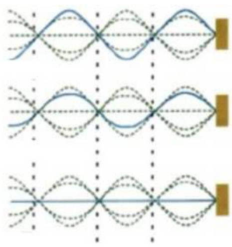
Μια χορδή με σταθερό το ένα της άκρο



Το πρόβλημα της δημιουργίας στάσιμου κύματος, πάνω σε μια χορδή με πακτωμένο το ένα της άκρο, όταν το άλλο άκρο τίθεται σε εγκάρσια ταλάντωση, είναι ίσως ένα από τα θέματα που μας έχουν απασχολήσει περισσότερο τα χρόνια ύπαρξης του δικτύου μας. Με πάμπολλες μελέτες αλλά κυρίως συζητήσεις και αντεγκλήσεις. Δημιουργείται πάντα στάσιμο κύμα ή όχι; Είναι σωστές οι εξισώσεις του σχολικού ή χρειάζονται τροποποιήσεις; Τι δημιουργείται στη θέση της πηγής; Δεσμός ή κοιλία; Ή κάτι άλλο;

Ο Γιάννης Κυριακόπουλος έχει επιμείνει (μέχρι και που ο ίδιος μίλησε για εμμονή…), σε πάμπολλες αφορμές, ότι έχουμε πάντα δημιουργία στάσιμου κύματος και μάλιστα το πλάτος του στάσιμου δεν έχει να κάνει καθόλου με αυτό που διδάσκουμε, δηλαδή ότι στις κοιλίες έχουμε πλάτος 2 Α, όπου Α το πλάτος της πηγής. Έτσι για παράδειγμα μπορείτε να διαβάσετε εδώ τις θέσεις του και να δείτε εικόνες με στάσιμα, που τον επιβεβαιώνουν.

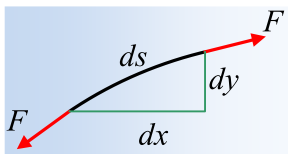
Προβλήματα στην διδασκαλία και κατανόηση των στασίμων κυμάτων.

Το προηγούμενο καλοκαίρι, ξεκίνησα μια σειρά άρθρων με πρώτο το «**Ενέργεια – ορμή κύματος**» στηριζόμενος στις παραδόσεις του Κωνσταντίνου Ευταξία στο ΕΚΠΑ. Ας πιάσουμε λοιπόν το νήμα από εκεί που το αφήσαμε, κάνοντας μια προσπάθεια να ξεδιαλύνουμε κάποια σημεία στα στάσιμα κύματα, μιλώντας όσο γίνεται, λιγότερο για μαθηματικά και περισσότερο για Φυσική. Ας δούμε λοιπόν κάποιες όψεις, καλοκαίρι έχουμε, μπορούμε να …ασχοληθούμε λίγο!

Κύμα και στάσιμο κύμα σε χορδή. Ποια η διαφορική εξίσωση;

Αναφερόμενοι στα κύματα σε χορδή, συναντάμε τη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$



Και συνήθως το μυαλό μας την συνδέει με το τρέχον κύμα σε χορδή, πράγμα όχι σωστό. Η παραπάνω εξίσωση αναφέρεται σε ένα στοιχειώδες τμήμα της χορδής, συνδέοντας την καμπυλότητα του τμήματος, με την εγκάρσια επιτάχυνση που αποκτά. Η σωστή γραφή της είναι:

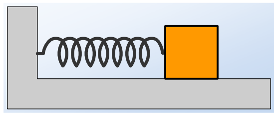
$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{T}{\mu}}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Όπου στην περίπτωση του τρέχοντος κύματος η ποσότητα $\upsilon = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ μας δίνει την (φασική) ταχύτητα διάδοσης της διαταραχής (ταχύτητα κύματος). Σε κάθε άλλη περίπτωση μένει μια ποσότητα εξαρτώμενη από την αδράνεια και την ελαστικότητα της χορδής, χωρίς να «λειτουργεί» ως ταχύτητα ενός ανύπαρκτου κύματος.

Αλλά τότε η ίδια διαφορική εξίσωση περιγράφει και το τρέχον κύμα σε χορδή (υποτίθεται απείρου μήκους) και το στάσιμο κύμα ή την ταλάντωση μιας χορδής με σταθερά ή μη άκρα.

