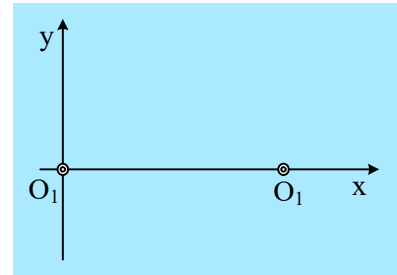


Δυο πηγές στην επιφάνεια υγρού

Στην επιφάνεια μιας δεξαμενής με νερό, βρίσκονται δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 και O_2 οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται τη στιγμή $t_0=0$, παράγοντας εγκάρσια κύματα με πλάτος A , μήκος κύματος $\lambda=0,8m$ και περίοδο $T=2s$. Λαμβάνοντας ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x,y , όπως στο σχήμα, η O_1 βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, ενώ η O_2 στη θέση $x_2=0,8m$.



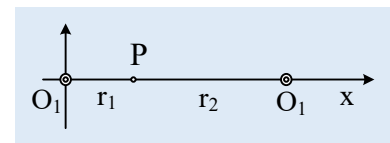
- i) Να βρείτε τις θέσεις των σημείων του άξονα x , τα οποία παραμένουν ακίνητα, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.
- ii) Έστω P ένα τέτοιο σημείο του άξονα x , το κοντινότερο στην αρχή των αξόνων. Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης του P , τις χρονικές στιγμές $t_1=0,4s$, $t_2=0,8s$ και $t_3=1,6s$.
- iii) Να βρείτε επίσης τις θέσεις των σημείων του άξονα y , τα οποία παραμένουν ακίνητα, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.
- iv) Αν Σ ένα τέτοιο σημείο του άξονα y , το κοντινότερο στην αρχή των αξόνων, να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης του τις χρονικές στιγμές $t_4=1,2s$, $t_5=1,8s$ και $t_6=2,2s$.

Θεωρούμε ότι τα κύματα διαδίδονται με σταθερό πλάτος στην επιφάνεια του νερού.

Απάντηση:

Τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με ταχύτητα $v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{2} m/s = 0,4 m/s$.

- i) Έστω ένα σημείο στη θέση x , μεταξύ των δύο πηγών, το οποίο παραμένει ακίνητο μετά την συμβολή των δύο κυμάτων. Τότε για τις αποστάσεις του από τις δύο πηγές ισχύει:

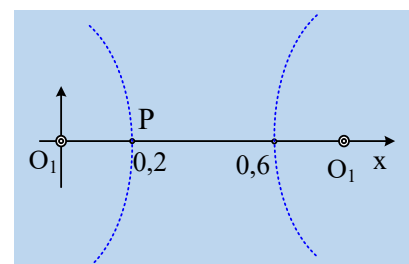


$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} = (2N + 1) \cdot 0,4m & (1) \\ r_2 - r_1 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} = (2N + 1) \cdot 0,4m & (2) \end{cases}$$

Ενώ $r_1 + r_2 = x_2 = 0,8m$ (3). Με πρόσθεση κατά μέλη της (3) με τις (1) και (2), παίρνουμε (μονάδες S.I.):

$$\begin{aligned} 2r_1 &= 0,8 + (2N + 1) \cdot 0,4 \xrightarrow{N=0} r_1 = 0,6m \rightarrow r_2 = 0,2m \\ 2r_2 &= 0,8 + (2N + 1) \cdot 0,4 \xrightarrow{N=0} r_2 = 0,6m \rightarrow r_1 = 0,2m \end{aligned}$$

Έχουμε δηλαδή δύο σημεία μεταξύ των πηγών τα οποία παραμένουν ακίνητα, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, συνεπώς και δύο υπερβολές αποσβεστικής συμβολής, όπως στο σχήμα.



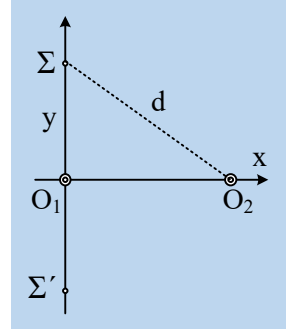
- ii) Έστω t_1, t_2 οι χρονικές στιγμές που τα δυο κύματα φτάνουν στο σημείο P , τότε θα έχουμε:

$$v = \frac{r_1}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{r_1}{v} = \frac{0,2m}{0,4m/s} = 0,5s \text{ και}$$

$$t_2 = \frac{r_2}{v} = \frac{0,6m}{0,4m/s} = 1,5s$$

Αλλά τότε τη στιγμή $t_1=0,4s$ δεν έχει φτάσει κανένα κύμα στο σημείο P το οποίο δεν ταλαντώνεται, για $t_2=0,8s$ το P ταλαντώνεται με πλάτος A, ενώ τέλος τη στιγμή $t_3=1,6s$, έχουμε συμβολή με απόσβεση οπότε το πλάτος ταλάντωσης του P είναι μηδενικό.

- iii) Με βάση τα παραπάνω, η υπερβολή που διέρχεται από το P θα τέμνει τον άξονα y σε δύο **συμμετρικές** θέσεις με τεταγμένες y και -y. Με αποτέλεσμα να έχουμε ξανά δύο σημεία πάνω στον άξονα y με αποσβεστική συμβολή, έστω τα Σ και Σ' και ας εστιάσουμε στο Σ, το οποίο απέχει από τις δυο πηγές αποστάσεις y και d. Ας τονισθεί εδώ ότι και τα δύο αυτά σημεία ισαπέχουν από την αρχή των αξόνων, τη θέση της πηγής O_1 , δεν υπάρχει κάποιο... κοντινότερο!



$$r_2' - r_1' = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \rightarrow d - y = (2N + 1) \cdot 0,4 \xrightarrow{N=0 \text{ S.I.}} \sqrt{y^2 + x_2^2} - y = 0,4 \rightarrow$$

$$\sqrt{y^2 + x_2^2} = y + 0,4 \xrightarrow{\text{στο τετράγωνο}} y^2 + x_2^2 = (y + 0,4)^2 \rightarrow y^2 + x_2^2 = y^2 + 0,8y + 0,16 \rightarrow$$

$$y = \frac{x_2^2 - 0,16}{0,8} = \frac{0,8^2 - 0,16}{0,8} m = 0,6m$$

Άρα οι συνταγμένες για τα δύο σημεία που παραμένουν ακίνητα είναι $\Sigma(0, 0.6m)$ και $\Sigma'(0, -0.6m)$.

- iv) Δουλεύοντας όπως και στο ii) ερώτημα, έστω t_1' και t_2' οι χρονικές στιγμές που τα δυο κύματα φτάνουν στο σημείο Σ, τότε θα έχουμε:

$$v = \frac{y}{t_1'} \rightarrow t_1' = \frac{y}{v} = \frac{0,6m}{0,4m/s} = 1,5s \text{ και}$$

$$t_2' = \frac{d}{v} = \frac{\sqrt{y^2 + x_2^2}}{v} = \frac{\sqrt{0,6^2 + 0,8^2} m}{0,4m/s} = \frac{1}{0,4} s = 2,5s$$

Αλλά τότε τη στιγμή $t_4=1,2s$ δεν έχει φτάσει κανένα κύμα στο σημείο Σ το οποίο δεν ταλαντώνεται, ενώ τις δύο επόμενες στιγμές 1,8s και 2,2s το σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος A.

dmargaris@gmail.com