4y^2)}{(x^2 + 4y^2) \cdot (x-y)y} =$$

$$\frac{(x-2y)^2 \cdot (x^2 + 4y^2)}{(x^2 + 4y^2) \cdot (x-y)y} = \frac{(x-2y)^2}{(x-y)y}, \quad x, y \neq 0$$

### **ΘΕΜΑ 16 Λυμένο**

Να γίνουν οι πράξεις :

$$A = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 2\left[(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\right] + \left[(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2\right] \\ &= 3 - 2\sqrt{6} + 2 - (3 - 2) + 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 3 + 2 - 3 + 2 + 3 + 2 = \mathbf{9} \end{aligned}$$

### **ΘΕΜΑ 9 Λυμένο**

Να λυθεί η εξίσωση :  $\frac{x+2}{3} + \frac{3-x}{2} = -4 \cdot (x-2) + 1$

$$\frac{x+2}{3} + \frac{3-x}{2} = -4 \cdot (x-2) + 1 \quad \text{ΕΚΠ} = 6$$

$$6 \cdot \frac{x+2}{3} + 6 \cdot \frac{3-x}{2} = -6 \cdot 4 \cdot (x-2) + 6 \cdot 1$$

$$2 \cdot (x+2) + 3 \cdot (3-x) = -24 \cdot (x-2) + 6$$

$$2x + 4 + 9 - 3x = -24x + 48 + 6$$

$$2x - 3x + 24x = 48 + 6 - 4 - 9$$

$$23x = 41$$

$$x = \frac{41}{23}$$

### **ΘΕΜΑ 18 Λυμένο**

Να λυθεί η εξίσωση :

$$(x^2 - 16) \cdot (x^2 - 5x + 6) \cdot (3 - x) = 0$$

$$(x^2 - 16) \cdot (x^2 - 5x + 6) \cdot (3 - x) = 0$$

$$x^2 - 16 = 0 \quad \text{ή} \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{ή} \quad 3 - x = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0 \quad \text{ή} \quad x^2 - 2x - 3x + 6 = 0 \quad \text{ή} \quad -x = -3$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{ή} \quad x + 4 = 0 \quad \text{ή} \quad x(x-2) - 3(x-2) = 0 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

$$x = 4 \quad \text{ή} \quad x = -4 \quad \text{ή} \quad (x - 2) \cdot (x - 3) = 0 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

$$x = 4 \quad \text{ή} \quad x = -4 \quad \text{ή} \quad x - 2 = 0 \quad \text{ή} \quad x - 3 = 0 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

$$x = 4 \quad \text{ή} \quad x = -4 \quad \text{ή} \quad x = 2 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

### **ΘΕΜΑ 19 Λυμένο**

α) Να λυθεί η εξίσωση  $2(x^2-1) + 3(x+2) - 16 = 0$

β) Να παραγοντοποιηθεί το  $4x^2-x-5$ .