Δεν υπάρχει δηλαδή κάποια διαφορά (στο 2^o νόμο του Νεύτωνα…), για την επιτάχυνση ενός τμήματος χορδής, ανάλογα με το τι ακριβώς συμβαίνει στη χορδή ή πόσο είναι το μήκος της…

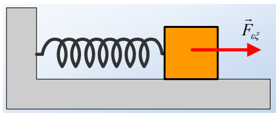
Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση και τα μεταβατικά φαινόμενα.



Αν έχουμε μια ΑΑΤ, όπως αυτή του διπλανού σχήματος, από τι καθορίζεται η συχνότητα ταλάντωσης; Αυτή δίνεται από τη γνωστή εξίσωση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Δηλαδή το πόσο γρήγορα επαναλαμβάνεται η ταλάντωση εξαρτάται από χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος (μάζα m και ελαστικότητα k) και όχι από την ενέργεια ταλάντωσης (πλάτος) ή τις αρχικές συνθήκες. Δεν είναι καθόλου τυχαία, που η παραπάνω συχνότητα ονομάζεται **ιδιοσυχνότητα**! Είναι η ***δική*** του συχνότητα…



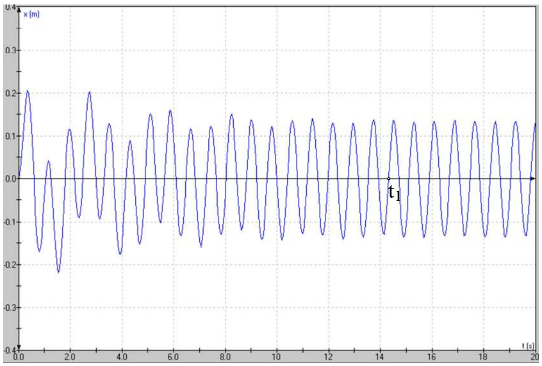
Αν περάσουμε τώρα στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου στο παραπάνω σώμα ασκείται μια αρμονική δύναμη της μορφής $F_{εξ}=F_0\cdot συν(\omega t)$, παράλληλα με κάποια δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-b\cdot \upsilon$.

Τώρα, μόλις εκτραπεί το σώμα από τη θέση ισορροπίας, εκτελεί μια ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega_o = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ **την γωνιακή ιδιοσυχνότητά** του, οφειλόμενη στα «δικά του χαρακτηριστικά» και ταυτόχρονα υποχρεώνεται να ταλαντωθεί με γωνιακή συχνότητα αυτή του διεγέρτη, την ω της δύναμης. Με άλλα λόγια ο διεγέρτης θα προσπαθεί να επιβάλει ταλάντωση με (γωνιακή) συχνότητα ω, ενώ το σύστημα αντιδρά θέλοντας να ταλαντωθεί με την δική του (γωνιακή) συχνότητα ω_0!

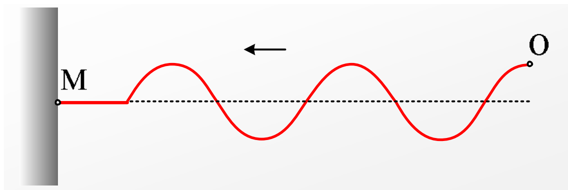
Αλλά τότε έχουμε επαλληλία δύο ταλαντώσεων και η εξίσωση κίνησης θα έχει δύο προσθετέους. Έναν που θα περιγράφει την φθίνουσα «ελεύθερη» ταλάντωση με την ιδιοσυχνότητα ω'_o (έστω ελαφρά τροποποιημένη λόγω σταθεράς απόσβεσης b) και έναν άλλο που θα περιγράφει την εξαναγκασμένη ταλάντωση που επιβάλλει ο διεγέρτης με (γωνιακή) συχνότητα ω.

Αλλά από αυτές τις δύο «κινήσεις» η πρώτη είναι καταδικασμένη αργά ή γρήγορα να σβήσει. Αντιστοιχεί σε μια φθίνουσα ταλάντωση που θα διαρκέσει ελάχιστο ή λίγο παραπάνω χρόνο ή έστω αρκετό χρόνο (εξαρτάται προφανώς από την αδράνεια (m) και τη σταθερά απόσβεσης (b), το πώς θα εξελιχθεί η φθίνουσα ταλά-

