

**ΘΕΜΑ 4****15652**

1. Δύο σφαίρες ίδιας μάζας,  $m = 0,2 \text{ kg}$ , κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε αντίθετες κατευθύνσεις και με ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 6 \text{ m s}^{-1}$ ,  $v_2 = 2 \text{ m s}^{-1}$  αντίστοιχα, ώστε να πλησιάζουν η μια την άλλη. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οι σφαίρες απέχουν μεταξύ τους  $4 \text{ m}$ . Η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια θεωρείται αμελητέα.

Δ1) Σχεδιάστε τις σφαίρες τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και υπολογίστε τα μέτρα των ορμών τους.

*Μονάδες 6*

Δ2) Ποια χρονική στιγμή θα γίνει η κρούση ;

*Μονάδες 6*

Δ3) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ;

*Μονάδες 6*

Δ4) Σχεδιάστε (σε κοινό διάγραμμα) τις γραφικές παραστάσεις για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών και του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από  $0$  μέχρι  $1 \text{ s}$ . Να θεωρήσετε ως θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας με ταχύτητα  $v_1$ .

*Μονάδες 7*

2. Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 0,4$  kg και  $m_2 = 0,6$  kg κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχοντας ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 20$  m/s και  $v_2 = 5$  m/s αντίστοιχα.

Δ1) Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τις ορμές των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.

**Μονάδες 6**

Δ2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

Δ3) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα για το οποίο το συσσωμάτωμα θα κινηθεί μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

Δ4) Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας μετά την κρούση των σωμάτων λόγω της τριβής στο τραχύ δάπεδο.

**Μονάδες 7**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>

3. Μπαλάκι του τένις, μάζας  $m$ , αφήνεται να πέσει από ύψος  $h_1$  από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος  $h_2$  από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,

*Μονάδες 5*

Δ2) τη μεταβολή της ορμής του (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης του στο έδαφος.

*Μονάδες 7*

Δ3) Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο  $6N$  να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

*Μονάδες 6*

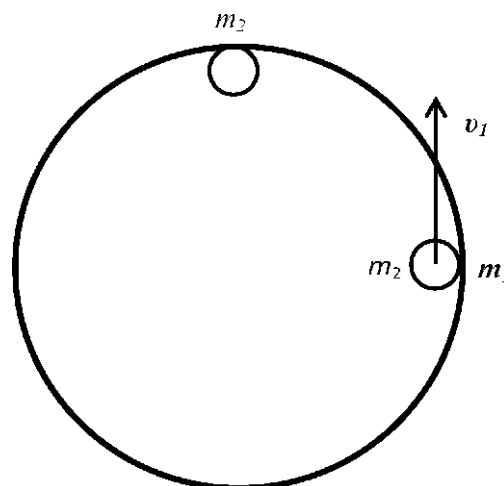
Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

Δ4) Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος,  $h_3$  στο οποίο θα ανέβει.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $m = 100 \text{ g}$ ,  $h_1 = 80 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 20 \text{ cm}$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

4. Δύο σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και  $m_2 = 6 \text{ kg}$  αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας  $R = 2 \text{ m}$  που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο, ενώ το  $\Sigma_1$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ . Αν τα σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :



- Δ1)** Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

**Μονάδες 6**

- Δ2)** Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

**Μονάδες 5**

- Δ3)** Σε κάποια άλλη περίπτωση, αλλάζοντας το υλικό των σφαιριδίων, αλλά διατηρώντας τις μάζες τους, τα σφαιρίδια συγκρούονται χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Αν η ταχύτητα της σφαίρας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση είναι  $4 \text{ m/s}$ , να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας  $m_1$  αμέσως μετά την κρούση. Να ελέγξετε αν στην κρούση αυτή διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

**Μονάδες 8**

- Δ4)** Ποιο είναι το μήκος του τόξου που διανύει το κάθε ένα από τα δύο σώματα μέχρι την επόμενη σύγκρουσή τους;

**Μονάδες 6**

5.



Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας  $M = 200$  g. Ένα μικρό βέλος μάζας  $m = 40$  g κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου,  $v_1 = 10$  m/s, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι  $\Delta t = 0,1$  s και ότι το βέλος εξέρχεται από μήλο με ταχύτητα, μέτρου  $v_2 = 2$  m/s, να υπολογίσετε :

**Δ1)** το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,

**Μονάδες 5**

**Δ2)** τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης,

**Μονάδες 6**

**Δ3)** τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,

**Μονάδες 7**

**Δ4)** Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βέλους που μεταφέρεται στο περιβάλλον του συστήματος μήλο-βέλος κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

**Μονάδες 7**

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία..

**15961**

6. Μια βόμβα μάζας  $m = 3 \text{ kg}$  βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος  $H = 500 \text{ m}$  από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_1 = 40 \text{ m/s}$ .

Δ1) Να υπολογίσετε με πόση ταχύτητα εκτοξεύεται το δεύτερο κομμάτι.

**Μονάδες 5**

Δ2) Να υπολογίσετε την ταχύτητα, σε μέτρο και κατεύθυνση, του δεύτερου κομματιού, 6 s μετά από την έκρηξη.

**Μονάδες 6**

Δ3) Ποια χρονική στιγμή φτάνει το κάθε κομμάτι στο έδαφος; Σχολιάστε το αποτέλεσμα.

**Μονάδες 6+2**

Δ4) Εάν το πρώτο κομμάτι φτάνει στο έδαφος στο σημείο A και το άλλο στο σημείο B να υπολογίσετε την απόσταση AB.

**Μονάδες 6**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

7. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  σώμα μάζας  $m_1 = 0,4$  kg βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 30$  m/s από ύψος 160 m από το έδαφος. Ταυτόχρονα από το έδαφος βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω ένα δεύτερο σώμα μάζας  $m_2 = 0,1$  kg με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 40$  m/s. Όταν το  $m_2$  φτάσει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του, τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέγιστο ύψος που φτάνει το  $m_2$  και τη χρονική στιγμή  $t_1$  της κρούσης.

*Μονάδες 6*

Δ2) Την ταχύτητα του σώματος  $m_1$  (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος  $m_1$  με τον οριζόντιο άξονα) τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

*Μονάδες 6*

Δ3) Να αποδείξετε ότι τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας  $m_2$  φτάνει στο μέγιστο ύψος του, το σώμα  $m_1$  βρίσκεται επίσης στο ίδιο ύψος.

*Μονάδες 6*

Δ4) Την ταχύτητα του συσσωματώματος (σε μέτρο και κατεύθυνση, υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του συσσωματώματος με τον οριζόντιο άξονα) αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

8. Σώμα μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται από κάποιο ύψος και μετά από 3 s χτυπάει με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  στο έδαφος. Το σώμα αναπηδά με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ . Καθώς ανεβαίνει και σε ύψος 15 m από το έδαφος, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που συγκρατείται ακίνητο στο ύψος αυτό, και τη στιγμή της κρούσης απελευθερώνεται. Να υπολογίσετε:

Δ1) την ταχύτητα  $v_1$  καθώς και το αρχικό ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα  $m_1$ ,

*Μονάδες 6*

Δ2) τη μέση συνισταμένη δύναμη που δέχτηκε το σώμα μάζας  $m_1$  κατά την κρούση του με το έδαφος, εάν ο χρόνος επαφής με αυτό ήταν 0,1 s,

*Μονάδες 6*

Δ3) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,

*Μονάδες 7*

Δ4) το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φθάσει το συσσωμάτωμα,

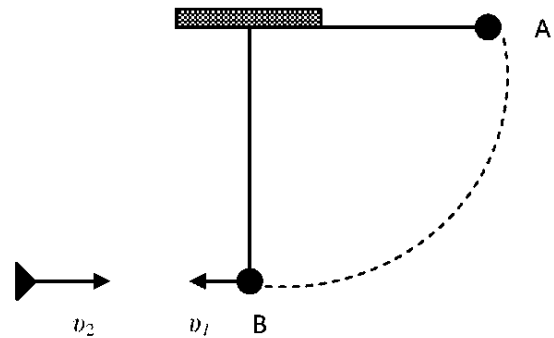
*Μονάδες 6*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



9.

Σώμα μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $l = 1,25 \text{ m}$ . Το σώμα αφήνεται από το σημείο A, με το νήμα οριζόντιο, και διαγράφει το τεταρτοκύκλιο που φαίνεται στο σχήμα. Διερχόμενο από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του B, όπου η ταχύτητα του έχει μέτρο  $v_1$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που κινείται με ταχύτητα  $v_2$  αντίθετης κατεύθυνσης



από την  $v_1$ . Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου  $V = 4 \text{ m/s}$ , με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας  $v_2$ . Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$ .

*Μονάδες 6*

Δ2) Την τάση του νήματος καθώς το σώμα  $m_1$  διέρχεται από το σημείο B.

*Μονάδες 7*

Δ3) Το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$ .

*Μονάδες 6*

Δ4) Την αύξηση της θερμικής ενέργειας κατά την κρούση.

*Μονάδες 6*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**10.** Ένας ξύλινος στόχος μάζας  $M = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$  λίγο πριν την κρούση με το στόχο, έχει οριζόντια προς τα δεξιά ταχύτητα με μέτρο  $200 \text{ m/s}$ . Το βλήμα διαπερνά το στόχο και εξέρχεται από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $100 \text{ m/s}$ , ομόρροπη της αρχικής του ταχύτητας.

**Δ1)** Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά ο στόχος αμέσως μετά τη σύγκρουση.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να βρεθεί το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της συγκρούσεως.

*Μονάδες 6*

Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ του στόχου και του βλήματος, όταν το βλήμα διαπερνά το στόχο, είναι χρονικά σταθερές.

**Δ3)** Αν ο χρόνος που χρειάστηκε το βλήμα να διαπεράσει το στόχο είναι  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ , να βρείτε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο στόχο.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Ο στόχος βρίσκεται στην άκρη ενός τραπεζιού, οπότε μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή. Όταν ο στόχος πέφτει στο δάπεδο, τότε το μέτρο της ταχύτητάς του είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας που έχει αμέσως μετά τη σύγκρουσή του με το βλήμα. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**11.** Ένα τρενάκι αποτελείται από δύο μικρά βαγόνια και μπορεί να κινείται με ομαλή κυκλική κίνηση σε κυκλικές ράγες ακτίνας  $r = 2/\pi$  m με περίοδο  $T = 2$  s.

**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής του αντικειμένου.

**Μονάδες 6**

Κάποια χρονική στιγμή το τρένο υφίσταται μια μικρή έκρηξη και τα δύο βαγόνια αποχωρίζονται μεταξύ τους, ενώ συνεχίζουν να κινούνται στις κυκλικές ράγες. Η μάζα και των δύο μαζί είναι  $m = 3$  kg ενώ η μάζα του μπροστινού βαγονιού είναι  $m_1 = 1$  kg. Το μπροστινό βαγόνι μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v = 12$  m/s στην ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση κίνησης του τρένου.

