

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΨΑΧΝΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ

2011/2012

Οι πράξεις και οι ιδιότητές τους, Διάταξη πραγματικών αριθμών, Απόλυτη τιμή
πραγματικού αριθμού

Ημερομηνία: 12/12/2011

Τμήμα: Α₄

Όνοματεπώνυμο:

Θέματα

1. Α. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε αριθμούς α, β ισχύει,

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|.$$

(Υπόδειξη: Επειδή και τα δύο μέλη της ανισότητας είναι μη αρνητικοί αριθμοί, μπορούν, ισοδύναμα, να υψωθούν σε εκθέτη ίσο με το 2.)

[15 μονάδες]

- Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο απαντήσεών σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Αν $\gamma < 0$, τότε ισχύει η ισοδυναμία,

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma.$$

[2 μονάδες]

- β. Για θετικούς αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η συνεπαγωγή,

$$(\alpha > \beta \quad \text{και} \quad \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta.$$

[2 μονάδες]

- γ. Για κάθε αριθμό α ισχύει, $|\alpha| = +\alpha$.

[2 μονάδες]

- δ. Για κάθε αριθμό α ισχύει, $|\alpha| \leq -\alpha$.

[2 μονάδες]

Γενικό Λύκειο Ψαχνών
Επαναληπτικό Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου
Άλγεβρα Α' τάξης Γενικού Λυκείου

ε. Για οποιουσδήποτε αριθμούς α, β με $\beta \neq 0$ ισχύει η ισότητα,

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}.$$

[2 μονάδες]

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις,

i) $|-5| + |4|$

ii) $|7 - 11|$

iii) $|4 - \pi| + |\pi - 3|$

iv) $|4 - x| - |x - 3|$, όπου $x > 4$

v) $|(-\pi)^2| - \pi^2$

[5×5=25 μονάδες]

3. α. Να αποδείξετε ότι,

$$\beta^2 + 25 \geq 10\beta.$$

[15 μονάδες]

β. Να αποδείξετε ότι,

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 \geq 0.$$

[10 μονάδες]

(Υπόδειξη: Να διασπάσετε, κατάλληλα, το 5 σε άθροισμα δύο αριθμών.)

4. α. Να αποδείξετε την ταυτότητα,

$$(\alpha^2 + \beta^2) \cdot (\gamma^2 + \delta^2) = (\alpha\gamma + \beta\delta)^2 + (\alpha\delta - \beta\gamma)^2.$$

[9 μονάδες]

β. Να αποδείξετε ότι,

$$\left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} \right) : \left(\frac{x^2}{x - y} - y \right) = 1.$$

[8 μονάδες]

Γενικό Λύκειο Ψαχνών
Επαναληπτικό Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου
Άλγεβρα Α' τάξης Γενικού Λυκείου

γ. Αν $x < y < 0$, να αποδείξετε ότι,

$$\frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{-2}-y^{-2}} < 0.$$

[8 μονάδες]