ντωση…), οπότε αυτό που θα μείνει θα είναι η ταλάντωση με σταθερό πλάτος και συχνότητα αυτή του διεγέρτη. Για όσο χρόνο «υπάρχει» η φθίνουσα ταλάντωση λέμε ότι διαρκούν τα **μεταβατικά φαινόμενα**.
Έτσι όταν μελετάμε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, όπως για παράδειγμα εδώ, η μελέτη μας εστιάζει στην κίνηση, μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων, οπότε έχει αποκατασταθεί μια μόνιμη κατάσταση.
Μπορείτε να κατεβάσετε ένα αρχείο i.p. και να παρακολουθείστε μια τέτοια εξαναγκασμένη ταλάντωση η απομάκρυνση της οποίας είναι όπως στο παρακάτω σχήμα. Μέχρι τη στιγμή t_1 (περίπου) διαρκούν τα μεταβατικά φαινόμενα…



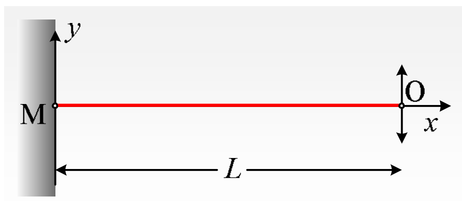
Και ερχόμαστε τώρα στην οριζόντια χορδή του διπλανού σχήματος, όπου στο άκρο O υπάρχει μια πηγή κύματος, η οποία ταλαντώνεται σε κατακόρυφη διεύθυνση με εξίσωση y=A·ημ(ωt). Τι θα συμβεί πάνω στην χορδή; Εδώ έχουμε ένα τεράστιο πλήθος ασκήσεων (μερικές και δικές μου…), οι οποίες μελετούν την διάδοση του κύματος κατά μήκος της χορδής, όπου μετά την ανάκλαση στο σταθερό άκρο Μ, έχουμε συμβολή και δημιουργία στάσιμου κύματος. Στο στάσιμο αυτό αποδίδουμε πλάτος Α΄= 2Α με βάση και τη θεωρία του σχολικού και από κει και πέρα αρχίζουν οι ερμηνείες, οι διαφωνίες, οι απόψεις…



Αγνοώντας τα μεταβατικά φαινόμενα που παραπάνω εξηγήσαμε, μιλάμε για πράγματα που δεν ισχύουν, ενώ αυτό που ενδιαφέρει είναι η μόνιμη κατάσταση πάνω στη χορδή, όπου έχουν σταματήσει τα μεταβατικά φαινόμενα και έχει αποκατασταθεί μια σταθερή-μόνιμη κατάσταση.

Μια επίλυση διαφορικής για την μόνιμη κατάσταση.

Ας έρθουμε λοιπόν σε μια οριζόντια ομογενή χορδή ΜΟ που τείνεται με δύναμη Τ, με πακτωμένο το άκρο της Μ, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα x και όπου το άλλο της άκρο Ο, τίθεται σε κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y=A·ημ(ωt). Έχουμε αφήσει να περάσει ο χρόνος που διαρκούν τα μεταβατικά φαινόμενα, οπότε πάνω στη χορδή δεν έχουμε ταλαντώσεις με κάποια (ή κάποιες…) ιδιοσυχνότητα ω_0, αλλά ταλαντώσεις που οφείλονται στη δράση του διεγέρτη, συνεπώς με (γωνιακή) συχνότητα ω. Προσοχή δεν



μιλάμε για καμιά διάδοση κύματος, μιλάμε για μια μόνιμη κατάσταση, όπου τα αρχικά μεταβατικά φαινόμενα έχουν τελειώσει. Το ότι ξεκίνησε ένα κύμα από την πηγή Ο, διαδόθηκε προς τα αριστερά, πήγε στο Μ, ανακλάσθηκε, επέστρεψε… όλα αυτά έχουν περάσει. Δεν υπάρχει καμιά τέτοια διάδοση πια…

Για κάθε στοιχειώδες τμήμα της χορδής πρέπει να ισχύει η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{T}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \text{ ή για ευκολία } \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Όπου αντικαθιστούμε το $\frac{T}{\mu} = \upsilon^2$ για ευκολία μας, χωρίς αυτό το υ να το «ονομάζουμε» κάποια ταχύτητα…

Η όποια λύση, πρέπει να ικανοποιεί την παραπάνω διαφορική αλλά και τις **οριακές και αρχικές συνθήκες**! Ποιες είναι αυτές;

Το άκρο Μ στη θέση x=0, πρέπει, κάθε χρονική στιγμή, να παραμένει ακίνητο, ενώ το άκρο Ο να ταλαντώνεται με εξίσωση y=Α·ημ(ωt).

