

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 30 Μαΐου 2011

ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ :

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

ΘΕΜΑ 1οΑ. Αποδείξτε ότι το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι $S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$ (Μονάδες 10)Ποιο είναι το άθροισμα των n πρώτων όρων αν $\lambda = 1$; (Μονάδες 3)

Β. Χαρακτηρίστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις :

- 1) Ένα σταθερό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.
- 2) Αν ο ακέραιος p είναι διαιρέτης του σταθερού όρου ενός πολυωνύμου $P(x)$ με ακέραιους συντελεστές, τότε ο p είναι ρίζα του $P(x)$
- 3) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$ έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R}
- 4) Η συνάρτηση $g(x) = \ln x$ έχει πεδίο ορισμού το $(0, +\infty)$ (Μονάδες $4 \times 3 = 12$)

ΘΕΜΑ 2οΈστω το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2ax + \beta^2 - 1$ το οποίο έχει παράγοντα το x και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι 3Α. Να βρεθούν τα a και β (Μονάδες 8)Β. Για $a = 2$ και $\beta = 1$

- 1) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$ με το $x+1$ και να γραφεί η ταυτότητα της διαίρεσης (Μονάδες 9)
- 2) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 0$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3οΈστω ότι οι αριθμοί $\alpha = x - 4$, $\beta = x + 4$, $\gamma = 3x - 4$ με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδουΑ. Να βρεθεί η τιμή του x (Μονάδες 9)Β. Για $x = 8$

- 1) Αν ο β είναι ο έκτος όρος της προόδου να βρεθεί ο πρώτος όρος (Μονάδες 9)
- 2) Να βρεθεί το άθροισμα των 10 πρώτων όρων (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha + \ln(e^x - 2)$

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της (Μονάδες 5)

B. Αν η γραφική παράσταση της f περνά από το σημείο $A(\ln 3, -1)$

1) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1$ (Μονάδες 7)

2) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον x' (Μονάδες 6)

3) Να λυθεί η ανίσωση $f(2x) - f(x) > 0$ (Μονάδες 7)

Καλή επιτυχία!!!!

Ο Διευθυντής

Ο Εισηγητής