

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΥΤΙΛΗΝΗ 26/5/2011
ΕΞΕΤΑΣΤΕΣ :

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή $v=P(\rho)$.

(μονάδες 9)

Β. Αν $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $a > 0$ με $a \neq 1$ και $k \in \mathbb{R}$, να συμπληρώσετε τις ισότητες, ώστε να γίνουν ιδιότητες λογαρίθμων

ι) $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \dots\dots\dots$

ii) $\log_a\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \dots\dots\dots$

iii) $\log_a \theta^k = \dots\dots\dots$

(μονάδες $3 \times 2 = 6$)

Γ, Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Αν $\theta > 0$, τότε ισχύει η ισοδυναμία : $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$

β) Αν $a > 1$ τότε η συνάρτηση $f(x) = a^x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

γ) $\sin x = \sin \theta \Leftrightarrow x = \theta$

δ) Για κάθε $\theta > 0$ και $a > 0$, $a \neq 1$ ισχύει $a^{\log_a \theta} = \theta$

ε) Αν $\rho \neq 0$ ακέραια ρίζα του πολυωνύμου $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ με a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 πραγματικοί αριθμοί, τότε το ρ θα είναι διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 του πολυωνύμου.

(μονάδες $5 \times 2 = 10$)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=3-2\eta\mu 4x$.

α) Να βρεθούν οι τιμές $f\left(\frac{\pi}{4}\right), f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ (μονάδες 6)

β) Να βρείτε την περίοδο T της συνάρτησης (μονάδες 6)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=2$ (μονάδες 8)

δ) Να βρείτε την ελάχιστη και την μέγιστη τιμή της συνάρτησης (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\alpha+4)x^3+x^2+\alpha x-1$.

ι) Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+1$, να δείξετε ότι $\alpha=-2$ (μονάδες 10)

ιι) Για $\alpha=-2$, να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$ (μονάδες 10)

ιιι) Αν $\alpha=0$, να δείξετε ότι το $P(x)$ δεν έχει ακέραια ρίζα (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=e^{2x}-4e^x+3, x \in \mathbb{R}$

α) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=0$ (μονάδες 8)

β) Να λύσετε την ανίσωση $f(x)<0$ (μονάδες 6)

γ) Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της $f(x)=0$, να διατάξετε τους αριθμούς $\rho_1, \rho_2, 1$ από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο, αιτιολογώντας την απάντησή σας. (μονάδες 6)

δ) Να δείξετε ότι $f(\ln 3)=0$ (μονάδες 5)

ΜΥΤΙΛΗΝΗ 26/5/2011

Η ΔΑΝΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