Ψάχνουμε μια λύση, η οποία να ικανοποιεί και τη διαφορική εξίσωση και τις οριακές-αρχικές συνθήκες. Αν βρούμε μια, αυτή θα είναι η μοναδική λύση. Ποια μορφή μπορεί να έχει;

Αφού μιλάμε για εξαναγκασμένη ταλάντωση της χορδής, είναι λογικό (μετά τα μεταβατικά φαινόμενα) ο διεγέρτης να έχει επιβάλει την συχνότητά του στη χορδή. Αλλά τότε αφού το άκρο Ο ταλαντώνεται με εξίσωση y=Α·ημ(ωt), είναι λογικό να υποθέσουμε ότι και κάθε άλλο σημείο της χορδής θα ταλαντώνεται με το ίδιο ω. Ναι, αλλά με ποιο πλάτος; Εδώ δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποθέσουμε ότι όλα τα σημεία της χορδής έχουν κάποιο συγκεκριμένο πλάτος, αντιθέτως είναι φανερό ότι δεν μπορεί το πλάτος να είναι σταθερό, αφού ήδη γνωρίζουμε ότι υπάρχει σημείο της χορδής (το άκρο Μ) με πλάτος μηδενικό, σε αντίθεση με το άλλο άκρο Ο που έχει πλάτος Α, οπότε η λύση υποθέτουμε ότι παίρνει τη μορφή:

$$y(x,t) = f(x) \cdot \eta\mu(\omega t)$$

όπου η συνάρτηση f(x) θα μας δώσει το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου της χορδής.

Αντικαθιστούμε την παραπάνω (καθ' υποψίαν λύση…) στη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

και λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot \eta\mu(\omega t) \text{ και } \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = f(x) \cdot \left(-\omega^2 \cdot \eta\mu(\omega t)\right)$$

Παίρνουμε:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot \eta\mu(\omega t) = \frac{1}{\upsilon^2} f(x) \cdot \left(-\omega^2 \cdot \eta\mu(\omega t)\right) \rightarrow$$

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{\upsilon^2} f(x) = 0$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η παραπάνω διαφορική, έχει την ίδια μορφή με αυτή που περιγράφει μια γραμμική αρμονική ταλάντωση!!!

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{D}{m}x=0$$

αρκεί να αντιστοιχίσουμε $\frac{D}{m}=\frac{\omega^2}{\upsilon^2}$, οπότε τη λύση την «γνωρίζουμε»… Είναι της μορφής:

$$f(x)=B\cdot \eta\mu(\omega' x)+\Gamma\cdot \sigma\upsilon\nu(\omega' x)$$

Με $\omega'=\sqrt{\frac{D}{m}}=\frac{\omega}{\upsilon}$, οπότε παίρνουμε:

$$f(x)=B\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)+\Gamma\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)$$

Συνεπώς η λύση μας γίνεται:

$$y(x,t)=\left[B\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)+\Gamma\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)\right]\cdot \eta\mu(\omega t)$$

Τι μένει; Η παραπάνω εξίσωση να ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες. Οπότε έχουμε:

Για x=0 ⟶ y(0,t) =0 ή

$$0=\left[B\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}0\right)+\Gamma\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega}{\upsilon}0\right)\right]\cdot \eta\mu(\omega t)\rightarrow \Gamma=0$$

Για x=L ⟶ y(L,t)= A·ημ(ωt) ή

$$A\cdot \eta\mu(\omega t)=\left[B\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right)\right]\cdot \eta\mu(\omega t)\rightarrow B\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right)=A\ \rightarrow$$

$$B=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right)}$$

Οπότε η λύση της διαφορικής παίρνει τη μορφή:

$$y(x,t)=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right)}\cdot \eta\mu\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)\cdot \eta\mu(\omega t)$$

Μια λύση που ισχύει για κάθε ω!!!

Με οποιαδήποτε συχνότητα θα έχουμε μια μόνιμη κατάσταση που θα περιγράφεται από την παραπάνω εξίσωση…

