

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

(μονάδες 10)

Β. Ποιο παραλληλόγραμμο ονομάζεται τετράγωνο;

(μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ένα τραπέζιο λέγεται ισοσκελές, όταν έχει ίσες βάσεις.

β. Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες.

γ. Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού, είναι ίσα μεταξύ τους.

δ. Η ακτίνα που καταλήγει στο σημείο επαφής είναι κάθετη στην εφαπτομένη.

ε. Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, όταν οι διαγώνιοί του τέμνονται κάθετα.

(μονάδες 5x2=10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=AG$ και

$\hat{A}=40^\circ$. Στην προέκταση της βάσης ΒΓ παίρνω σημείο Δ, ώστε $DA=DG$.

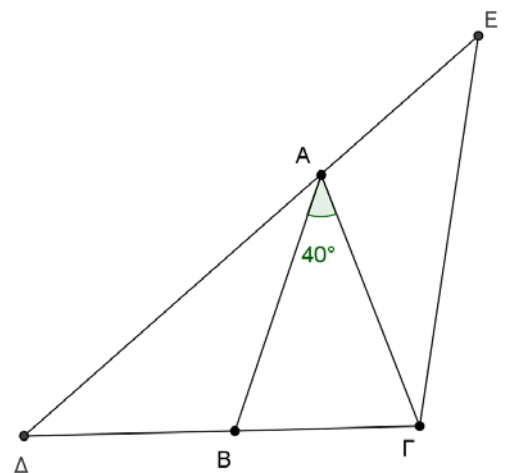
Α. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔΑΓ. (μονάδες 10)

Β. Στην προέκταση της ΔΑ προς το Α, παίρνουμε τμήμα $AE=BD$.

ι) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα (μονάδες 7)

ιι) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΓΔΕ είναι ισοσκελές.

(μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 3°

Στην προέκταση της πλευράς AB ισοσκελούς

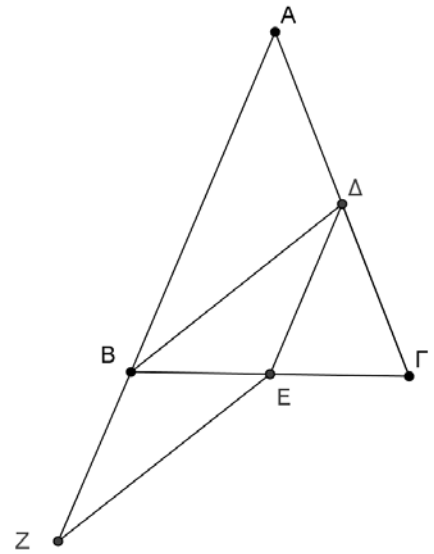
τριγώνου ABΓ με $AB=AG$, παίρνουμε τμήμα $BZ = \frac{AB}{2}$.

Αν Δ, Ε τα μέσα των πλευρών του ΑΓ, ΒΓ αντίστοιχα

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΔΕΓ είναι ισοσκελές
($ΔΕ= ΔΓ$) (μονάδες 8)

β) Το τετράπλευρο ΒΔΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.
(μονάδες 10)

γ) Η ευθεία ΔΖ διέρχεται από το μέσο του ΒΕ.
(μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ΑΒ διάμετρος του.

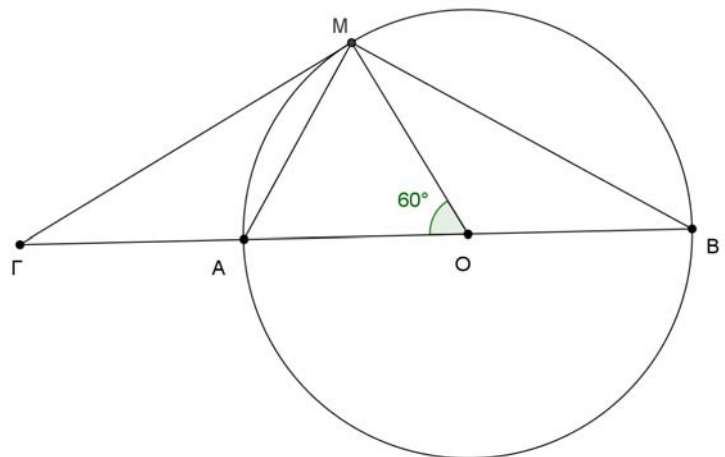
Προεκτείνουμε την ακτίνα ΟΑ κατά τμήμα ΑΓ= ΟΑ. Δίνεται επίσης σημείο Μ του κύκλου ώστε $\widehat{AOM} = 60^\circ$.

