

ΕΝΙΑΙΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΛΩΜΑΡΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2010-2011
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ :ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 24 - 5 -2011
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ :

Θέμα 1^ο

A . Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης λ ενός διανύσματος $\vec{\alpha} = (\chi, \psi)$.

Πότε δεν ορίζεται ;

μονάδες 7

B. Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες τα σημεία E και E' . Γράψτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει εστίες τα σημεία $(0, \gamma)$ και $(0, -\gamma)$ και σταθερό άθροισμα 2 a

μονάδες 8

Γ . Χαρακτηρίσατε τις παρακάτω σαν Σ ή Λ :

ι) Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

ii) Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} = 135$ τότε η γωνία των διανυσμάτων \vec{a}, \vec{b} είναι οξεία .

iii) Η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 = a$ με $a > 0$ παριστάνει κύκλο .

iv) Όσο η εκκεντρότητα μιας έλλειψης πλησιάζει το 0 , τόσο η έλλειψη τείνει να γίνει κύκλος .

v) στο επίπεδο δίνονται τα σημεία K, Λ, Μ . Αν για την απόσταση του K από την ευθεία (ϵ) που περνά από τα σημεία Λ, Μ ισχύει $d(K, \epsilon) = 0$ τότε τα K, Λ, Μ είναι συνευθειακά .

μονάδες 2*5=10

Θέμα 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 3$ και η γωνία που σχηματίζουν τα δυο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι $\frac{\pi}{3}$.

A. Βρείτε τον θετικό πραγματικό αριθμό κ για τον οποίο τα διανύσματα

$\vec{u} = 3\vec{\alpha} + \kappa\vec{\beta}$ και $\vec{v} = 3\kappa\vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$ είναι κάθετα

μονάδες 9

B. Για τη τιμή $\kappa = 2$:

- i) Υπολογίστε τα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$ μονάδες 8
- ii) Αν $\vec{w} = -3\vec{a} + \vec{b}$ να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων \vec{u} και \vec{w} μονάδες 8

Θέμα 3^ο

Έστω τα σημεία $E'(-\sqrt{3}, 0)$ και $E(\sqrt{3}, 0)$ και C ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει $(ME') + (ME) = 4$

α) Βρείτε την εξίσωση της γραμμής C . μονάδες 8

β) Βρείτε την εφαπτομένη ϵ της γραμμής C στο σημείο της $A\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3}\right)$ μονάδες 8

γ) Αποδείξτε ότι η ευθεία ϵ εφάπτεται και στον κύκλο C' που έχει διάμετρο $E'E$ μονάδες 9

Θέμα 4^ο

Δίνεται ο κύκλος C με κέντρο το σημείο $K(0, 1)$ και ακτίνας $\rho = 2$. Έστω σημείο $M(x, \psi)$ εσωτερικό του κύκλου.

A. α) Αποδείξτε ότι οι συντεταγμένες του σημείου M επαληθεύουν τη συνθήκη $x^2 + (\psi - 1)^2 < 4$ μονάδες 6

β) βρείτε τη σχετική θέση της ευθείας $\chi = 2$ ως προς τον κύκλο C μονάδες 5

B. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x - 2) + 2\lambda(\psi - 1) - \chi - 2 = 0$ (1) με $\lambda \in \mathcal{R}$

α) αποδείξτε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathcal{R}$ μονάδες 6

β) θεωρούμε τα σημεία A με τετμημένη διάφορη του 2 τα οποία δεν ανήκουν σε ευθεία της ίδιας μορφής με την (1). Βρείτε το γεωμετρικό τους τόπο.

μονάδες 8

Καλή επιτυχία

Ο Διευθυντής

Ο εισηγητής