Ας ανοίξουμε μια παρένθεση, μιλώντας για μια χορδή απείρου μήκους κατά μήκος της οποίας **διαδίδεται** ένα κύμα με ταχύτητα υ και συχνότητα *f*. Τότε ισχύει:

$$\frac{\omega}{\upsilon}=\frac{2\pi f}{\lambda f}=\frac{2\pi}{\lambda}=k$$

Όπου λ το μήκος κύματος (η απόσταση που μας δείχνει την χωρική περίοδο…) και k=2π/λ το αντίστοιχο της γωνιακής συχνότητας ω=2π/Τ που εκφράζει την χρονική περίοδο. Έτσι η παραπάνω λύση παίρνει τη μορφή:

$$y(x,t)=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right)}\cdot\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\cdot\eta\mu(\omega t)\rightarrow$$

$$y(x,t)=\frac{A}{\eta\mu(kL)}\cdot\eta\mu(kx)\cdot\eta\mu(\omega t)$$

Αναγνωρίζοντας όλοι, ένα **στάσιμο κύμα** με πλάτος:

$$A'=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right)}$$

$$y(x,t)=A'\cdot\eta\mu(kx)\cdot\eta\mu(\omega t)$$

Σημείωση:

Θα αναρωτηθεί κάποιος γιατί βάλαμε την πηγή του κύματος στο δεξιό άκρο και όχι στην αρχή του άξονα, όπως συνηθίζεται. Αυτό έγινε για να έχουμε δεσμό στην θέση x=0 και να μην εμφανιστούν εξισώσεις με περίεργες γωνίες, με τη μορφή $\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_o\right)$, όπου αυτό το φ_o θα έπαιρνε διάφορες τιμές ανάλογα με τα αριθμητικά δεδομένα…

Μερικά συμπεράσματα.

- Τι ακριβώς συμβαίνει στη θέση της πηγής του κύματος; Έχουμε δεσμό ή κοιλία;
  Τίποτα από όλα αυτά. Το σημείο Ο συνεχίζει να ταλαντώνεται με πλάτος Α, ένα σταθερό πλάτος, που είχε από την αρχή ο διεγέρτης.
- Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος που εμφανίζεται στις κοιλίες; Είναι το διπλάσιο της πηγής;
  Προφανώς όχι. Η παραπάνω μελέτη μας δίνει **μέγιστο** πλάτος στις θέσεις των κοιλιών, οι οποίες βρίσκονται στις θέσεις όπου ημ(2πx/λ)=±1:

$$A'=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right)}$$

Το οποίο εξαρτάται από το λόγο L/λ! Έτσι σαν παράδειγμα:

i) Αν L=5λ/4, τότε:

$$A'=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{5\lambda}{4}\right)}=\frac{A}{\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2}\right)}=A$$

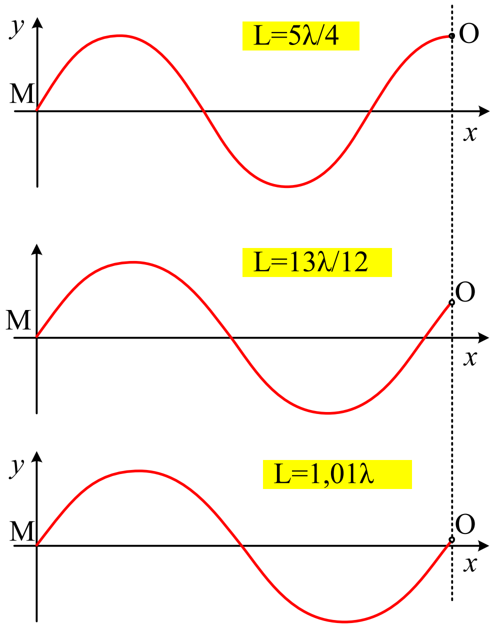
ii) Αν L=13/12 λ, τότε:

$$A' = \frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{13\lambda}{12}\right)} = \frac{A}{\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right)} = 2A$$

iii) Αν L=1,01λ, τότε:

$$A' = \frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}1{,}01\lambda\right)} = \frac{A}{\eta\mu(2{,}02\pi)} \approx \frac{A}{0{,}06} \approx 17A!!!$$

Στο παρακάτω σχήμα βλέπετε στιγμιότυπα των τριών παραπάνω στασίμων, για διαφορετικά πλάτη της πηγής Ο (για…σχεδιαστικούς λόγους!).

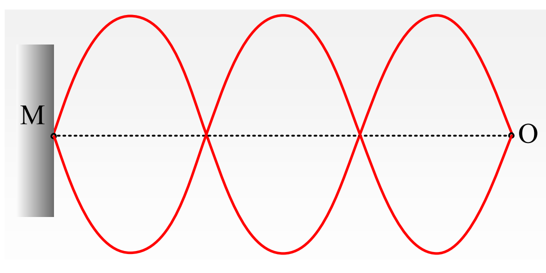


- Προηγουμένως τονίσθηκε ότι το στάσιμο θα δημιουργηθεί για οποιοδήποτε ω. Υπάρχει όμως ένας περιορισμός στην παραπάνω λύση:

$$y(x,t) = \frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right)} \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot \eta\mu(\omega t)$$

Δεν πρέπει να μηδενίζεται ο παρονομαστής!