**Δ2)** Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του άλλου βαγονιού.

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να βρείτε το ποσό της ενέργειας που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη.

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά, μετά την έκρηξη;

**Μονάδες 7**

Στην επίλυση του προβλήματος θεωρούμε τα βαγόνια ως υλικά σημεία.

**12.** Ένα βλήμα μάζας  $m = 0,1$  kg κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v = 100$  m/s και προσκρούει σε ακίνητο στόχο μάζας  $M = 4,9$  kg οπότε και δημιουργείται συσσωμάτωμα. Να βρείτε:

**Δ1)** Την ταχύτητα του συσσωματώματος.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Τη θερμότητα η οποία ελευθερώθηκε λόγω της σύγκρουσης.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Το μέτρο της μεταβολής της ορμής για κάθε σώμα ξεχωριστά κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Το βλήμα διανύει μέσα στο στόχο απόσταση 1 m. Να βρεθεί η μέση δύναμη που ασκείται από το στόχο στο βλήμα κατά της διάρκεια της ενσωμάτωσής του, αν υποτεθεί ότι το βλήμα και ο στόχος εκτελούν ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις κατά τη χρονική διάρκεια της σύγκρουσης.

*Μονάδες 7*

**13.** Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  κινούνται το ένα προς το άλλο, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρου  $4 \text{ m/s}$  και  $3 \text{ m/s}$  και σε αντίθετες κατευθύνσεις. Τα σώματα κουβαλούν μικροποσότητες εκρηκτικών, τα οποία ενδέχεται να εκραγούν κατά τη μεταξύ τους σύγκρουση. Παρατηρούμε ότι μετά τη σύγκρουση τους η ταχύτητα του σώματος 1 έχει μέτρο  $8 \text{ m/s}$  και κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική κατεύθυνση κίνησης του σώματος 1. Να βρείτε:

**Δ1)** Την ταχύτητα του σώματος 2 μετά τη σύγκρουση.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Τη μεταβολή της ορμής κατά μέτρο για κάθε σώμα ξεχωριστά.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Τη μέση δύναμη που ασκεί το κάθε σώμα στο άλλο, αν η σύγκρουση διαρκεί  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ .

*Μονάδες 6*

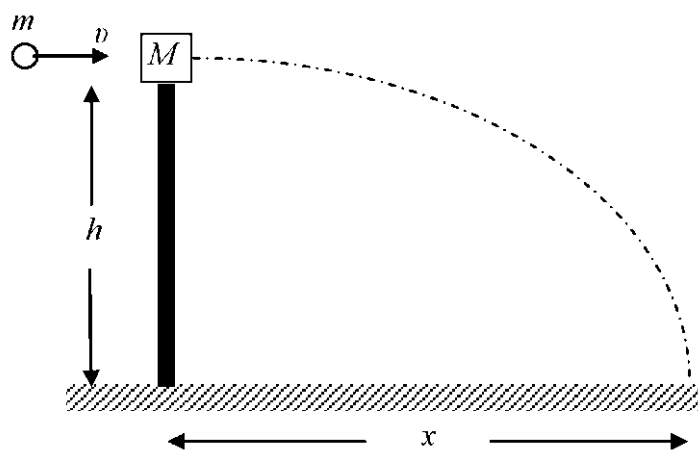
**Δ4)** Κατά τη σύγκρουση εξερράγη κάποια ποσότητα εκρηκτικού ή απλώς παράχθηκε κάποιο ποσό θερμικής ενέργειας λόγω της σύγκρουσης;

*Μονάδες 1*

Να προσδιορίσετε το ποσό της θερμότητας που παράχθηκε λόγω της σύγκρουσης ή της ελάχιστης ενέργειας που ελευθερώθηκε από το εκρηκτικό, με βάση την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.

*Μονάδες 6*

14. Ο καθηγητής της φυσικής μιας σχολής αξιωματικών του στρατού θέτει ένα πρόβλημα σχετικά με το πώς οι φοιτητές, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους από το μάθημα, θα μπορούσαν να υπολογίσουν την ταχύτητα  $v$  του βλήματος ενός πιστολιού. Ο καθηγητής υποδεικνύει στους φοιτητές την παρακάτω διαδικασία: Το βλήμα μάζας  $m$  εκτοξεύεται οριζόντια και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου, μάζας  $M$ , που ισορροπεί ελεύθερο στην κορυφή ενός στύλου ύψους  $h$ . Οι μάζες  $m$  και  $M$  μετρώνται με ζύγιση και το ύψος  $h$  μετράται με μετροταινία.



Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $x$  από τη βάση του στύλου, αφήνοντας ένα σημάδι στο χώμα ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση αυτής της απόστασης  $x$ . Οι φοιτητές έκαναν τη διαδικασία και τις μετρήσεις που τους υπέδειξε ο καθηγητής τους και βρήκαν τις τιμές  $m = 0,1 \text{ kg}$ ,  $M = 1,9 \text{ kg}$ ,  $h = 5 \text{ m}$  και  $x = 10 \text{ m}$ . Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν από τους φοιτητές, και θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε:

**Δ1)** Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος.

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας  $V$  την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Το μέτρο της ταχύτητας  $v$  του βλήματος πριν σφηνωθεί στο ξύλο.

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

**Μονάδες 7**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γής  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**15.** Μία οβίδα μάζας 3 kg εκτοξεύεται από το σημείο Α του οριζόντιου εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Όταν φθάνει στο ανώτερο σημείο Ο της τροχιάς της, δηλαδή έχει στιγμιαία ταχύτητα μηδέν, σπάει ακαριαία, λόγω εσωτερικής έκρηξης, σε δύο κομμάτια με μάζες  $m_1 = 1$  kg και  $m_2 = 2$  kg. Το σημείο Ο βρίσκεται σε ύψος 20 m από το έδαφος. Το κομμάτι μάζας  $m_1$  αποκτά αμέσως μετά την έκρηξη οριζόντια ταχύτητα μέτρου 10m/s με φορά προς τα δεξιά ενός παρατηρητή. Τα κομμάτια  $m_1$  και  $m_2$  κινούνται και πέφτουν στο έδαφος στα σημεία Κ και Λ αντιστοίχως. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας που αποκτά το κομμάτι μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την έκρηξη.

*Μονάδες 7*

**Δ2)** Το χρονικό διάστημα που κινείται κάθε κομμάτι από τη στιγμή της έκρηξης μέχρι να αγγίξει το έδαφος.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Την απόσταση ΚΛ.

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού μάζας  $m_1$  ακριβώς πριν ακουμπήσει στο σημείο Κ του εδάφους.

*Μονάδες 5*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γής  $g = 10\text{m/s}^2$ , και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**16.** Μικρή σφαίρα μάζας  $0,1 \text{ kg}$  αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει ελεύθερα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα προσκρούει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 5 \text{ m/s}$  και αναπηδά κατακόρυφα έχοντας αμέσως μόλις χάσει την επαφή της με το δάπεδο, ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 2 \text{ m/s}$ . Η χρονική διάρκεια της επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι  $0,1 \text{ s}$ . Να υπολογιστούν:

**Δ1)** Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (κατά μέτρο και κατεύθυνση) κατά την κρούση της με το δάπεδο.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Η μέση τιμή της δύναμης που ασκήθηκε από το δάπεδο στη σφαίρα κατά την κρούση.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

*Μονάδες 6*

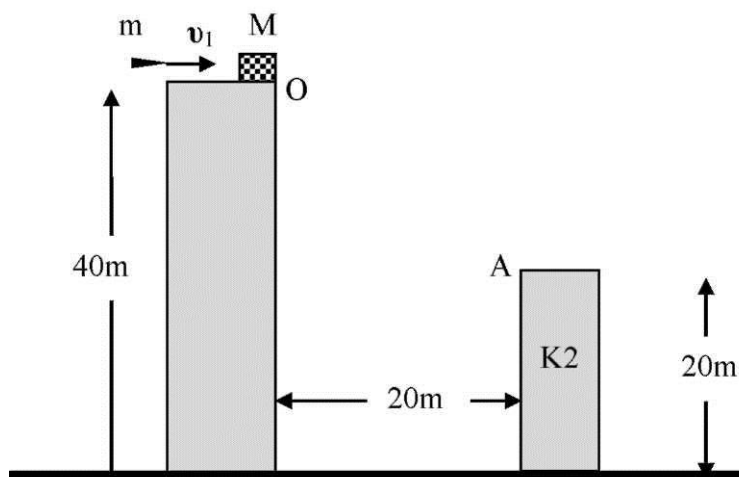
**Δ4)** Το % ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση.

*Μονάδες 7*

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, το επίπεδο του δαπέδου.



17. Ένας ξύλινος κύβος μάζας  $M = 1$  kg ισορροπεί στην άκρη της ταράτσας στο σημείο O ενός κτηρίου K1 ύψους 40 m. Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου  $t = 0$ , ένα βλήμα μάζας  $m = 0,1$  kg, το οποίο κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 200$  m/s, διαπερνά ακαριαία τον κύβο και εξέρχεται



από αυτόν με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_2$ , ενώ ο κύβος αποκτά οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $V$ . Ο κύβος εκτελεί στη συνέχεια οριζόντια βολή και καθώς κινείται συναντά ένα κτήριο K2 ύψους 20m, οπότε προσκρούει στο σημείο A της ταράτσας, που είναι το πλησιέστερο σημείο της στο κτήριο K1. Τα κτήρια απέχουν 20m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:

Δ1) η χρονική στιγμή της πρόσκρουσης του κύβου στο σημείο A,

*Μονάδες 6*

Δ2) το μέτρο  $V$  της ταχύτητας του κύβου αμέσως μετά τη διέλευση του βλήματος,

*Μονάδες 6*

Δ3) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου πριν ακριβώς προσκρούσει στο σημείο A,

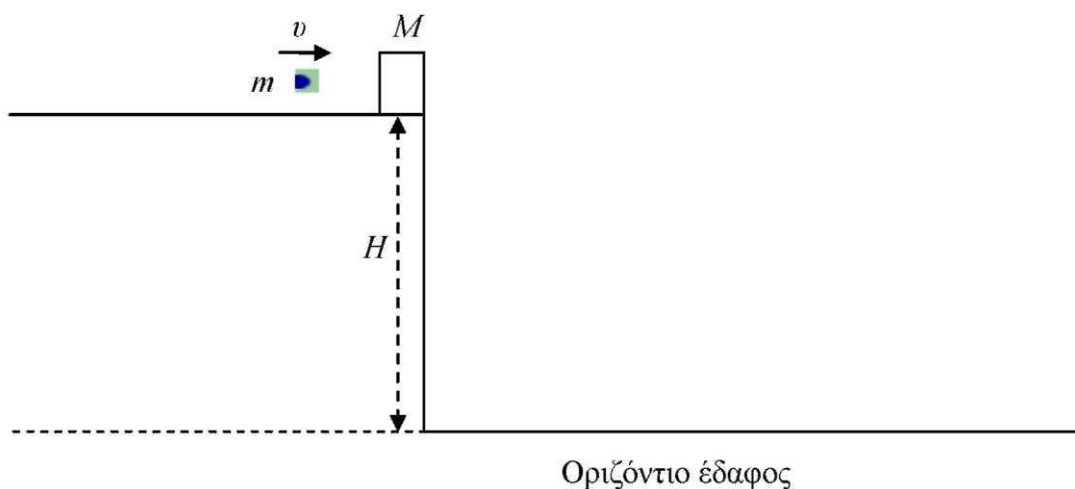
*Μονάδες 6*

Δ4) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-κύβος κατά τη διέλευση του βλήματος από τον κύβο.

