



### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α. Αν  $\vec{a} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{b} = (x_2, y_2)$  είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία  $\theta$ , τότε αποδείξτε ότι :

$$\cos\theta = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

(Μονάδες 10)

Β. Έστω δύο σημεία  $E$  και  $E'$  ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία  $E$  και  $E'$  στο συγκεκριμένο επίπεδο ;

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- Έστω δύο διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$  τέτοια ώστε :  $\vec{a} \updownarrow \vec{b}$ . Τότε ισχύει  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
- Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $y^2 = 2px$  στο σημείο  $A(x_1, y_1)$  είναι  $yy_1 = px_1$
- Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$  παριστάνει κύκλο κέντρου  $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$
- Κάθε εξίσωση της μορφής  $Ax + By + \Gamma = 0$  , για οποιαδήποτε  $A, B$  παριστάνει ευθεία γραμμή.
- Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $x^2 + y^2 = p^2$  στο σημείο  $A(x_1, y_1)$  είναι  $xx_1 + yy_1 - p^2 = 0$

(Μονάδες 2χ5=10)

### **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Έστω τρίγωνο με κορυφές τα σημεία  $A(-1,0)$ ,  $B(3,2)$  και  $\Gamma(-3,4)$ .

A. Βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ (Μονάδες 5)

B. Βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ (Μονάδες 5)

Γ. Βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ (Μονάδες 7)

Δ. Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

### **ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (1, \sqrt{3})$  και  $\vec{\beta} = (2, \sqrt{5})$  με  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 60^\circ$ .

A. Υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων αυτών  $|\vec{\alpha}|$  και  $|\vec{\beta}|$  (Μονάδες 5)

B. Υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$  (Μονάδες 5)

Γ. Αν  $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \lambda\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  βρείτε το  $\lambda$  ώστε τα διανύσματα  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  να είναι κάθετα. (Μονάδες 8)

Δ. Γι' αυτό το  $\lambda$  που βρήκατε, υπολογίστε τα μέτρα των  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ ,  $|\vec{u}|$  και  $|\vec{v}|$  αντίστοιχα. (Μονάδες 7)

### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + \lambda = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

A. Βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο  $c$ . (Μονάδες 6)

B. Υπολογίσετε τη τιμή του  $\lambda$  για την οποία ο κύκλος  $c$  έχει ακτίνα  $\rho=1$ . (Μονάδες 5)

Γ. Για  $\lambda=12$

1) Αποδείξτε ότι το σημείο  $M(4,2)$  είναι εξωτερικό του κύκλου  $c$ .

(Μονάδες 6)

2) Βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου  $c$  που διέρχονται από το σημείο  $M$ .

(Μονάδες 8)

*Καλή Εμπειρία !*

---

Άγιος Ευστράτιος, 13/05/2011

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