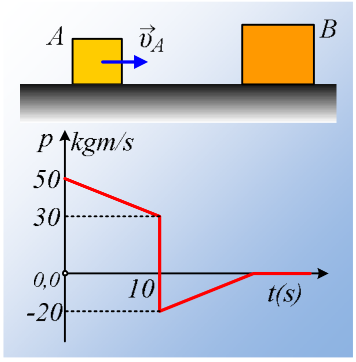
Η ορμή και μια κρούση



Ένα σώμα Α μάζας m εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο και μετά από λίγο συγκρούεται με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα Β, με αποτέλεσμα η ορμή του σώματος Α να μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διπλανό σχήμα.

i) Ποια χρονική στιγμή συνέβη η κρούση μεταξύ των σωμάτων Α και Β; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να υπολογιστεί η τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ του σώματος Α και του οριζοντίου επιπέδου.

iii) Πόση ορμή αποκτά το σώμα Β, μετά την κρούση;

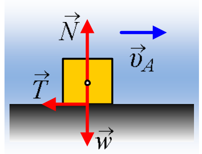
iv) Ποια χρονική στιγμή t_1, το σώμα Α κινείται προς τα αριστερά με ορμή μέτρου 10kg·m/s;

v) Αν m=2kg, να υπολογιστούν:

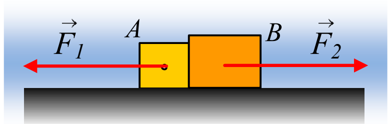
α) Η μηχανική ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής, πριν την κρούση.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο η κινητική ενέργεια του σώματος Α μετατρέπεται σε θερμική τη χρονική στιγμή t_1.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, κατά την προς τα δεξιά κίνησή του, πριν την κρούση. Εξαιτίας της ασκούμενης τριβής το σώμα επιβραδύνεται και η ορμή του μειώνεται.



i) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων, έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη πολύ μεγάλων δυνάμεων, μεταξύ των δύο σωμάτων, των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ του διπλανού σχήματος. Αλλά τότε μέσα σε ελάχιστο χρόνο έχουμε μια μεγάλη μεταβολή στις ορμές των δύο σωμάτων. Έτσι με βάση το διάγραμμα της ορμής που μας δόθηκε, η κρούση έγινε τη χρονική στιγμή t=10s (με πολύ μικρή διάρκεια) αφού τη στιγμή αυτή βλέπουμε μια πολύ μεγάλη μεταβολή της ορμής.

ii) Εφαρμόζουμε το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα από 0-10s για το σώμα Α:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F} = \vec{T} \rightarrow$$

$$T = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{30-50}{10}N = -2N$$

Το (-) στο παραπάνω αποτέλεσμα, απλά μας λέει ότι η τριβή έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας η οποία λαμβάνεται ως θετική (δεδομένη θετική ορμή)

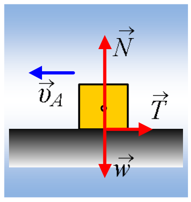
iii) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} \rightarrow$$

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}'_A + \vec{p}'_B \rightarrow$$

$$p_A + 0 = p'_A + p'_B \rightarrow$$

$$30 = -20 + p'_B \rightarrow p'_B = 50 kg \cdot m/s$$



iv) Μετά την κρούση το Α σώμα αποκτά αρνητική ορμή, πράγμα που σημαίνει ότι κινείται προς τα αριστερά με αρχική ορμή μέτρου 20kg·m/s, οπότε δέχεται τριβή με φορά προς τα δεξιά και ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F} = \vec{T} \rightarrow$$

$$T = \frac{\Delta p}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta p}{T} = \frac{-10-(-20)}{+2} s = 5s$$

Όμως $\Delta t = t_1 - 10s$ οπότε $t_1 = \Delta t + 10s = 5s + 10s = 15s$.

v) Αν m=2kg, τότε το σώμα Α έχει αρχική ταχύτητα: $p_0 = m\upsilon_0 \rightarrow \upsilon_0 = \frac{p_0}{m} = \frac{50}{2} m/s = 25 m/s$

ενώ τη στιγμή t΄=20s έχουμε: $\upsilon' = \frac{p}{m} = \frac{30}{2} m/s = 15 m/s$.

Αλλά και τη στιγμή t_1: $\upsilon_1 = \frac{p_1}{m} = \frac{-10}{s} m/s = -5 m/s$.

α) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητική ενέργειας από 0-10s για το σώμα Α:

$$\frac{1}{2} m\upsilon'^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = W_w + W_N + W_T$$

Όπου $W_w = W_N = 0$, δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, οπότε:

$$W_T = \frac{1}{2} m\upsilon'^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 15^2 J - \frac{1}{2} 2 \cdot 25^2 J = -400J$$

Συνεπώς η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική θα είναι $Q_\theta = |W_T| = 400J$.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική κάποια στιγμή, θα είναι ίσος με την απόλυτη τιμή της ισχύος της τριβής. Έτσι τη στιγμή t_1:

$$P_T = \frac{dW}{dt} = \frac{|T| \cdot |dx| \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{dt} = |T| \cdot |\upsilon| \cdot \sigma\upsilon\nu 180° = -|T| \cdot |\upsilon| \rightarrow$$

$$P_T = -|T| \cdot |\upsilon_1| = -2 \cdot 5W = -10W$$

Οπότε:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = |P_T| = 10 \, J/s$$

dmargaris@gmail.com