*Μονάδες 7*

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10\text{m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

18. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 20 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ουρανοξύστη η οποία βρίσκεται σε ύψος  $H = 80 \text{ m}$  πάνω από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ένα βλήμα μάζας  $m = 500 \text{ g}$ , που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v = 200 \text{ m/s}$ , συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο, το διαπερνά και εξέρχεται απ' αυτό με ταχύτητα  $v_1$  που έχει μέτρο υποδιπλάσιο της ταχύτητας  $v$ . Αμέσως μετά τη κρούση και τα δύο σώματα (ξύλινο κιβώτιο και βλήμα), εκτελούν οριζόντια βολή.



Δ1) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

Δ2) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που απελευθερώθηκε στο περιβάλλον λόγω της κρούσης του βλήματος με το κιβώτιο.

**Μονάδες 6**

Δ3) Αν υποθέσετε ότι η χρονική διάρκεια της κίνησης του βλήματος μέσα στο κιβώτιο είναι  $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ , να υπολογίσετε τη μέση δύναμη  $F$ , που δέχθηκε το βλήμα από το κιβώτιο.

**Μονάδες 7**

Το κιβώτιο αλλά και το βλήμα μετά την οριζόντια βολή που εκτελούν, πέφτουν στο έδαφος στα σημεία A και B αντίστοιχα.

Δ4) Να υπολογίσετε την απόσταση AB.

**Μονάδες 6**

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι κατά τις κινήσεις

των σωμάτων θεωρούμε μηδενική την αντίσταση του αέρα.

19. Ένα κιβώτιο μάζας  $M = 970 \text{ g}$  βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Βλήμα μάζας  $m = 30 \text{ g}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v = 200 \text{ m/s}$ , συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε  $s$  δημιουργείται συσσωμάτωμα.



Δ1) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ξεκινά να κινείται το συσσωμάτωμα.

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης  $F$  που ασκείται από το βλήμα στο κιβώτιο, αν το βλήμα ακινητοποιήθηκε μέσα στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ .

*Μονάδες 6*

Δ3) Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

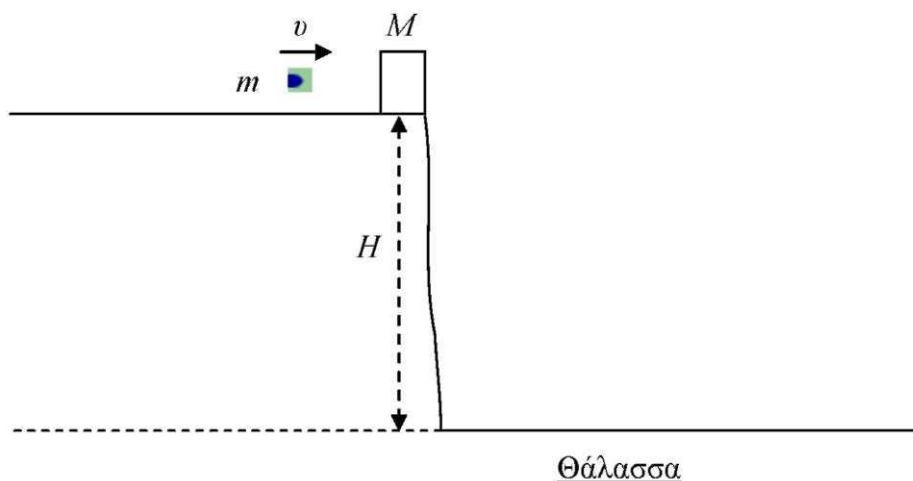
*Μονάδες 6*

Δ4) Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

20. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 1,95 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας η οποία βρίσκεται σε ύψος  $H = 45 \text{ m}$ , πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας  $m = 50 \text{ g}$ , που κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v = 100 \text{ m/s}$ , συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, εκτελεί οριζόντια βολή με την ταχύτητα που απέκτησε και πέφτει προς την θάλασσα αμέσως μετά την κρούση. Να υπολογίσετε:



- Δ1) Την ταχύτητα  $V_{\Sigma}$  του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.  
*Μονάδες 6*
- Δ2) Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.  
*Μονάδες 7*
- Δ3) Το χρόνο που διαρκεί η κάθοδος του συσσωματώματος, μέχρι αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.  
*Μονάδες 6*
- Δ4) Την μέγιστη οριζόντια απόσταση  $s$ , που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), φτάνοντας στην επιφάνεια της θάλασσας.  
*Μονάδες 6*

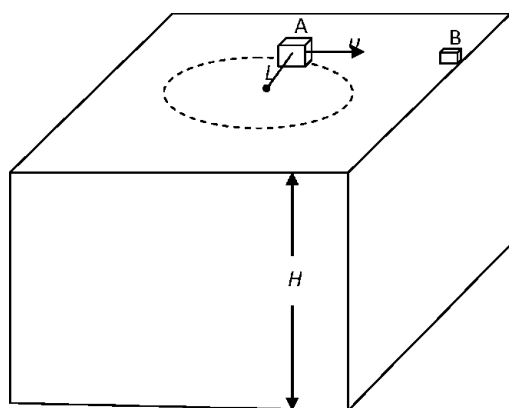
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γής  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

**21.** Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος  $H = 20 \text{ m}$  από το έδαφος. Ένα κουτί Α μάζας  $m_1 = 3 \text{ kg}$  είναι δεμένο σε σχοινί μήκους  $L$  και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο πάνω στην επιφάνεια της ταράτσας (βλ. σχήμα 1). Το κουτί κινείται με ταχύτητα  $v = 20 \text{ m/s}$  και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρόνο  $0,2 \cdot \pi \text{ s}$ . Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται ώστε το κουτί Α αφού ολισθήσει να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί Β μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_0$ .

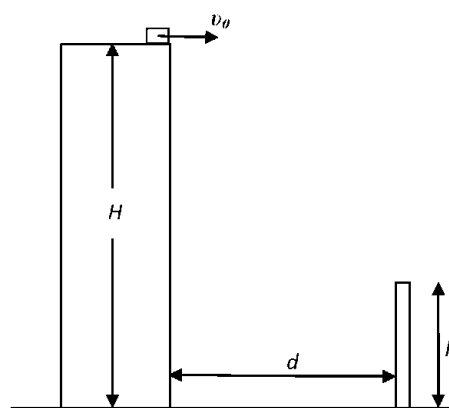
**Δ1)** Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού που είναι δεμένο το κουτί Α.

*Μονάδες 4*

**Δ2)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα  $v_0$  με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα



Σχήμα 1.



Σχήμα 2.

καθώς και πόσο μακριά από το κτίριο το συσσωμάτωμα χτυπά το έδαφος .

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά το έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

*Μονάδες 6*

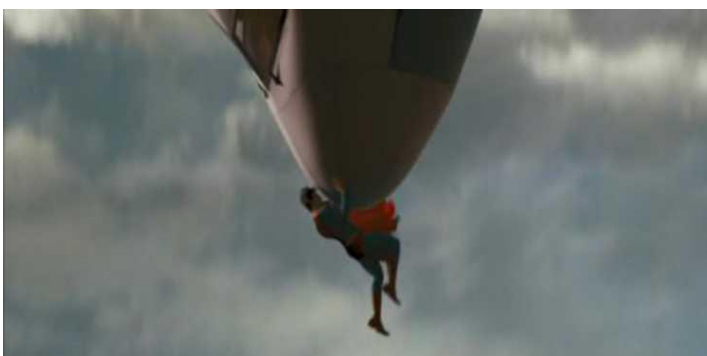
**Δ4)** Έστω ότι σε απόσταση  $d = 15 \text{ m}$  από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους  $h = 6 \text{ m}$  (Σχήμα 2). Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.

*Μονάδες 7*

Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού Α πάνω στην ταράτσα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

## 22.

Σε κινηματογραφική ταινία ένα Μπόϊγκ 777 μετά από διαδοχικές βλάβες πέφτει κατακόρυφα κάνοντας ελεύθερη πτώση (οι κινητήρες του αεροπλάνου δεν λειτουργούν). Στην ταινία αυτή ένας υπερήρωας σταματάει το αεροπλάνο ασκώντας του κατακόρυφη δύναμη προς τα



επάνω (βλ. φωτογραφία). Το αεροπλάνο έχει μάζα 200.000 kg και όταν ο υπερήρωας αρχίζει να του ασκεί δύναμη έχει ταχύτητα 270 m/s . Το αεροπλάνο σταματά σε 30 s. Να υπολογίσετε :

**Δ1)** το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αεροπλάνου από τη στιγμή που δέχεται τη δύναμη από τον υπερήρωα μέχρι να σταματήσει,

*Μονάδες 5*

**Δ2)** τη μέση δύναμη που δέχεται το αεροπλάνο στο χρονικό διάστημα των 30 s,

*Μονάδες 6*

**Δ3)** τη μέση δύναμη που ασκείται στο αεροπλάνο από τον υπερήρωα,

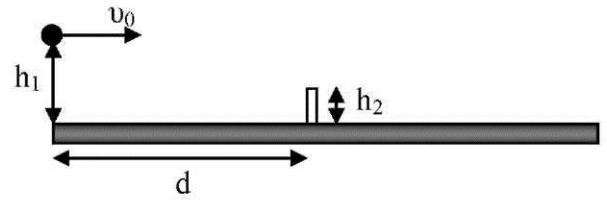
*Μονάδες 7*

**Δ4)** την απόσταση που κινήθηκε το αεροπλάνο από τη στιγμή που δέχθηκε τη δύναμη μέχρι να σταματήσει.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

- 23.** Το 2014 η τενίστρια Sabine Lisicki έκανε ένα σερβίς στο οποίο η μπάλα έφυγε από την ρακέτα με ταχύτητα  $v_0 = 58 \text{ m/s}$ . Η ταχύτητα αυτή είναι η μεγαλύτερη καταγεγραμμένη ταχύτητα για τις γυναίκες τενίστριες. Το μπαλάκι του τένις ζυγίζει  $60 \text{ g}$  και ο χρόνος επαφής του με την ρακέτα ήταν  $5 \text{ ms}$ .