Να αποδείξετε ότι:

ι) Το τρίγωνο ΑΟΜ είναι ισόπλευρο. (μονάδες 8)

ιι) Η ΓΜ είναι εφαπτομένη του κύκλου. (μονάδες 8)

ιιι) Το τρίγωνο ΜΓΒ είναι ισοσκελές με $ΜΓ= ΜΒ$ (μονάδες 9)



Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

Κάθε επιτυχία!!

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. σχολικό σελ 83
B. σχολικό σελ 102
Γ. Λ (κανένα τραπέζιο δεν έχει ίσες βάσεις, θέλει ίσες μη παράλληλες πλευρές)
Λ (θέλει παραπληρωματικές)
Σ
Σ
Λ (πρέπει και να διχοτομούνται)_

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Στο ισοσκελές ABΓ, $\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$. Αφού ΔΑΓ ισοσκελές $\widehat{\Delta\Delta\Gamma} = 70^\circ$ και $\widehat{\Delta} = 40^\circ$.

- B. ι) Τα τρίγωνα ABΔ και AGE έχουν
- α) AB=AG υπόθεση
 - β) ΒΔ=ΑΕ υπόθεση
 - γ) $\widehat{\Delta\Delta\Gamma} = 110^\circ = \widehat{\Gamma\Delta\Gamma}$ σαν παραπληρωματικές των $\widehat{AB\Gamma} = 70^\circ = \widehat{\Gamma\Delta\Delta}$

άρα λόγω ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε ΓΕ = ΑΔ.

ιι) από την παραπάνω ισότητα έχουμε ΓΕ = ΑΔ = ΔΒ.

ΘΕΜΑ 3^ο

α) $\Delta E \parallel \frac{AB}{2}$ γιατί ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΒΓ του ΑΒΓ. Άρα ΔΕ = ΔΓ

β) $BZ = \frac{AB}{2}$ άρα ΔΕ \parallel BZ άρα ΒΔΕΖ παραλληλόγραμμο αφού έχει δύο απέναντι

πλευρές ίσες και παράλληλες.

γ) Η ΔΖ σαν διαγώνιος του παραλληλογράμμου διέρχεται από το μέσο της άλλης διαγωνίου ΒΕ.

ΘΕΜΑ 4^ο

ι) Το ΑΟΜ είναι ισοσκελές αφού ΟΑ=ΟΜ (ακτίνες κύκλου) και αφού έχει και μία γωνία 60° θα είναι ισόπλευρο.

ιι) Στο ΜΟΓ η διάμεσος ΜΑ ισούται με το μισό της αντίστοιχης πλευράς ΓΟ άρα θα είναι ορθογώνιο στο Μ. Η κάθετη ευθεία στο άκρο της ακτίνας είναι εφαπτομένη του κύκλου.

(ή διαφορετικά ΑΜΓ ισοσκελές, $\widehat{M\Delta\Gamma} = 60^\circ = 2\widehat{\Gamma M\Delta}$ άρα $\widehat{\Gamma M\Delta} = 30^\circ$ άρα $\widehat{\Gamma M O} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$)

ιι) όπως παραπάνω $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Επίσης από το ισοσκελές ΜΟΒ έχω $\hat{O} = 2\hat{B}$ άρα $\hat{B} = 30^\circ = \hat{\Gamma}$ δηλαδή ΜΓΒ ισοσκελές.