

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΑΣΟΥ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $\eta : y - y_0 = \lambda(x - x_0)$. **Μονάδες 10**

A2. Έστω μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός αυτής. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής με εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία δ . **Μονάδες 5**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (B, A)$
Μονάδες 2

β. Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ (δηλαδή τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα) τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
Μονάδες 2

γ. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα $\delta: x = -\frac{p}{2}$ είναι $x^2 = 2py$.
Μονάδες 2

δ. Κάθε εξίσωση της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντα κύκλο.
Μονάδες 2

ε. Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = \rho^2$.
Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(4, 2)$, $B(3, -2)$ και $\Gamma(1, 2)$.

B1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία.
Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Δ του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$.
Μονάδες 4

B3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) η οποία διέρχεται από τα σημεία A και Δ .
Μονάδες 6

B4. Να βρείτε τα σημεία $M(x, y)$ της ευθείας (ϵ) , του ερωτήματος **B3**, για τα οποία το εμβαδόν του τριγώνου $MB\Gamma$ να είναι ίσο με 3.
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\overline{AB} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ και $\overline{DB} = 5\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha} = (-1, -1)$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\beta}|=1$.

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$. *Μονάδες 4*

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\overline{AD} = -4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$. *Μονάδες 6*

Γ3. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ *Μονάδες 8*

Γ4. Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ. *Μονάδες 7*

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $C_1: x^2 + y^2 + 2y - 7 = 0$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση C_1 παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο του Κ και την ακτίνα του ρ. *Μονάδες 5*

Δ2. Αν Ε είναι το συμμετρικό σημείο του Κ ως προς τον άξονα $x'x$, να αποδείξετε ότι η γραμμή στην οποία κινούνται τα σημεία $M(x, y)$ του επιπέδου για τα οποία ισχύει $\overline{MK}^2 = \overline{ME} \cdot \overline{MK}$ είναι η ευθεία δ: $y = -1$.

Μονάδες 8

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής C_2 με εστία το σημείο Ε και διευθετούσα την ευθεία δ. *Μονάδες 6*

Δ4. Να βρείτε τα κοινά σημεία Α και Β του κύκλου C_1 και της παραβολής C_2 .

Μονάδες 6

➤ Να απαντήσετε **στην κόλλα σας σε όλα τα θέματα.**

Σας ευχόμαστε επιτυχία.