Θεωρούμε ότι πριν χτυπήσει η ρακέτα το μπαλάκι του τένις είχε στιγμιαία ταχύτητα μηδέν και ότι η τελική του ταχύτητα ήταν οριζόντια. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** τη μεταβολή της ορμής στο μπαλάκι,

*Μονάδες 5*

**Δ2)** τη μέση δύναμη που δέχτηκε το μπαλάκι από την ρακέτα,

*Μονάδες 6*

**Δ3)** την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ταχύτητα της μπάλας με την κατακόρυφο όταν η μπάλα χτυπάει στο έδαφος,

*Μονάδες 7*

Όταν η τενίστρια χτύπησε το μπαλάκι απείχε από το δίχτυ απόσταση  $d = 17,4 \text{ m}$  και το ύψος από το οποίο ξεκίνησε την κίνησή του το μπαλάκι ήταν  $h_1 = 2 \text{ m}$ . Το δίχτυ έχει ύψος  $h_2 = 1 \text{ m}$ .

**Δ4)** Να υπολογίσετε σε πόσο ύψος πάνω από το δίχτυ πέρασε το μπαλάκι.

*Μονάδες 7*

Για τους υπολογισμούς να θεωρήσετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\sqrt{10} = \pi$ .

24. Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 6 \text{ kg}$  και  $m_2 = 4 \text{ kg}$  κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών ήταν  $v_1 = 20 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 10 \text{ m/s}$ .

Δ1) Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 5*

Δ2) Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών κατά την πλαστική κρούση.

*Μονάδες 5*

Δ3) Αν η κρούση διαρκεί  $0,1 \text{ s}$ , να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.

*Μονάδες 7*

Δ4) Να βρεθεί το διάστημα για το οποίο κινήθηκε το συσσωμάτωμα μετά την κρούση. Θεωρείστε ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης η μετατόπιση του συσσωματώματος είναι αμελητέα, ενώ ο συντελεστής τριβή συσσωματώματος - δαπέδου είναι  $\mu = 0,32$ .

*Μονάδες 8*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



25. Σε σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ , σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δρα δύναμη σταθερού μέτρου  $F$ , με κατεύθυνση αντίθετη της  $v_0$ . Θεωρούμε θετική την κατεύθυνση της  $v_0$ .

Όταν η μεταβολή της ορμής του σώματος είναι  $-3mv_0$  να υπολογιστούν:

Δ1) Η ταχύτητα του σώματος.

*Μονάδες 7*

Δ2) Η χρονική διάρκεια κατά την οποία προκλήθηκε η προηγούμενη μεταβολή ορμής.

*Μονάδες 6*

Δ3) Το έργο της δύναμης  $F$  για την μετατόπιση κατά την οποία η δύναμη  $F$  είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του σώματος.

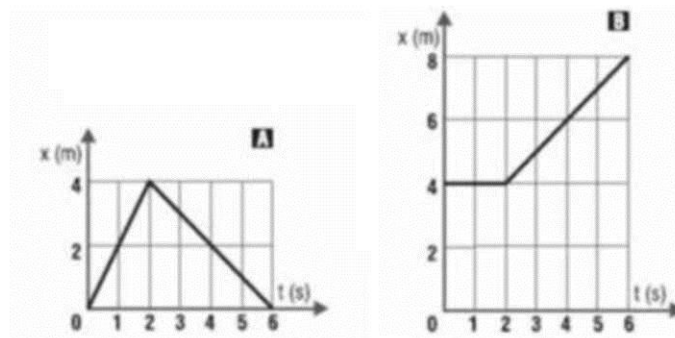
*Μονάδες 6*

Δ4) Το μέτρο της μετατόπισης που αντιστοιχεί στο έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ3.

*Μονάδες 6*

Να απαντήσεις σας θα πρέπει να είναι εκφράσεις των  $m$ ,  $F$ , και  $v_0$ .

26. Στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις φαίνονται οι θέσεις δύο σωμάτων, Α και Β που συγκρούονται στη θέση  $x = 4$  m, σε συνάρτηση με το χρόνο. Η μάζα του σώματος Α είναι  $m_A = 1$  kg και η μάζα του σώματος Β είναι  $m_B = 3$  kg.



Δ1) Να μεταφέρετε στο απαντητικό σας φύλλο και να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί.

	Πριν την Κρούση		Μετά την κρούση	
	A	B	A	B
Ταχύτητα				
Ορμή				
Κινητική Ενέργεια				

*Μονάδες 12*

Δ2) Με βάση τον προηγούμενο πίνακα, να εξηγήσετε ποιες αρχές διατήρησης ισχύουν στη συγκεκριμένη κρούση.

*Μονάδες 3*

Δ3) Αν η χρονική διάρκεια του φαινομένου της κρούσης είναι  $\Delta t = 0,01$  s, ( που είναι τόσο μικρό ώστε δεν μπορεί να παρασταθεί στην κλίμακα του χρόνου που έχουμε διαλέξει για τα διαγράμματα θέσης - χρόνου) να βρεθεί η δύναμη που άσκησε το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια της κρούσης.

*Μονάδες 5*

Δ4) Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του κινούμενου σώματος που μεταφέρθηκε στο ακίνητο ως αποτέλεσμα της κρούσης.

*Μονάδες 5*

27. Δύο σώματα κινούνται με σταθερές ταχύτητες στην ίδια οριζόντια ευθεία. Στον πίνακα, φαίνονται οι θέσεις από τις οποίες διέρχονται τα σώματα Α και Β κάθε δευτερόλεπτο.

I		
ΧΡΟΝΟΣ (s)	ΘΕΣΗ (m)	ΘΕΣΗ (m)
0	20	0
1	18	3
2	16	6
3	14	9
4	12	12
5	15	10
6	18	8
7	21	6
8	24	4
9	27	2
10	30	0

Δ1) Σε ποια θέση συγκρούονται τα σώματα;

*Μονάδες 3*

Δ2) Ποιες είναι οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά τη σύγκρουση τους;

*Μονάδες 10*

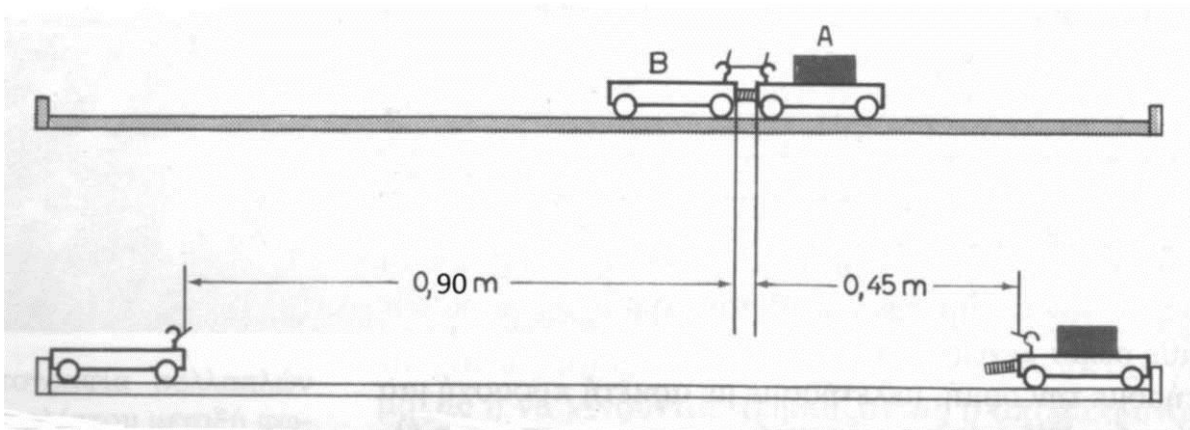
Δ3) Να βρείτε τη σχέση που ικανοποιούν οι μάζες των δύο σωμάτων.

*Μονάδες 7*

Δ4) Να ελέγξετε αν διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

*Μονάδες 5*

28. Τα καρότσια που φαίνονται στην πιο κάτω εικόνα βρίσκονται ακίνητα πάνω στην οριζόντια επιφάνεια του πάγκου στο εργαστήριο Φυσικών Επιστημών, και συνδέονται μεταξύ τους με νήμα.



Ένα ελατήριο ελάχιστης μάζας, το οποίο είναι σταθερά συνδεδεμένο στο καρότσι Α, βρίσκεται συμπιεσμένο ανάμεσά τους. Κάποια στιγμή καίμε το νήμα που συνδέει τα δύο καρότσια, τα καρότσια απελευθερώνονται, κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στις άκρες του πάγκου. Αν αγνοήσουμε τις τριβές κατά την κίνηση των καροτσιών, να υπολογίσετε:

Δ1) Το λόγο του μέτρου της ταχύτητα του Α προς το μέτρο της ταχύτητας του Β,  $v_A/v_B$ , κατά τη διάρκεια της κίνησης των καροτσιών.

**Μονάδες 3**

Δ2) Το λόγο των μαζών τους,  $m_A/m_B$  καθώς και το λόγο των μέτρων των ορμών τους  $p_A/p_B$  των καροτσιών Α και Β.

**Μονάδες 8**

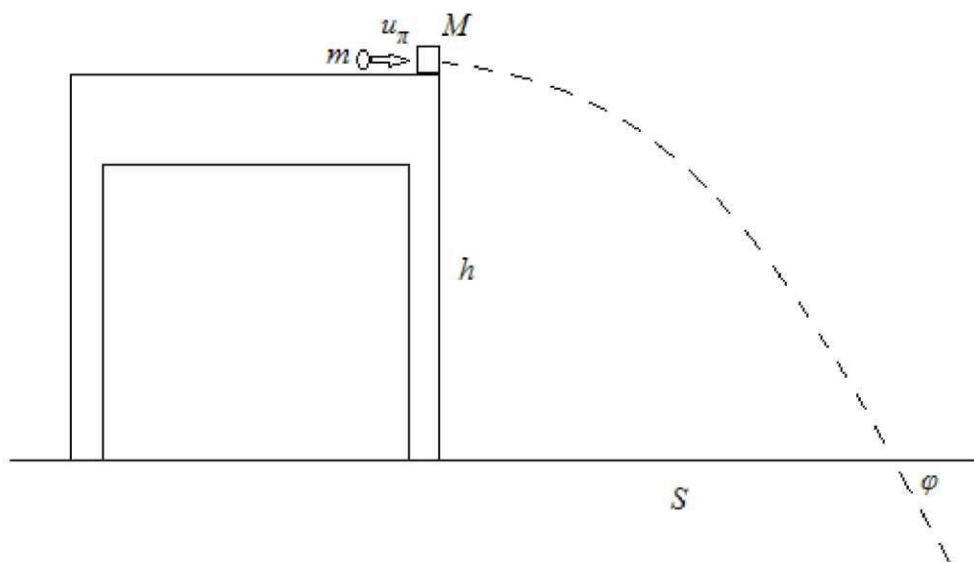
Δ3) Το λόγο των μέσων τιμών των δυνάμεων  $F_A/F_B$  που αναπτύχθηκαν στα καρότσια αμέσως μετά την καύση του νήματος και για όσο χρονικό διάστημα τα καρότσια ήταν σε επαφή με το ελατήριο.

