

**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΑΣΟΥ**  
**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ**  
**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**  
**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2011**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς  $\theta_1, \theta_2 > 0$ , να αποδείξετε ότι ισχύει:  $\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2$  **Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της αριθμητικής προόδου. **Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.**  $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln\theta = x, \theta > 0$  **Μονάδες 2**

**β.** Η συνάρτηση  $f(x) = a^x$ , με  $a > 1$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ . **Μονάδες 2**

**γ.** Ο βαθμός του γινομένου δύο πολυωνύμων είναι πάντα ίσος με το γινόμενο των βαθμών τους. **Μονάδες 2**

**δ.** Ο  $v^{\text{ος}}$  όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο  $\alpha_1$  και διαφορά  $\omega$  είναι  $\alpha_v = \alpha_1 + (v - 1)\omega$ . **Μονάδες 2**

**ε.** Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός. **Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ Β**

Αν  $\alpha_4 = 2\sigma\upsilon\nu x$ ,  $\alpha_5 = 4\sigma\upsilon\nu x + 3$ ,  $\alpha_6 = 3$ ,  $x \in (0, \pi)$ , είναι ο τέταρτος, ο πέμπτος και ο έκτος όρος αντίστοιχα μιας αριθμητικής προόδου, τότε:

**B1.** Να βρείτε το  $x$ . **Μονάδες 9**

Αν  $x = \frac{2\pi}{3}$  τότε:

**B2.** Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και την διαφορά  $\omega$  της παραπάνω προόδου.

**Μονάδες 8**

**B3.** Να υπολογίσετε το άθροισμα:  $A = \alpha_{21} + \alpha_{22} + \dots + \alpha_{49}$ . **Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$ .

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Γ2. Να αποδείξετε ότι  $f(x) + f(-x) = 0$ , για κάθε τιμή του  $x$  που ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = f\left(-\frac{1}{5}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(\frac{1}{5}\right)$$

Μονάδες 4

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + \frac{1}{2}f(-x) = f(-1)$ .

Μονάδες 8

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - (\ln a)x^2 + (\ln a^2)x - 3$ , με  $a > 0$ .

Δ1. Αν είναι γνωστό ότι το  $x - 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$  να βρείτε το  $a$ .

Μονάδες 8

Για  $a = e$ ,

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης  $P(x)$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

Μονάδες 5

Δ4. Αν  $\kappa = \ln 2 - 1$  και  $\lambda = \log 2 + 2 \log 3$  να αποδείξετε ότι

$$P(\kappa) \cdot P(\lambda) < 0$$

Μονάδες 6

➤ Να απαντήσετε **στην κόλλα σας σε όλα** τα θέματα.

Σας ευχόμαστε επιτυχία.