

## ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΓΕΡΑΣ

### ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Γέρα Τρίτη 24 Μαΐου 2011

## ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

$A_1$ : Έστω η εξίσωση  $Ax+Bψ+Γ=0$  όπου  $A,B,Γ$  πραγματικοί αριθμοί.

- 1) Τι πρέπει να ισχύει για τους συντελεστές  $A,B,Γ$  ώστε η εξίσωση αυτή να παριστάνει ευθεία .

Μονάδες 3

- 2) Πότε η ευθεία με εξίσωση  $Ax+Bψ+Γ=0$  είναι κάθετη στον άξονα  $χχ'$  και πότε κάθετη στον άξονα  $ψψ'$ .

Μονάδες 3

- 3) Γράψτε ένα διάνυσμα  $\vec{v}_1$  και ένα διάνυσμα  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα παράλληλο και κάθετο στην ευθεία  $Ax+Bψ+Γ=0$

Μονάδες 4

$A_2$ : Να χαρακτηρίσετε με την λέξη ΣΩΣΤΟ ή την λέξη ΛΑΘΟΣ τις παρακάτω μαθηματικές προτάσεις .

- 1) Αν για τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{b}$  ισχύει  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$  τότε  $\vec{a} \nearrow \nearrow \vec{b}$
- 2) Η ευθεία με εξίσωση  $ψ=λχ+β$  θα διέρχεται από την αρχή των αξόνων αν  $β=0$
- 3) Ο κύκλος με εξίσωση  $χ^2+ψ^2=ρ$  έχει κέντρο το σημείο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $ρ>0$  .

4) Όταν μεγαλώνει η εκκεντρότητα μιας έλλειψης  $C: \frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$  τότε

μικραίνει ο λόγος  $\frac{\beta}{\alpha}$

5) Αν η εξίσωση  $\chi^2 + \psi^2 + A\chi + B\psi + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο τότε  $A^2 + B^2 - 4\Gamma \geq 0$

## ΘΕΜΑ Β

Έστω  $\vec{a}, \vec{\beta}$  διανύσματα με  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{\beta}| = 6$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

Αν  $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{w} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{\beta}$  διανύσματα τότε να βρείτε

B<sub>1</sub>) το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{v} \cdot \vec{w}$

μονάδες 10

B<sub>2</sub>) να υπολογίσετε το μέτρο  $|\vec{v} + \vec{w}|$

μονάδες 15

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  $\chi^2 + \psi^2 + 4\chi + 4\psi + 2\chi\psi - 5 = 0$

Γ<sub>1</sub>) Αποδείξτε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει δύο ευθείες  $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$  που είναι μεταξύ τους παράλληλες.

Μονάδες 8

Γ<sub>2</sub>) Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο αυτών ευθειών

Μονάδες 9

Γ<sub>3</sub>) Να βρείτε την μεσοπαράλληλη ευθεία  $(\varepsilon)$  των ευθειών  $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση (C):  $x^2 + y^2 + 2\lambda x - 2\lambda y - 4 = 0$

$\Delta_1$ ) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση (C) παριστάνει κύκλο

Μονάδες 6.

$\Delta_2$ ) Δείξτε ότι τα κέντρα των κύκλων αυτών ανήκουν σε σταθερή ευθεία

Μονάδες 7

$\Delta_3$ ) Να προσδιορίσετε εκείνο το κύκλο που έχει κέντρο το σημείο  $K(2,-2)$

Μονάδες 6

$\Delta_4$ ) Να υπολογίσετε την μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση της αρχής των αξόνων  $O(0,0)$  από τον κύκλο που βρήκατε στο ερώτημα  $\Delta_3$ .

Μονάδες 6

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