**Μονάδες 6**

Δ4) Το λόγο των κινητικών ενεργειών  $K_A/K_B$ , που απέκτησαν τα καρότσια.

**Μονάδες 8**

29. Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας  $M = 30 \text{ g}$  ηρεμεί αρχικά στο άκρο Α του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος  $h = 0,8 \text{ m}$  από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας  $m = 10 \text{ g}$  ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα  $v_\pi$  με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση  $S = 0,8 \text{ m}$  από το σημείο βολής.



Δ1) Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 6*

Δ2) Ποια η ταχύτητα  $v_\pi$  με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

*Μονάδες 5*

Δ3) Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα πλαστελίνη-ξύλινος κύβος λόγω της κρούσης.

*Μονάδες 6*

Δ4) Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία  $\varphi = 45^\circ$  ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί άμεσα η γωνία αυτή για να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του. Με τα δεδομένα που έχετε, να αναπτύξετε κάποια άλλη μέθοδο για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιο από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό στο οποίο καταλήγετε;  
 α.  $\varphi = 45^\circ$ ,                    β.  $\varphi < 45^\circ$ ,                    γ.  $\varphi > 45^\circ$

*Μονάδες 8*

Να θεωρήσετε αμελητέες οποιεσδήποτε αντιστάσεις ή τριβές και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Επιπλέον δίνεται ότι  $\text{ef}45^\circ = 1$

**30.** Συμπαγής ελαστική μπάλα μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερη από ύψος  $h = 1,25 \text{ m}$  πάνω από οριζόντιο μαρμάρινο δάπεδο. Αν μετά από την πρώτη αναπήδηση η μπάλα φτάνει στην ίδια θέση απ' όπου αφέθηκε μετά από χρόνο  $1,1 \text{ s}$ , τότε :

**Δ1)** Να υπολογιστεί η ορμή της μπάλας αμέσως πριν και αμέσως μετά την κρούση με το δάπεδο,

*Μονάδες 8*

**Δ2)** Να σχεδιαστούν τα διανύσματα: της αρχικής και τελικής ορμής καθώς και της μεταβολής της ορμής. Να υπολογιστεί το μέτρο της μεταβολής της ορμής της μπάλας κατά την κρούση,

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να σχεδιαστούν ποιοτικά τα διανύσματα των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα κατά τη διάρκεια της κρούσης και να βρεθεί η μέση δύναμη που δέχεται το δάπεδο κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης μπάλας και δαπέδου.

*Μονάδες 9*

Θεωρήστε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**31.** Βλήμα μάζας  $m_1 = 100 \text{ g}$  κινείται με ταχύτητα μέτρου,  $v = 160 \text{ m/s}$  και σφηνώνεται σε ξύλινο κιβώτιο μάζας  $m_2 = 1,9 \text{ kg}$ , που βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα σφηνώνεται στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,02 \text{ s}$ . Να βρεθούν:

**Δ1)** Η τιμή της τελικής ορμής του συσσωματώματος .

*Μονάδες 5*

**Δ2)** Η μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του κιβωτίου κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος στο κιβώτιο εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερός σε όλη τη διάρκεια της ενσφήνωσης

*Μονάδες 7*

Λίγο μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εισέρχεται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και αφού κινηθεί για κάποιο χρονικό διάστημα πάνω στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο, σταματά .

**Δ4)** Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της εισόδου στο μη λείο δάπεδο θα σταματήσει το συσσωμάτωμα και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει ;

*Μονάδες 7*

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και μη λείου επιπέδου  $\mu = 0,2$  .

32. Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου,  $v_1 = 10\text{m/s}$  ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ , με το οποίο βρίσκεται στην ίδια ευθεία. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου,  $v_1' = 5\text{m/s}$  ενώ το σώμα μάζας  $m_2$  αποκτά ταχύτητα μέτρου  $v_2' = 5\text{m/s}$

Δ1) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ .

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.

*Μονάδες 7*

Δ3) Αν  $m_1 = 0,5\text{kg}$  να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του σώματος αυτού κατά τη διάρκεια της ολίσθησης του πάνω στο δάπεδο μετά την κρούση, εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερός σε όλη τη διάρκεια της ολίσθησης.

*Μονάδες 6*

Δ4) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

*Μονάδες 6*

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ .  $m$   
Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$



33. Σώμα μάζας  $m_1 = 4 \text{ kg}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$  σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος  $H$  πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας  $m_2 = 6 \text{ kg}$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση  $s = 0,4 \text{ m}$  από το σημείο που το εγκατέλειψε.

Δ1) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

*Μονάδες 6*

Δ2) Να βρεθεί το ύψος  $H$ .

*Μονάδες 6*

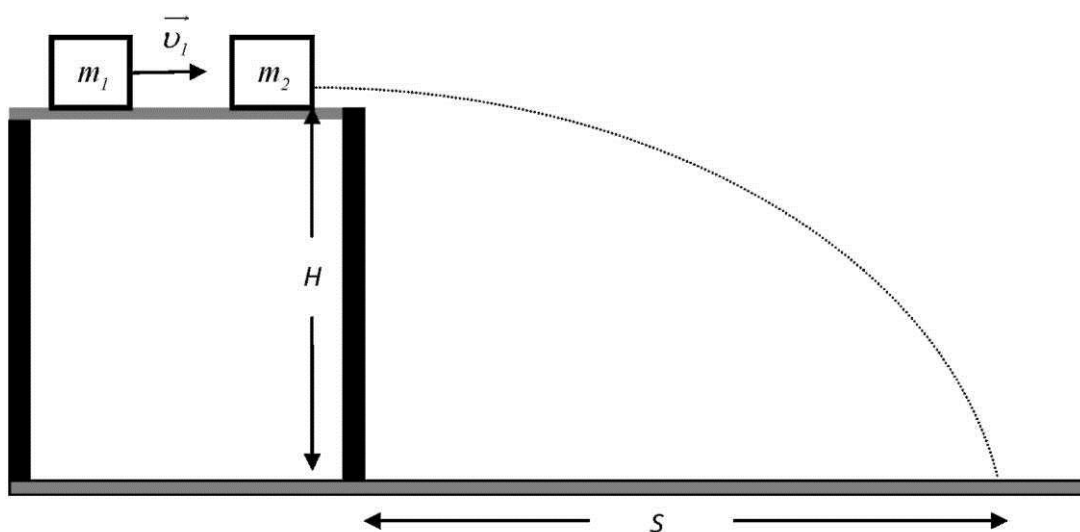
Δ3) Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

*Μονάδες 5*

Δ4) Να βρεθεί η ταχύτητα που έπρεπε να έχει το σώμα  $m_1$  ώστε το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, έχοντας ταχύτητα μέτρου  $v = 5 \text{ m/s}$ .

*Μονάδες 8*

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**34.** Ένας σκοπευτής έχει την κάνη του όπλου του οριζόντια και σημαδεύει στο κέντρο ενός μεγάλου στόχου που βρίσκεται σε απόσταση  $S = 200 \text{ m}$  από την έξοδο της κάνης. Η σφαίρα κτυπά το στόχο σε απόσταση  $y = 1,25 \text{ m}$  πιο κάτω από το κέντρο του. Η μάζα του όπλου είναι  $M = 4 \text{ kg}$  (χωρίς τη σφαίρα) και η μάζα της σφαίρας  $m = 0,005 \text{ kg}$ . Να υπολογιστούν:

**Δ1)** το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που φεύγει από την κάνη του όπλου,

**Μονάδες 6**

**Δ2)** η ενέργεια που εκλύεται κατά την εκपुरσοκρότηση αν θεωρηθεί ότι όλη η εκλυόμενη ενέργεια εμφανίζεται με τη μορφή κινητικής ενέργειας του συστήματος όπλο-σφαίρα μετά την κρούση,

**Μονάδες!**

**Δ3)** η μέση τιμή της δύναμης που επιταχύνει τη σφαίρα όσο αυτή βρίσκεται μέσα στην κάνη του όπλου, αν το χρονικό διάστημα μεταξύ της εκपुरσοκρότησης και της εξόδου της από την κάνη είναι  $\Delta t = 0,004 \text{ s}$ .

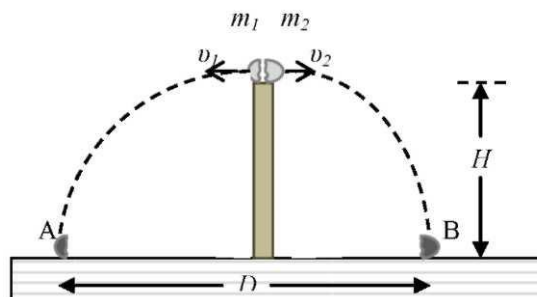
**Μονάδεςβ**

**Δ 4)** το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει την κάνη μέχρι τη στιγμή που κτυπά το στόχο.

**Μονάδες 6**

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

35. Μικρή σφαίρα μάζας  $m = 300 \text{ g}$  είναι τοποθετημένη πάνω σε κατακόρυφο στύλο μεγάλου ύψους  $H$  στις εγκαταστάσεις μιας κεραίας τηλεπικοινωνιών. Ξαφνικά μια έκρηξη χωρίζει τη σφαίρα σε δύο κομμάτια που φεύγουν σε οριζόντια διεύθυνση αμέσως μετά την έκρηξη. Οι μάζες των δύο κομματιών είναι  $m_1$  και  $m_2$ , για τις οποίες ισχύει  $m_2 = 2m_1$ .



Τα δύο κομμάτια  $m_1$ ,  $m_2$ , εκτελούν οριζόντιες βολές και πέφτουν στο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται στη βάση του στύλου, μετά από χρόνο  $3 \text{ s}$  από τη στιγμή της έκρηξης, στα σημεία A και B αντίστοιχα, που απέχουν μεταξύ τους  $D = 180 \text{ m}$ , όπως φαίνεται και στο σχήμα. Να υπολογίσετε:

Δ1) Το ύψος του στύλου.

**Μονάδες 4**

Δ2) Τα μέτρα των ταχυτήτων που έχουν τα δύο κομμάτια, αμέσως μετά την έκρηξη.