Θα πρέπει δηλαδή να ισχύει $\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right) \neq 0$ ή $\frac{2\pi}{\lambda}L \neq n\pi$ ή $\frac{2\pi}{\lambda}L \neq n\pi$ ή $L \neq n\frac{\lambda}{2}$, αφού αν ισχύει $L = n\frac{\lambda}{2}$ το πλάτος απειρίζεται.



Και τι σημαίνει απειρισμός; Προφανώς δεν μπορεί το πλάτος να γίνει άπειρο, στην πράξη θα μιλάγαμε για πολύ μεγάλο πλάτος. Για παράδειγμα, το παραπάνω σχήμα δείχνει μια τέτοια κατάσταση. Αλλά αν έχουμε τόσο μεγάλα πλάτη, δεν υπάρχουν πλέον «ήπιες παραμορφώσεις» και η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

δεν ισχύει. Αλλά τότε δεν ισχύουν ούτε και όλα όσα παραπάνω είπαμε και προφανώς ούτε η λύση:

$$y(x,t) = \frac{A}{\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}L\right)} \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot \eta\mu(\omega t)$$

Αν σκεφτούμε γιατί δεν μπορούμε να έχουμε άπειρο πλάτος, συνεπώς και άπειρη ενέργεια, μπορούμε να βρούμε λόγους απώλειες ενέργειας, όπως:

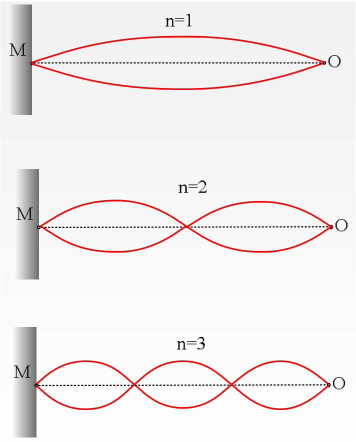
1) Απώλεια ενέργειας λόγω σύζευξης με άλλα συστήματα ή το πιο απλό ακτινοβολία ηχητικών κυμάτων.
2) Απώλεια ενέργειας στο εσωτερικό της χορδής.
3) Ισχυρή αλληλεπίδραση με τον διεγέρτη που οδηγεί σε παραμόρφωση της αρμονικής διαταραχής που αυτός θέλει να αναγκάσει να κάνει το άκρο της χορδής.

Αν επιστρέψουμε στη σχέση $L = n\frac{\lambda}{2}$ βλέπουμε να εμφανίζονται οι ιδιοσυχνότητες της χορδής, οι οποίες, σε αντίθεση με το σύστημα μάζα-ελατήριο που έχει μια ιδιοσυχνότητα f_0, έχει άπειρες ιδιοσυχνότητες:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \rightarrow \frac{\upsilon}{f_n} = \frac{2L}{n} \rightarrow$$

$$f_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

Αν θέλαμε να δούμε τις εικόνες της χορδής για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες θα παίρναμε τις εικόνες του παρακάτω σχήματος, όπου υποτίθεται ότι το πλάτος στις κοιλίες τείνει στο άπειρο. Ας τονίσουμε ξανά, ότι όταν μιλάμε για άπειρο πλάτος, εννοούμε στην πράξη, πολύ μεγάλο πλάτος…



Αξίζει να προσέξουμε ότι τώρα στη θέση της πηγής βρίσκεται δεσμός! Δηλαδή ξεχνώντας τι γίνεται σε όλη τη διάρκεια των μεταβατικών φαινομένων, όπου η πηγή προσφέρει ποσά ενέργειας στη χορδή, πάμε απευθείας στην μόνιμη κατάσταση που η πηγή «δεν χρειάζεται πια» να προσφέρει ενέργεια ή αν προτιμάτε η χορδή έχει πια τόσο μεγάλη ενέργεια που «αντιστέκεται» στην πηγή, επιβάλλοντάς της, την μη ταλάντωσή της…

Βιβλιογραφία:

Η παραπάνω εργασία στηρίζεται στις παραδόσεις του καθηγητή Κωνσταντίνου Ευταξία του ΕΚΠΑ που μπορείτε να παρακολουθήσετε με κλικ εδώ.

dmargaris@gmail.com