**Μονάδες 9**

Δ3) Την απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών μετά από  $2 \text{ s}$  από τη στιγμή της έκρηξης.

**Μονάδες 6**

Δ4) Την ενέργεια που ελευθερώθηκε λόγω της έκρηξης.

**Μονάδες 6**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι οι αντιστάσεις από τον αέρα αγνοούνται.

**36.** Ένας πύραυλος μάζας  $M = 4 \cdot 10^4$  kg, κινείται ευθύγραμμα, σε περιοχή ασήμαντης βαρύτητας, με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 200$  m/s. Ξαφνικά, με μια έκρηξη ο πύραυλος χωρίζεται σε δύο κομμάτια με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  για τις οποίες ισχύει  $m_1 = 3m_2$ . Το πρώτο, κομμάτι μάζας  $m_1$ , αμέσως μετά την έκρηξη έχει ταχύτητα  $v_1$  μέτρου  $v_1 = 400$  m/s, στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Να προσδιορίσετε:

**Δ1)** Την ταχύτητα  $v_2$  του δεύτερου κομματιού.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Τη μεταβολή ορμής  $\Delta p_1$  και  $\Delta p_2$  του κάθε κομματιού εξαιτίας της έκρηξης. Τι παρατηρείτε;

*Μονάδες 6*

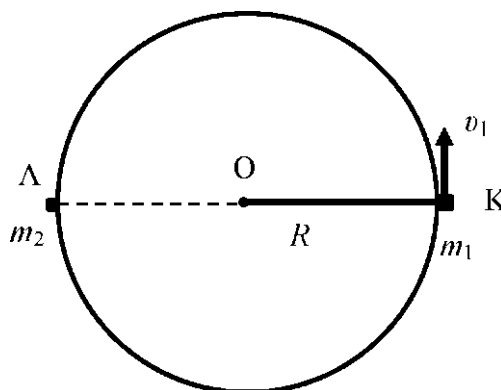
**Δ3)** Την ενέργεια που ελευθερώθηκε λόγω της έκρηξης.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Αν υποθέσετε ότι η έκρηξη, δηλαδή η διάσπαση του πυραύλου στα δύο κομμάτια του διαρκεί χρονικά  $\Delta t = 0,2$  s, να προσδιορίσετε τη μέση δύναμη που δέχτηκε κάθε ένα από τα δύο κομμάτια στα οποία χωρίστηκε ο πύραυλος κατά τη διάρκεια της κρούσης.

*Μονάδες 7*

**37.** Μια ράβδος μήκους  $R = 1$  m και αμελητέας μάζας βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα) και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο O. Στο άλλο της άκρο είναι στερεωμένο σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 2$  kg το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 20$  m/s, ξεκινώντας τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s από το σημείο K. Στο σημείο Λ (αντιδιαμετρικό του K) βρίσκεται ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1$  kg.



**Δ1)** Να σχεδιαστεί και να υπολογιστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα  $\Sigma_1$ . Από πού ασκείται η δύναμη αυτή;

*Μονάδες 6*

Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάνει στο σημείο Λ συγκρούεται μετωπικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_2$  αποκτά ταχύτητα ίση με  $v_2 = 20$  m/s και κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο επίπεδο. Να θεωρήσετε ότι η κρούση γίνεται ακαριαία.

**Δ2)** Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 6*

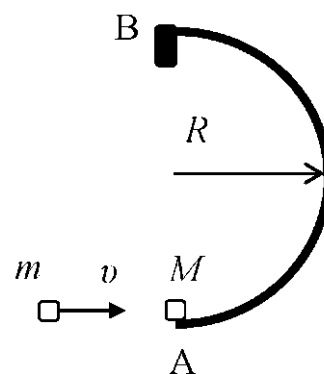
**Δ3)** Να βρεθεί ο χρόνος από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s που το σώμα  $\Sigma_1$  ξεκίνησε από το σημείο K μέχρι τη χρονική στιγμή που ξαναβρέθηκε στο σημείο K.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Να μελετήσετε αν κατά την κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

*Μονάδες 7*

**38.** Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (την κάτοψη του οποίου βλέπετε στο σχήμα) υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος ακτίνας  $R = 20 \text{ cm}$ . Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο (ακίνητο) ένα σώμα μάζας  $M = 1 \text{ kg}$ . Ένα σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v = 20 \text{ m/s}$  και συγκρούεται με το σώμα M. Μετά την κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα που κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος και χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου.



**Δ1)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 7*

**Δ2)** Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά την διάρκεια της κυκλικής του κίνησης;

*Μονάδες 7*

**Δ3)** Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του συσσωματώματος από το A στο B;

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και ο χρόνος για να σταματήσει είναι  $\Delta t = 0,1 \text{ sec}$ . Πόση είναι η μέση δύναμη που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα;

*Μονάδες 5*

**39.** Ένα βλήμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος με ταχύτητα  $v_0 = 100 \text{ m/s}$ . Το βλήμα, 2 δευτερόλεπτα μετά την εκτόξευση του διασπάται (λόγω έκρηξης) σε δύο ίσα κομμάτια. Το ένα από αυτά συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος  $h = 5 \text{ m}$  από το σημείο της έκρηξης. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**Δ1)** Ποια η ταχύτητα του βλήματος ελάχιστα πριν την έκρηξη;

**Μονάδες 5**

**Δ2)** Να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη;

**Μονάδες 8**

**Δ3)** Να ελέγξετε αν κατά την έκρηξη διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

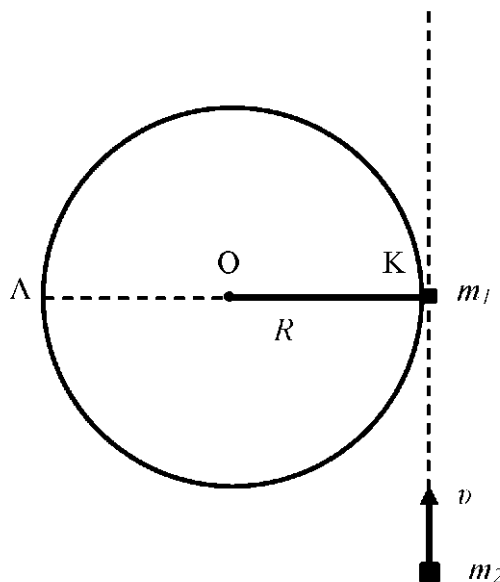
**Μονάδες 6**

**Δ4)** Τα δύο θραύσματα από την έκρηξη κάποια στιγμή θα πέσουν στο έδαφος και θα ακινητοποιηθούν. Να βρείτε το ποσό της εκλυόμενης θερμότητας, συνολικά και για τα δύο θραύσματα, κατά την πρόσκρουσή τους στο έδαφος.

**Μονάδες 6**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

40. Ένα σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$ , είναι στερεωμένο στο άκρο Κ μη εκτατού και αβαρούς νήματος και βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα). Το άλλο άκρο του νήματος, είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο Ο. Το μήκος του νήματος είναι  $1 \text{ m}$ . Ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  κινείται πάνω στο λείο επίπεδο με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v = 40 \text{ m/s}$ . Η διεύθυνση της ταχύτητας είναι εφαπτόμενη στο σημείο Κ (όπως φαίνεται στο σχήμα). Όταν το σώμα  $\Sigma_2$  φτάνει στο σημείο Κ συγκρούεται μετωπικά με το σώμα  $\Sigma_1$ . Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_2$  αποκτά ταχύτητα ίση με  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  και συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα στην ίδια διεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η κρούση γίνεται ακαριαία.



Δ1) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 6*

Δ2) Να δικαιολογήσετε γιατί μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και να υπολογίσετε το χρόνο που κάνει για να φτάσει στο σημείο Λ για πρώτη φορά.

*Μονάδες 6*

Δ3) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων όταν το σώμα  $\Sigma_1$  έχει εκτελέσει δύο πλήρεις περιστροφές.

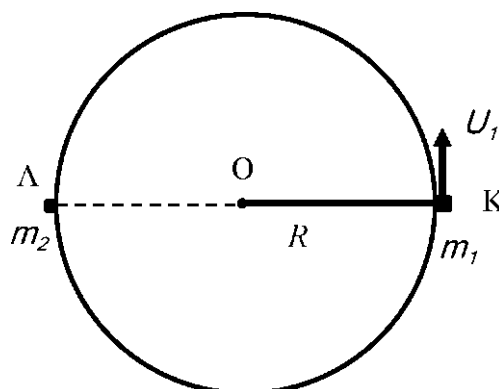
*Μονάδες 6*

Δ4) Να μελετήσετε αν κατά την κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

*Μονάδες 7*



41. Μια ράβδος μήκους  $R = 1$  m και αμελητέας μάζας βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο O. Στο άλλο άκρο της είναι στερεωμένο σώμα Σ<sub>1</sub> μάζας  $m_1 = 2$  kg το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 20$  m/s, ξεκινώντας από το σημείο K. Στο σημείο Λ (αντιδιαμετρικό του K) βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ<sub>2</sub> μάζας  $m_2 = 1$  kg.



Δ1) Να σχεδιαστεί και να υπολογιστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο σώμα Σ<sub>1</sub> από τη ράβδο.

*Μονάδες 6*

Όταν το σώμα Σ<sub>1</sub> φτάνει στο σημείο Λ συγκρούεται με το σώμα Σ<sub>2</sub>. Μετά την κρούση το σώμα Σ<sub>2</sub> αποκτά ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 20$  m/s και κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο επίπεδο στη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο Λ. Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία.

Δ2) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ<sub>1</sub> αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 6*

Δ3) Να βρεθεί ο λόγος  $T_1/T_2$ , όπου  $T_1$  η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης πριν την κρούση και  $T_2$  η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης μετά την κρούση.

*Μονάδες 5*

Δ4) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> την χρονική στιγμή που το σώμα Σ<sub>1</sub> μετά τη κρούση φτάνει στο σημείο K για πρώτη φορά.

*Μονάδες 8*

Θεωρήστε για διευκόλυνση των πράξεων ότι  $\pi^2 = 10$ .

42. Ένα σώμα A, μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ , κινείται σε λεία επιφάνεια οριζόντιου τραπέζιου με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 40 \text{ m/s}$ . Κατά την κίνησή του συναντάει ένα άλλο ακίνητο σώμα B τριπλάσιας μάζας και συγκρούεται με αυτό. Μετά τη σύγκρουση το πρώτο σώμα κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 5 \text{ m/s}$ . Η διάρκεια της σύγκρουσης είναι  $\Delta t = 10^{-2} \text{ s}$ .

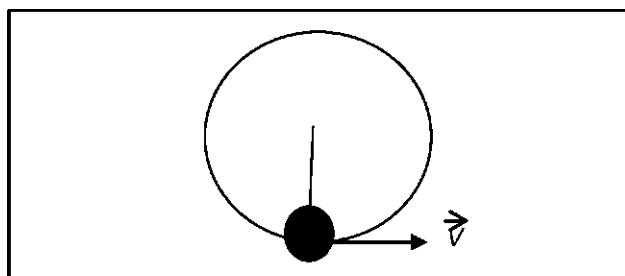
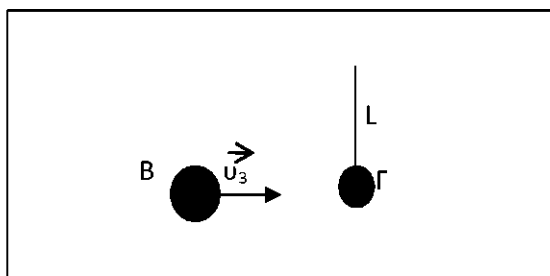
Δ1) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας  $v_3$  του σώματος B μετά την κρούση.

*Μονάδες 4*

Δ2) Να βρεθούν οι μέσες τιμές των μέτρων των δυνάμεων που ασκούνται στα δύο σώματα κατά την κρούση.

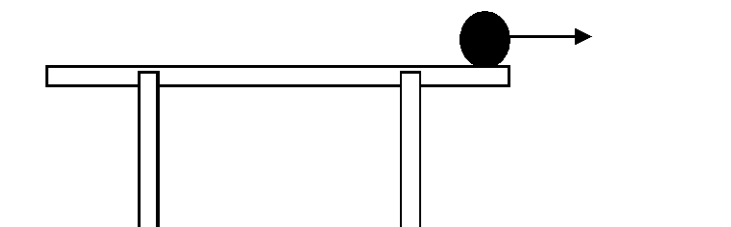
*Μονάδες 5*

Δ3) Το σώμα B κινείται στην οριζόντια επιφάνεια και στην πορεία του συναντά ένα ακίνητο σώμα Γ μάζας  $2m$ , το οποίο είναι δεμένο στην άκρη νήματος, μήκους  $L = 0,9 \text{ m}$ , η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στην επιφάνεια λείου τραπέζιου. Μετά την κρούση τα δύο σώματα ενώνονται και το συσσωμάτωμα διαγράφει έναν πλήρη κύκλο.



Να υπολογιστούν η περίοδος και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, καθώς και η κεντρομόλος επιτάχυνση του συσσωματώματος.

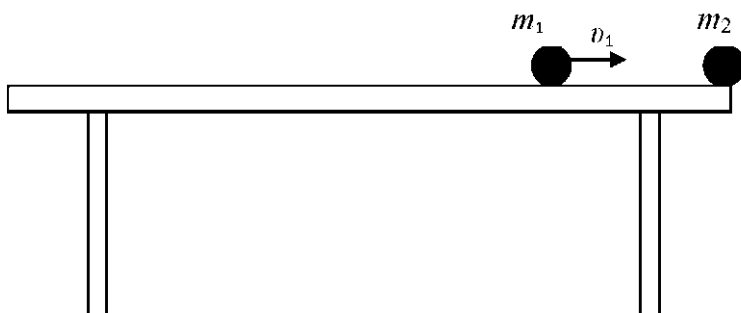
*Μονάδες 8*



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Δ4) Μόλις συμπληρωθεί ένας πλήρης κύκλος, το νήμα κόβεται και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας οριζόντια βολή από το τραπέζι που έχει ύψος  $h = 80 \text{ cm}$ . Να υπολογιστούν ο χρόνος που χρειάζεται το συσσωμάτωμα να φθάσει στο έδαφος, η οριζόντια μετατόπιση του και η ταχύτητα με την οποία φθάνει στο έδαφος.

43. Μία μεταλλική σφαίρα μάζας  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$  κινείται προς τα δεξιά στην οριζόντια επιφάνεια ενός λείου τραπέζιου με ταχύτητα, μέτρου  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ . Συγκρούεται με άλλη σφαίρα μάζας  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$  που βρίσκεται στην άκρη του τραπέζιου και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου  $v_3 = 1 \text{ m/s}$  και κατεύθυνσης αντίθετη από την αρχική κατεύθυνση κίνησης.



- Δ1) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας  $v_2$  που θα αποκτήσει η σφαίρα μάζας  $m_2$  μετά την κρούση.

**Μονάδες 6**

Η σφαίρα μάζας  $m_2$  εκτελεί οριζόντια βολή.

- Δ2) Να βρεθεί η χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία το μέτρο της οριζόντιας μετατόπισης είναι ίσο με το μέτρο της κατακόρυφης μετατόπισης.

**Μονάδες 6**

- Δ3) Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) στην οποία φτάνει η σφαίρα όταν συναντά το οριζόντιο δάπεδο, αν το ύψος του τραπέζιου από το δάπεδο είναι  $h = 0,8 \text{ m}$ , καθώς και το μέτρο της ταχύτητας  $v$  με την οποία φθάνει η σφαίρα στο έδαφος.

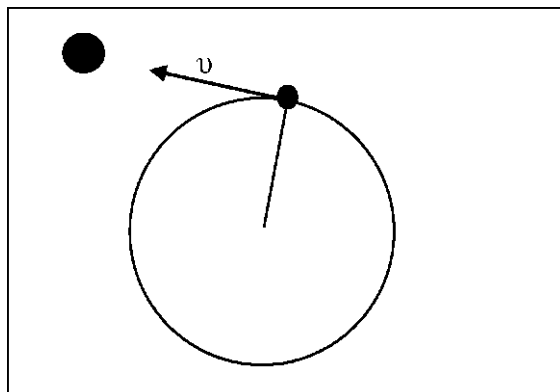
**Μονάδες 6**

- Δ4) Σε ποια χρονική στιγμή  $t_2$  η ταχύτητα της σφαίρας που εκτελεί οριζόντια βολή είναι  $v_2\sqrt{2}$ ;

**Μονάδες 7**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

44. Ένα σώμα, μάζας  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο σχήμα).



Το μήκος του νήματος είναι  $l = 0,5 \text{ m}$  και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο  $v = 10 \text{ m/s}$ .

- Δ1) Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , η περίοδος  $T$  και η κεντρομόλος επιτάχυνση  $a_c$  του σώματος

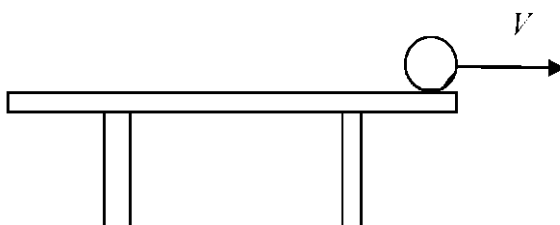
**Μονάδες 6**

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στην πορεία του συναντάει δεύτερο σώμα από πλαστελίνη μάζας  $m_2 = 0,8 \text{ kg}$  και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

- Δ2) Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  το οποίο έχει το συσσωμάτωμα

**Μονάδες 6**

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή.



Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι  $s = 0,8 \text{ m}$ .

- Δ3) Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού

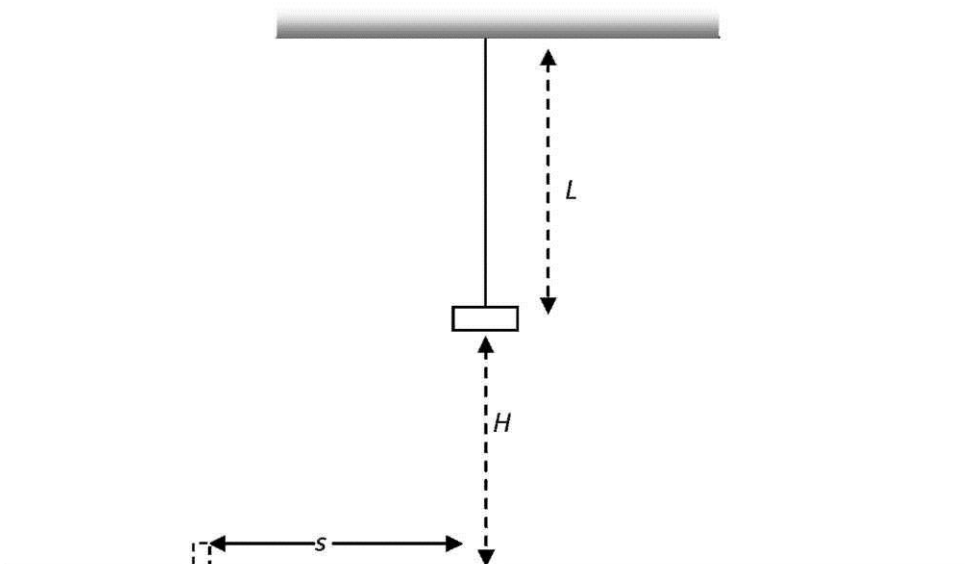
- Δ4) Να βρεθεί η χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι

$$v_\sigma = \sqrt{2}$$

**Μονάδες 7**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

45. Ένα σώμα μάζας  $M = 9 \text{ kg}$  είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους  $L = 2 \text{ m}$  και ισορροπεί κατακόρυφα όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Το σώμα φέρει έναν εκρηκτικό μηχανισμό, αποτελούμενο από ένα ελατήριο, που όταν ενεργοποιείται διασπά το αρχικό σώμα σε δύο μέρη που το ένα έχει μάζα  $m_1 = 6 \text{ kg}$  και παραμένει δεμένο στην άκρη του νήματος, ενώ το άλλο μάζας  $m_2$ , εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα. Αν το σώμα  $M$  βρίσκεται σε ύψος  $H = 1,8 \text{ m}$  από την επιφάνεια του εδάφους, και μετά την έκρηξη το  $m_2$  φθάνει σε οριζόντια απόσταση  $s = 6 \text{ m}$  από την αρχική θέση να υπολογίσετε



Δ1) Την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος  $m_2$ .

*Μονάδες 5*

Δ2) Την ταχύτητα με την οποία ξεκινά την κίνησή του, το σώμα μάζας  $m_1$ .

*Μονάδες 5*

Δ3) Την ενέργεια που απελευθερώθηκε από τον εκρηκτικό μηχανισμό.

*Μονάδες 8*

Δ4) Να βρεθεί η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο σώμα.

*Μονάδες 7*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

46. Σώμα μάζας  $M = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται στην άκρη ενός επίπλου ύψους  $H = 1,8 \text{ m}$  όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Ένα βλήμα μάζας  $m = 200 \text{ g}$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $V = 200 \text{ m/s}$  και διαπερνά το σώμα  $M$  ακαριαία, εξερχόμενο με ταχύτητα  $v = 50 \text{ m/s}$ .



Δ1) Υπολογίστε την ταχύτητα  $v_0$  που θα αποκτήσει αμέσως μετά τη διάτρηση το σώμα  $M$ .

*Μονάδες 6*

Δ2) Υπολογίστε την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την διάτρηση του σώματος  $M$  από το  $m$ .

*Μονάδες 6*

Δ3) Με τι χρονική διαφορά θα φθάσουν στο έδαφος τα δύο σώματα; Υπολογίστε την διαφορά των οριζόντιων αποστάσεων στις οποίες τα δύο σώματα θα συναντήσουν το έδαφος.

*Μονάδες 6*

Δ4) Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $M$  είναι 1,25 φορές μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του σώματος  $M$  αμέσως μετά τη διάτρηση. Υπολογίστε τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

*Μονάδες 7*

47. Ένας αθλητής του βόλεϊ, εκτελεί σέρβις με άλμα. Το χέρι του αθλητή χτυπά την μπάλα όταν αυτή βρίσκεται στο ανώτερο σημείο, όπου έχει μηδενική ταχύτητα, ασκώντας της μέση οριζόντια δύναμη  $F = 600 \text{ N}$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η μπάλα να φεύγει από το χέρι του αθλητή με οριζόντια ταχύτητα  $v_0$ , καθώς δεχόμαστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας μεταβάλλει ασήμαντα την ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . **Δ1)** Αν η μάζα της μπάλας του βόλεϊ είναι περίπου ίση με  $300 \text{ g}$ , υπολογίστε την ταχύτητα  $v_0$ .

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Αν θεωρήσετε ότι το ύψος του φιλέ είναι ίσο με  $2,5 \text{ m}$  και ότι ο αθλητής χτυπά το σερβίς από απόσταση ίση με  $10 \text{ m}$  πίσω από το φιλέ, υπολογίστε από ποιο ύψος πρέπει να φύγει η μπάλα ώστε να περάσει εφαπτομενικά από το φιλέ.

*Μονάδες 7*

**Δ3)** Υπολογίστε την ταχύτητα που έχει η μπάλα τη στιγμή που διέρχεται εφαπτομενικά από το φιλέ του βόλεϊ.

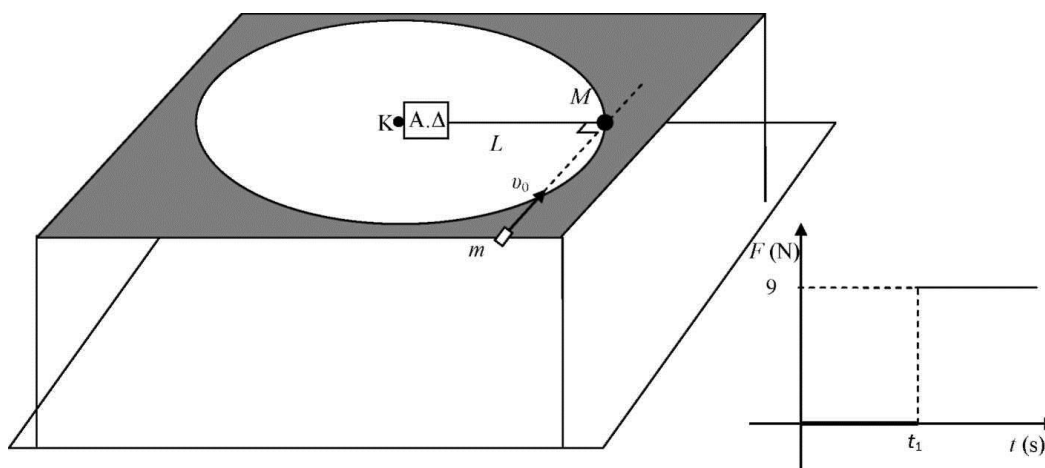
*Μονάδες 5*

**Δ4)** Υπολογίστε το έργο της δύναμης του βάρους καθώς και την μέση ισχύ του βάρους από τη στιγμή που η μπάλα φεύγει από το χέρι του αθλητή μέχρι τη στιγμή που διέρχεται εφαπτομενικά από το φιλέ.

*Μονάδες 7*

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , ενώ θεωρείστε ότι η αντίσταση από τον αέρα είναι αμελητέα.

48. Πάνω σε ένα τραπέζι βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  δεμένο με τη βοήθεια ενός αισθητήρα δύναμης (Α.Δ) από ένα σημείο Κ στην άκρη νήματος μήκους  $L = 1 \text{ m}$  όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  που βρίσκεται στην άκρη του τραπεζιού και μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε αυτό έχοντας συντελεστή τριβής  $\mu = 0,4$  με ταχύτητα  $v_0$ , η προέκταση της οποίας σχηματίζει γωνία  $90^\circ$  με το νήμα, οπότε το σώμα μάζας  $m$  σφηνώνεται στο σώμα μάζας  $M$  και σχηματίζεται συσσωμάτωμα. Το συσσωμάτωμα κινείται χωρίς τριβή στο τραπέζι. Τα δεδομένα από τον αισθητήρα δύναμης φαίνονται, επεξεργασμένα, στην ακόλουθη γραφική παράσταση.



Δ1) Εξηγήστε τι συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία αλλάζει το μέτρο της δύναμης.

**Μονάδες 4**

Δ2) Υπολογίστε την ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

**Μονάδες 5**

Δ3) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος μάζας  $m$  λίγο πριν την κρούση καθώς και την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κρούση.

**Μονάδες 8**

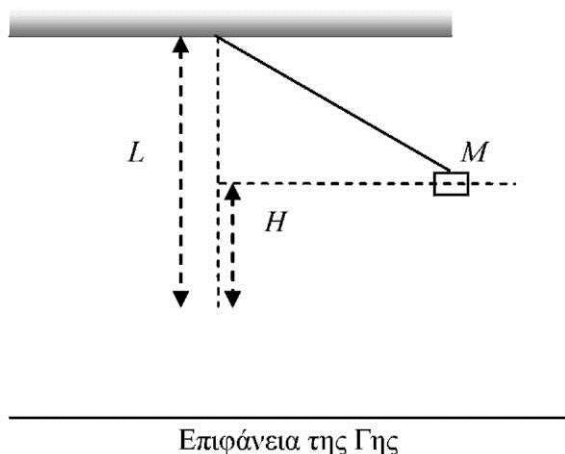
Δ4) Αν η απόσταση που διανύει το σώμα μάζας  $m$  από τη θέση που εκτοξεύτηκε μέχρι τη θέση που συγκρούστηκε πλαστικά με το σώμα μάζας  $M$  είναι  $2 \text{ m}$ , υπολογίστε την ταχύτητα εκτόξευσης  $v_0$ .

**Μονάδες 8**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



49. Σώμα μάζας  $M = 4 \text{ kg}$  είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους  $L = 1 \text{ m}$  και ισορροπεί κατακόρυφα. Κάποια στιγμή ανυψώνουμε το σώμα, σε κατακόρυφη απόσταση  $H = 45 \text{ cm}$  από την αρχική του θέση, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, και το αφήνουμε ελεύθερο. Δ1) Υπολογίστε την ταχύτητα που έχει το σώμα μάζας  $M$  όταν περνά από την κατακόρυφο.



Δ2) Τη στιγμή που το σώμα μάζας  $M$  διέρχεται από την κατακόρυφο, δεύτερο σώμα μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  κινούμενο οριζόντια και αντίθετα από το σώμα μάζας  $M$  σφηνώνεται σε αυτό, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα του σώματος μάζας  $m$  ώστε το συσσωμάτωμα να παραμείνει ακίνητο αμέσως μετά την κρούση;

*Μονάδες 5*

Δ3) Υπολογίστε τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα μάζας  $M$  και στο συσσωμάτωμα αμέσως πριν και αμέσως μετά την κρούση.

*Μονάδες 7*

Δ4) Με ποια ταχύτητα θα πρέπει να κινείται το σώμα μάζας  $m$  πριν από την κρούση, ώστε το συσσωμάτωμα που θα προκύψει να κινηθεί αμέσως μετά την κρούση στην ίδια κατεύθυνση με αυτή που κινούταν το σώμα μάζας  $M$  πριν την κρούση και να φθάσει σε θέση που να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $\theta$ , για την οποία  $\sin\theta = 0,8$ ;

*Μονάδες 8*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**50.** Ένα σώμα A μάζας 2 kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 12 \text{ m/s}$  και συγκρούεται με ακίνητο σώμα B. Μετά την κρούση τα δύο σώματα κινούνται σαν ένα σώμα με την ίδια ταχύτητα. Κατά τη κρούση αυτή, το σώμα A σώμα χάνει το 75% της κινητικής του ενέργειας.

**Δ1)** Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να βρεθεί η μάζα του σώματος B.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Να βρεθεί η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας και το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος A.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Αν τα δύο σώματα μετά την κρούση δεν είχαν την ίδια ταχύτητα, αλλά το σώμα A εκινείτο ομόρροπα με την αρχική κατεύθυνση κίνησής και με ταχύτητα μέτρου  $v' = 1 \text{ m/s}$ , ποια θα ήταν η ταχύτητα του σώματος B (μέτρο και κατεύθυνση);

*Μονάδες 7*

**52.** Δύο μοτοσυκλέτες αγώνων, με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , μαζί με τους αναβάτες, κινούνται σε κυκλική πίστα ακτίνας  $R = 400/\pi$  m με ταχύτητες σταθερού μέτρου  $v_1 = 40$  m/s και  $v_2 = 50$  m/s αντίστοιχα.

**Δ1)** Να υπολογιστούν οι περίοδοι περιστροφής των δύο μοτοσυκλετών  $T_1$  και  $T_2$ .

*Μονάδες 4*

**Δ2)** Να βρεθεί το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των μοτοσυκλετών, δεδομένου ότι κινούνται κατά την ίδια φορά.

*Μονάδες 6*

Ξαφνικά η μοτοσυκλέτα με τη μεγαλύτερη ταχύτητα ξεφεύγει από την πορεία της και κινούμενη ευθύγραμμα προσκρούει κάθετα στον προστατευτικό ελαστικό τοίχο της πίστας και γυρίζει προς τα πίσω με ταχύτητα μέτρου  $v_3 = 2$  m/s. Αν η μοτοσυκλέτα μαζί με τον αναβάτη έχει μάζα  $m_2 = 300$  kg και η πρόσκρουση διαρκεί  $\Delta t = 2$  s, να υπολογιστούν:

**Δ3)** Η μέση δύναμη κατά μέτρο διεύθυνση και φορά που δέχθηκε η μοτοσυκλέτα από τον προστατευτικό τοίχο της πίστας κατά την πρόσκρουση,

*Μονάδες 8*

**Δ4)** το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια (θερμότητα) κατά την πρόσκρουση.

*Μονάδες 7*